

# Logică

## și teoria argumentării

This is an *introduction* to the so-called *General Logic*: an introduction, not a scientific treatise, because it does not present original theories in all the main fields of the classical and modern logic; anyway, it's not a short and easy initiation for beginners, but it leads the reader far enough in the fields which this book deals with.

The first chapter contains a logical and philosophic analysis of some essential concepts – such as inference, argumentation, demonstration, induction and deduction, truth and validity a. s. o. The next three chapters explore the labyrinth of the *a priori* systems of deductive inferences, made of molecular and complex propositions, revealing the importance of the logical form and the total irrelevance of all intuitive and psychological elements in the foundation of the analytical validity. The last three chapters bring the reader back on the solid and familiar ground of the *a posteriori* inferences, which do not offer absolute certainty, but increase the plausibility of our beliefs – either when, starting from individual facts, we are looking for general statements, based on inductive, analogical and probabilist inferences, or when we try to convince an interlocutor who has doubts about our statements.



***Dan Crăciun***

***Logică  
și  
teoria argumentării***



**EDITURA TEHNICĂ  
București, 2000**

**Copyright © 2000, S.C. Editura TEHNICĂ S.A.**  
Toate drepturile asupra acestei ediții sunt rezervate editurii.

**Adresă: S.C. Editura TEHNICĂ S.A.**  
*Piața Presei Libere 1*  
*33 București, România*  
*cod 71341*

Coperta colecției: **ANDREI MĂNESCU**

Procesare P.C.: **MARIANA GHEORGHITĂ**  
Coperta: **VLAD OANCEA**  
**SORANA GRIGORAȘ**

---

Bun de tipar: 15.10.2000; Coli de tipar: 17,5  
C.Z.U: 16  
**ISBN 973-31-1518-5**

---

Tipărit **SEMNE**

# PREFAȚĂ

Capodoperele unor muzicieni geniali, precum Bach, Vivaldi, Mozart sau Beethoven se cântă și în zilele noastre, copleșindu-ne prin perfecțiunea lor inegalabilă, pe care suntem siguri că o vor prețui și secolele următoare. Desigur, nu toți contemporanii noștri știu să se bucure de frumusețea muzicii clasice, mulțumindu-se cu genuri minore – în care se pot întruchipa câteodată și teme inspirate, dar care, cel mai adesea, au menirea să ne distreze. Iar muzicienii de avangardă ai timpurilor noastre se străduiesc să exploreze noi forme de expresie, pe care, deocamdată, le poate gusta un public foarte restrâns, ce-și face din cultura muzicală o preocupare dominantă. Atât genurile minore, cât și muzica de avangardă se schimbă de la o generație la alta și poartă peceti stilistice diferite de la un spațiu cultural la altul. Muzica denumită, de loc întâmplător, «clasică» rămâne mereu aceeași, păstrându-și nealterată forma desăvârșită pe care i-au dat-o creatorii săi geniali. Încremenirea partiturii nu exclude însă, ci provoacă diferențe, câteodată izbitoare, ale *interpretării*. Muzica vie, cântată pe scenă este, de fiecare dată, în funcție de talentul, dibăcia și inspirația interpretului, o altă întruchipare a formei invariante, ce poartă însemnele inconfundabile ale personalității sale.

Dar ce legătură au toate acestea cu o carte de logică? Ce poate fi mai îndepărtat de arta prin excelență, în care intuiția și sentimentul par să excludă orice componentă abstract-teoretică, decât o știință aridă, în care accentul se pune exclusiv pe rațiune, făcându-se în mod deliberat și sistematic abstracție de sentiment și intuiție? Și totuși, la o privire mai atentă, se descoperă că tumultul pasiunilor muzicale se exprimă în anumite forme canonice, de strictă rigoare în capodoperele preclasice și clasice, muzica fiind, de la Pitagora și Platon încoace, un analog al matematicii în lumea sunetelor. Pe de altă parte, în ariditatea ei caracteristică, logica încearcă să elimine toate componentele emoționale, în afară de pasiunea arzătoare față de adevăr și rațiune, ale cărei forme pure stârnesc, celor deprinși să le contemple, reale satisfacții estetice.

Asemănările nu se opresc aici. Și în logică există un repertoriu clasic, mereu actual însă prin maniera de interpretare. În viața de toate zilele, gândurile noastre se articulează în forme ceva mai ușurele, știute fiind nu după partitură, ci «după ureche», pe care le fredonăm spontan, fără a ști prea bine ce facem – ceea ce nu-i împiedică pe unii dintre noi să producă și să comunice idei extrem de interesante și de bine argumentate. Există, pe de altă parte, și teorii logice foarte sofisticate, pe care le cunosc și de care se interesează cercuri restrânse de specialiști în domeniu. Între aceste două extreme – logica spontană a bunului simț și teoriile de maximă performanță – se așează un sistem de forme și structuri logice fundamentale, atât de bine formulate și demonstrate de minți strălucite, încât prea puține elemente esențiale din alcătuirea lor mai pot fi modificate. Ele pot fi însă prezentate în stiluri diferite – ceea ce și justifică apariția mereu reluată a unor noi lucrări menite să înfățișeze unui public nici larg, dar nici exclusivist cunoștințele de bază ale logicii, în care, pe de o parte, gândirea vie își găsește formele structurante și de la care pornind, pe de altă parte, se pot elabora teoriile logice ultra-sofisticate, rezervate expertizei savante.

În această arie tematică se înscrie cartea d-lui Dan Crăciun. Specializat în logica și filosofia limbajului moral – domeniu în care a publicat mai multe studii interesante și o lucrare bine apreciată, *Pretexte metaetice* (1997) – autorul ne propune acum o introducere în logică și teoria argumentării. O *introducere*, căci nu abordează toate domeniile de bază ale logicii clasice și moderne, ci se concentrează numai asupra teoriei logice a propozițiilor și asupra temelor principale din logica tradițională. O introducere, deoarece se adresează unui cititor presupus a nu avea, la punctul zero al lecturii, nici un fel de cunoștințe anterioare despre logică, dar nu o introducere elementară, întrucât cititorul este călăuzit destul de departe în domeniile abordate: până la expunerea axiomatică în logica propozițiilor sau până la abordarea silogisticii cu mijloacele calculului cu predicate.

Pe scurt, autorul propune un reușit manual universitar, în care accentul se pune pe cunoștințele de bază, fără a fi evitate însă și unele aspecte mai dificile, care depășesc intențiile celor care vor să-și facă doar o idee aproximativă despre logică, mulțumindu-i însă pe cititorii domnici de o reală inițiere în studiul formal al inferențelor deductive sau inductive. Scrisă cu multă limpezime și bine ordonată, această lucrare poate fi un instrument foarte util în predarea și învățarea logicii – privită nu ca un scop în sine, ci mai ales ca exersare și potențare a abilităților intelectuale de care avem nevoie în practica argumentării.

După analiza logico-filosofică din primul capitol a unor concepte esențiale – precum inferență, raționament și demonstrație, inducție și deducție, adevăr și validitate etc., în următoarele trei capitole textul îl poartă pe cititor prin labirintul construcțiilor *a priori* ale inferențelor deductive, cu propoziții compuse și cu propoziții complexe, accentuând importanța formei logice și lipsa de relevanță a oricăror componente intuitive, psihologice în stabilirea criteriilor de validitate analitică. Ultimele trei capitole îl readuc pe cititor pe solul rezistent al raționamentelor *a posteriori*, care nu întemeiază certitudini absolute, dar sporesc plauzibilitatea ideilor pe care le susținem – fie atunci când, pornind de la fapte singulare, urmărim să desprindem din cunoașterea lor niște enunțuri universale, apelând la inferențe inductive, analogice sau probabiliste, fie atunci când încercăm să convingem un interlocutor ce are obiecții sau rezerve față de ideile noastre.

Ilustrațiile sugestive, explicațiile clare și concise, dar niciodată eliptice, precum și aplicațiile atent selectate îl invită pe cititor să exerseze el însuși diferite forme de raționament, dobândind (nu totdeauna fără efort) o triplă satisfacție: în primul rând, aceea de a înțelege structurile formale, bazate pe reguli rigurose demonstrate, ale gândirii sale spontane; în al doilea rând, cunoașterea unor forme de raționament la care gândirea vieții cotidiene recurge destul de rar sau de loc, iar atunci când se aventurează în desfășurarea lor, o face cu multă nesiguranță; în sfârșit, cunoașterea mecanismelor inferențiale vicioase ce stau la baza unor erori în demonstrație și argumentare, sofisme și paralogisme de care, odată avertizat, nu va mai fi niciodată păcălit.

În concluzie, dl. profesor Dan Crăciun ne propune o partitură bine aleasă din repertoriul clasic al logicii și o interpretare de luat în seamă.

Acad. Alexandru Surdu

# CUVÂNT ÎNAINTE

Acest manual este destinat unei categorii largi de cititori – elevi din clasele superioare de liceu, studenți, profesori, specialiști în diferite domenii – care doresc o inițiere destul de aprofundată în cunoașterea teoretică a unor principii, legi și reguli de bază ale raționării corecte.

*Care este utilitatea acestei inițieri?* Iată o întrebare ce tinde să le elimine treptat pe toate celelalte, într-o izbândă unui pragmatism care nu poate fi decât nepractic și păgubitor atunci când devine obsesiv și dogmatic. Charles Sanders Peirce, întemeietorul pragmatismului american – devenit între timp una dintre filosofii dominante ale lumii contemporane – aprecia că „fiecare pas important în știință a fost și o lecție de logică”.<sup>1</sup> Tot pragmatistul Peirce nota că s-ar putea scrie o carte despre principiile călăuzitoare ale rațiunii – carte despre care „trebuie să recunoaștem că nu ar fi de nici un folos unui om a cărui gândire este desfășurată în întregime spre subiecte practice și a cărui activitate se desfășoară urmând cărări temeinic bătătorite. Problemele care se prezintă în fața unui asemenea intelect sunt chestiuni de rutină pe care acesta a învățat să le mănuiască odată pentru totdeauna la însușirea profesiei. Dacă însă cineva se aventurează într-un domeniu nefamiliar, sau într-unul în care rezultatele sale nu sunt verificate continuu de experiență, chiar și intelectul cel mai viguros ... își va pierde deseori orientarea și își va cheltui eforturile în direcții care nu-l apropie de scopul său, ba mai mult, îl poartă pe un drum greșit. El este ca un vapor în largul mării, la bordul căruia nu se află nimeni priceput în regulile navigației. Într-un asemenea caz, un studiu general al principiilor călăuzitoare ale raționării ar fi socotit cu siguranță *folositor*. [subl. ns. D.C.]”<sup>2</sup>.

Oricui urmărește numai foloase imediate și palpabile, indiferent de ce natură, parcurgerea (nu peste tot lejeră) a acestui manual de logică nu-i poate fi de nici un folos. Manualul se adresează aceloră pentru care inteligența nu este doar un instrument subordonat celorlalte facultăți omenești, ci și o componentă axială a personalității, aptă și dornică de satisfacții intrinseci, dobândite prin adâncirea cunoașterii.

<sup>1</sup> Charles Sanders Peirce, *Fixarea convingerii*, trad. rom. Delia Marga, în vol. «Filosofia americană clasică», All Educational, București, 2000, p. 85.

<sup>2</sup> *ibidem*, p. 88.



Cât despre foloase, fie-ne îngăduite câteva comparații. Acelora care doar merg pe stradă și, cel mult, aleargă după autobuz sau după câinele scos la plimbare, cunoștințele științifice despre dinamica alergării nu le pot fi chiar de nici un folos. Celui care vrea să doboare, însă, un record într-o probă de alergare, aceste cunoștințe îi sunt indispensabile. Un șofer amator nu trebuie să cunoască în amănunt principiile constructive și funcționale ale automobilului pe care îl conduce (deși astfel de cunoștințe nu-i strică, ci îi pot fi câteodată foarte utile). Un driver de raliu sau de pistă, pentru care contează fiecare CP sau km/h în plus, nu se poate însă lipsi de cunoașterea temeinică a mașinii cu care trebuie să se contopească.

Tot astfel, oricui își petrece viața în orizontul mărginit al problemelor cotidiene, logica spontană a «bunului simț», solid ancorată în «evidențe» sensibile și în prejudecățile conștiinței comune, îi este prea de ajuns. Cui însă valorile spirituale nu-i sunt indiferente, logica îi poate fi de folos în mai adâncă înțelegere și în mai pricepută ordonare a unor cunoștințe diverse. Acestora, manualul de față le-ar fi suficient. Celor care aspiră la o performanță oarecare într-o activitate de cercetare teoretică, studiul logicii le este nu numai util, ci necesar – din motive care, sperăm, vor reieși de la sine în evidență în paginile care urmează. Acestora din urmă, manualul pe care îl propunem nu le-ar fi suficient, el având limitele unei introduceri în logica generală. Bibliografia de la sfârșitul volumului poate fi un ghid util în aprofundarea cunoștințelor expuse aici, ca și pentru inițierea în acele domenii ale logicii pe care nu ne-am propus să le abordăm în expunerea noastră.

O ultimă remarcă: spuneam că acest manual este destinat unei categorii largi de cititori, indiferent de specializarea lor profesională. Nu există, din fericire, o logică pentru ingineri, alta pentru medici, alta pentru juriști sau politicieni etc., chiar dacă fiecare domeniu are particularitățile sale tematice și metodologice. Logica are privilegiul universalității, fiind, în mai mare măsură chiar decât matematica sau metafizica, teritoriul formelor «canonice» și «ecumenice» ale rațiunii, în care hotarele dintre discipline și specialități se estompează – dar nu spre a ne pierde în vorbăria confuză și superficială a diletantismului, ci spre a descifra condițiile gândirii clare și precise a indiferent cărui subiect.

De ce este important acest lucru? Iată răspunsul unui mare filosof al secolului XX, Ludwig Wittgenstein: „ceea ce se poate spune în genere se poate spune clar; iar despre ceea ce nu se poate vorbi trebuie să se tacă”.<sup>3</sup>

Am scris această carte în speranța unui plus de claritate și concizie în expunerea unor cunoștințe de bază în domeniul logicii generale, la un nivel elementar și mediu de dificultate. Cititorul nu are în față un tratat, în care se expun pe larg și în profunzime idei mai mult sau mai puțin originale, ci un *manual* de inițiere, menit să ușureze primii pași în logică și teoria argumentării. Eu însumi am făcut acești pași sub îndrumarea unor eminenți profesori, printre care îi amintesc cu deosebită considerație pe Alexandru Surdu, Gheorghe Enescu, Petre Bieltz și Dragan Stoianovici, ale căror lucrări stau la baza multora dintre ideile expuse în cele ce urmează.

Autorul

<sup>3</sup> Ludwig Wittgenstein, *Tractatus Logico-Philosophicus*, trad. rom. Alexandru Surdu, Humanitas, București, 1991, p. 35

# CUPRINS



<b>1. ADEVĂR ȘI VALIDITATE</b>	<b>13</b>
1.1. Scurt istoric	13
1.2. Inferență și raționament	17
1.3. Inducție și deducție	21
1.4. Adevăr și validitate	22
1.4.1. Câteva considerații mai degrabă filosofice asupra adevărului	22
1.4.2. Adevărul ca valoare logică a propozițiilor	27
1.4.3. Validitatea ca proprietate logică a inferențelor	29
1.5. Principiile clasice ale logicii	32
1.5.1. Principiul identității	32
1.5.2. Principiul non-contradicției	34
1.5.3. Principiul terțului exclus	35
1.5.4. Principiul rațiunii suficiente	36
<b>2. LOGICA PROPOZIȚIILOR</b>	<b>39</b>
2.1. Propoziții și enunțuri	39
2.2. Tipuri de propoziții	41
2.3. Propoziții simple și propoziții compuse	43
2.4. «Vocabularul» logicii propozițiilor compuse	44
2.5. Negația	46
2.6. Propoziții compuse conjunctive	47
2.7. Propoziții compuse disjunctive	49
2.8. Funcții de adevăr	50
2.9. Propoziții compuse condiționale	50
2.10. Propoziții compuse bicondiționale	53
2.11. Alte tipuri de propoziții compuse	54
2.12. Utilizarea parantezelor	56
2.13. Relații de echivalență între operatorii propoziționali	58
2.14. Calculul funcțiilor de adevăr prin metoda matricială	62
2.15. Formule tautologice, inconsistente și contingente	65

2.16. Calculul funcțiilor de adevăr prin reducerea progresivă a variabilelor.....	67
2.17. Alte echivalențe logice în calculul propozițional .....	71
2.18. Forme normale în calculul propozițional.....	72
2.18.1. Ce sunt formele normale ? .....	73
2.18.2. Proprietăți ale formelor normale.....	74
2.18.3. Cum se decide cu ajutorul formelor normale.....	74
2.18.4. Cum se aduce o expresie propozițională la forma normală .....	75
2.19. Relații logice între expresii propoziționale.....	78
2.20. Testarea matricială a validității raționamentelor.....	80
2.21. Scheme elementare de deducție.....	83
2.22. Testarea validității raționamentelor cu ajutorul schemelor elementare de deducție .....	86
2.23. Axiomatizarea logicii propozițiilor .....	91
<b>3. LOGICA TRADIȚIONALĂ A TERMENILOR .....</b>	<b>97</b>
3.1. Un alt gen de raționamente.....	97
3.2. Termeni și noțiuni.....	98
3.3. Conținutul și sfera noțiunilor .....	99
3.4. Tipuri de noțiuni.....	100
3.5. Raporturi extensionale între noțiuni .....	102
3.6. Definiția .....	104
3.6.1. Structura definiției .....	104
3.6.2. Regulile definiției .....	105
3.6.3. Tipuri de definiții .....	107
3.7. Clasificarea.....	109
3.8. Diviziunea .....	111
3.9. Structura și clasificarea propozițiilor categorice de predicție.....	112
3.10. „Opoziția“ propozițiilor categorice .....	114
3.11. Distribuția termenilor în propozițiile categorice.....	119
3.12. Inferențe imediate cu propoziții categorice .....	120
3.12.1. Conversiunea .....	121
3.12.2. Obversiunea .....	123
3.12.3. Aplicații ale conversiunii și obversiunii.....	123
3.13. Structura silogismului categoric .....	126
3.14. Figuri și moduri silogistice .....	127
3.15. Legile generale ale silogismului .....	128
3.15.1. Legi referitoare la distribuirea termenilor.....	128
3.15.2. Legi referitoare la calitatea premiselor și a concluziei .....	131
3.15.3. Legi referitoare la cantitatea premiselor și a concluziei.....	132
3.16. Demonstrația modurilor silogistice valide.....	133
3.16.1. Modurile valide în figura I.....	134
3.16.2. Moduri valide în figura a II-a .....	136
3.16.3. Moduri silogistice valide în figura a III-a .....	137
3.16.4. Moduri silogistice valide în figura a IV-a.....	139
3.17. Reducerea figurilor «imperfecte».....	141
3.17.1. Reducerea directă .....	141
3.17.2. Reducerea indirectă .....	144

3.18. Forme eliptice și forme compuse de raționament silogistic.....	145
3.18.1. Entimema.....	146
3.18.2. Polisilogismul și soritul .....	146
3.18.3. Epicherema .....	147
<b>4. LOGICA MODERNĂ A PREDICATELOR .....</b>	<b>149</b>
4.1. Vocabularul logicii predicatelor .....	150
4.2. Valoarea logică a schemelor predicative .....	152
4.3. Câteva proprietăți ale cuantorilor.....	154
4.3.1. Relații de echivalență între cuantori.....	154
4.3.2. Raporturile cuantorilor cu conjuncția și disjuncția .....	155
4.4. Problema deciziei în logica predicatelor .....	157
4.4.1. Forme prenexe .....	157
4.4.2. Decizia cu ajutorul formelor prenexe.....	159
4.5. Legi ale logicii clasice în logica predicatelor .....	163
4.5.1. Transcrierea propozițiilor categorice în limbajul logicii predicatelor.....	163
4.5.2. Conversiunea propozițiilor categorice .....	164
4.5.3. Demonstrarea modurilor silogistice valide în logica predicatelor.....	167
<b>5. LOGICA INFERENȚELOR PROBABILE .....</b>	<b>173</b>
5.1. Specificul inferențelor inductive .....	175
5.2. Inducția completă .....	176
5.3. Inducția incompletă (amplificatoare) .....	177
5.4. Inducția enumerativă .....	178
5.5. Inducția științifică. Metode de cercetare inductivă.....	180
5.5.1. Metoda concordanței .....	182
5.5.2. Metoda diferenței.....	184
5.5.3. Metoda variațiilor concomitente .....	185
5.5.4. Metoda resturilor .....	186
5.5.5. Inducție, observație și experiment .....	188
5.5.6. Trăsături comune metodelor inductive.....	189
5.5.7. Alte reguli și criterii de validitate ale inducției sistematice .....	190
5.6. Raționamente statistice și inferențe inductive .....	192
5.7. Analogia .....	195
5.8. Verificarea ipotezelor .....	198
5.8.1. Două sensuri ale termenului «ipoteză» .....	198
5.8.2. Condițiile ipotezei raționale.....	199
5.8.3. Testarea ipotezelor .....	201
5.8.4. Criterii de evaluare a ipotezelor.....	203
<b>6. LOGICA DISCURSULUI .....</b>	<b>205</b>
6.1. «Propoziții» și «acte de vorbire» .....	205
6.2. Raționalitatea actelor de vorbire .....	207
6.3. Argumentare și discurs .....	209
6.4. Argumentarea persuasivă .....	212
6.5. Argumente «analitice» și «substanțiale».....	214
6.6. Reguli de demonstrație.....	220

6.7. Forme de demonstrație .....	222
6.7.1. Demonstrația directă .....	223
6.7.2. Respingerea (infirmarea) unei teze .....	224
6.7.3. Demonstrația indirectă .....	229
<b>7. ERORI ÎN DEMONSTRAȚIE .....</b>	<b>231</b>
7.1. Sofisme și paralogisme .....	231
7.2. Erori formale .....	234
7.2.1. Erori în silogismul ipotetic .....	234
7.2.2. Erori în silogismul disjunctiv .....	236
7.2.3. Sofisme dilematice .....	237
7.2.4. Erori în pătratul logic .....	240
7.2.5. Erori în inferențele imediate cu propoziții categorice .....	241
7.2.6. Erori în silogismul categoric .....	242
7.3. Erori de interpretare .....	244
7.4. Erori de relevanță .....	246
7.4.1. <i>Petitio principii</i> .....	247
7.4.2. <i>Ignoratio elenchi</i> .....	248
7.4.3. <i>Întrebarea complexă</i> .....	251
7.4.4. <i>Argumentum ad consequentiam</i> .....	252
7.5. Paradoxe sau antinomii .....	252
<b>SOLUȚIILE EXERCITIILOR .....</b>	<b>255</b>
<b>INDICE DE TERMENI .....</b>	<b>271</b>
<b>BIBLIOGRAFIE .....</b>	<b>277</b>



# ADEVĂR ȘI VALIDITATE

1

## 1.1. Scurt istoric

Ca și matematica, logica are o vârstă venerabilă, constituindu-se ca disciplină teoretică (elaborată sistematic) în Antichitate, cu peste două milenii în urmă. Considerabilul devans istoric al logicii și matematicii față de celelalte științe – fizica și chimia, biologia, psihologia etc., care se constituie în ansambluri teoretice mult mai târziu, spre sfârșitul Renașterii și în zorii Epocii Moderne, nu este întâmplător. În vreme ce științele care descriu și explică diferite categorii de procese și fenomene din realitate se bazează pe un volum enorm de date empirice, a căror acumulare și clasificare necesită un timp îndelungat și numeroase invenții tehnice, logica și matematica studiază obiecte și raporturi ideale, independente față de experiență, a căror concepere și dezvoltare pur deductivă nu presupune decât exercițiul riguros al gândirii. Pe de altă parte, simpla acumulare de informații și observații empirice nu se transformă de la sine în cunoaștere științifică; aceasta presupune ordonarea datelor într-un ansamblu coerent, sistematic de concepte, principii, legi, reguli care se înlănțuie și se susțin reciproc, alcătuind o teorie științifică, în care nu fapte brute, ci idealizări conceptuale ale acestora se dezvoltă deductiv. Și din acest punct de vedere, deci, științele experimentale vin după cele formale, deoarece constituirea lor ca discipline mature presupune cunoștințe suficient de avansate despre regulile gândirii deductive corecte, astfel încât logica și matematica sunt instrumente indispensabile ale cunoașterii științifice în general.

Primele probleme de logică nu au format obiectul unor cercetări de sine stătătoare, ci au fost abordate incidental și nesistematic în teoriile unor filosofi ai Antichității eline. *Eleații* Parmenide și Zenon au descoperit principiile identității și non-contradicției; *sofiștii* au inventat o serie de argumente înșelătoare,

artificial constructe (așa-numitele «sofisme»), iar Socrate (c. 470 – 399 î. d. H.) și Platon (428 – 348 î. d. H.) au inițiat analiza noțiunilor, cercetând destul de amănunțit, dar nu cu mijloace formale, definiția, clasificarea și diviziunea, inducția și unele forme de raționament deductiv.

Creatorul logicii ca știință de sine stătătoare a fost Aristotel (384–322 î.d.H.), ale cărui scrieri consacrate logicii au fost adunate de către discipolii săi într-o operă monumentală, *Organon*. Aristotel a creat prima teorie logică (silogistica) și a formulat unele probleme îndelung cercetate după el; totodată, a utilizat și a explicat o teorie a metodei deductive.

După Aristotel, logica s-a dezvoltat atât în direcția trasată de *Organon* (prin scrierile lui Teofrast, Alexandru din Afrodiasias), cât și pe o cale diferită, datorită gânditorilor din *școala megarică* și cea *stoică*, ce au întreprins primele cercetări de logică a propozițiilor compuse, formulând raționamente cu propoziții condiționale, conjunctive și disjunctive, considerate sub unicul aspect al valorii lor de adevăr. Megaricii Diodor Chronos (sec. al IV-lea î. d. H.) și Philon din Megara (sec. al III-lea î. d. H.) s-au ocupat de studiul implicației, formulând diferite proprietăți ale «implicației materiale», iar stoicii Zenon din Cition (336 – 264 î. d. H.) și Chrysippos (232 – 205? î. d. H.) au încercat să elaboreze o teorie generală a implicației.

Nici Aristotel, nici școlile post-aristotelice din Antichitate nu au folosit termenul *logică* pentru cercetările lor consacrate formelor corecte sau eronate de raționament. Etimologic, cuvântul „logică” derivă din grecescul *logos* – substantiv greu traductibil în limbile moderne, datorită polisemiei sale, în care, contextual, noi vedem multiple înțelesuri: cuvânt, enunț, discurs, rațiune, gândire, raționament etc. Aristotel a denumit *Analitică* (sau *Apodictică*) studiul raționamentului demonstrativ, care extrage concluzii din premise cert adevărate, *Dialectică* – studiul raționamentelor probabile și *Eristică* – studiul raționamentelor înșelătoare, construite din premise numai *aparent* probabile. În scrierile lui Epicur, cercetările de natură logică purtau denumirea de *canonică*, iar în școala neo-platonică se prefera termenul *dialectică*. Respingând maniera speculativă a dialecticii de sorgine platoniciană, stoicul Zenon îi opune termenul *logică*. Pe vremea lui Cicero (sec. I î. d. H.), termenul „logică” era deja folosit în mod curent, dar abia Alexandru din Aphrodisias (un comentator al lui Aristotel din sec. II e.n.) îi fixează sensul actual.

La hotarul dintre Antichitate și Evul Mediu, Boethius (480 – 524), neoplatonic din Roma, aduce o serie de completări și perfecționări silogisticii aristotelice. Acest proces de șlefuire până la rafinament a silogisticii va continua neîntrerupt în Evul Mediu, în cadrul scolasticii, care a avut numeroși logicieni foarte subtili; printre aceștia, Duns Scotus (c. 1266 – 1308), William Occam (c. 1285 – 1349), Johannes Buridan (c. 1295 – 1356), Albertus Magnus (c. 1200 – 1280), Raimundus Lullus ș. a. Pe lângă perfecționarea silogisticii, logicienii medievali au formulat multe dintre actualele legi ale

calculului propozițional, au studiat o serie de paradoxe și unele probleme de terminologie. Corpul de cunoștințe logice elaborate în Antichitate și în Evul Mediu formează *logica tradițională* sau *clasică*.

Renașterea și Epoca Modernă abandonează problematica și metodele logicii clasice, întrucât dogmatismul scolastic transformase logica într-o disciplină artificioasă și sterilă, de loc folositoare procesului de constituire a științelor experimentale. Mult mai dinamică prin progresele ei rapide și spectaculoase și mult mai activ implicată în dezvoltarea fizicii, matematica va contribui la revitalizarea cercetărilor de logică, în direcții cu totul noi.

Prin încercarea de a elabora o știință matematică generală (*mathesis universalis*), René Descartes (1596 – 1650) a stimulat investigațiile logice în direcția matematicii. Intențiile carteziene au luat formă concretă în scrierile lui Gottfried Wilhelm Leibniz (1646 – 1716), care a și formulat în mod «matematic» o serie de legi logice și a schițat posibilitatea unei axiomatici logice formalizate. Aici descoperim începuturile logicii moderne care, datorită utilizării tot mai intense a simbolismului și a metodologiei de tip matematic, se mai numește și *logică simbolică* sau *logică matematică*.

Fără ecou la vremea lor, aceste prime încercări de reconstrucție a logicii spre o tot mai strânsă simbioză cu matematica au fost reluate cu rezultate spectaculoase la jumătatea sec. al XIX-lea. Irlandezul George Boole (1815 – 1878) și englezul Augustus de Morgan (1806 – 1878) au găsit calea de a aplica în logica formală calculul matematic – o descoperire ce urma să aibă consecințe revoluționare. Limbajul formulelor și calculul ce dăduseră atâtea rezultate în matematică vin acum să-și demonstreze eficiența și în logică. La rândul ei, metoda axiomatică dobândește noi și nebănuite posibilități de utilizare ce, ulterior, vor aduce contribuții importante la progresul matematicii contemporane. Dacă până la Boole și De Morgan cercetările de logică aveau un caracter inductiv, încercând să surprindă scheme de raționament utilizate spontan de gândirea comună, acum noile metode se desprind de «observarea» exercițiului curent al rațiunii, asigurând deducția unor întregi sisteme de legi prin utilizarea unor algoritmi de calcul riguroși definiți. De aici înainte, cercetările de logică urmează două direcții majore: descoperirea de noi sisteme logice și perfecționarea formală a sistemelor anterior elaborate.

Construind un calcul logic bazat pe reguli algebrice, Boole descoperă că unele formule logice sunt izomorfe cu anumite formule matematice. Odată demonstrată posibilitatea utilizării metodei algebrice de calcul în logică, cercetările vor fi îndreptate în sensul optimizării acestei metode. John Venn dezvoltă metoda geometrică a cercurilor de analiză a propozițiilor, utilizând printre primii sintagma «*Symbolic Logic*» ca titlu de tratat științific. E. Schröder (1841 – 1902) dezvoltă metoda algebrică în logică, prefigurând calculul

predicatelor. Hugh McColl (1837 – 1909) reformulează logica propozițiilor într-un mod destul de apropiat de forma ei actuală. Lucrările celor doi fac trecerea spre o nouă etapă în evoluția logicii – etapa fundamentării logice a matematicii.

Logica își găsește un puternic stimulent în necesitatea sistematizării și unificării matematicii. Aproximarea dintre logică și matematică este facilitată de apariția teoriei mulțimilor a lui Georg Cantor (1845 – 1918). Gottlob Frege (1848 – 1925) axiomatizează calculul propozițiilor, perfecționează calculul predicatelor (incluzând în el și silogistica) și construiește un sistem logico-aritmetic prin care încearcă să deducă aritmetica din logică. Giuseppe Peano (1858 – 1932) perfecționează simbolismul logic, dându-i o largă utilizare în expunerile matematice.

Apariția antinomiilor (paradoxelor) în sistemele lui Frege și Cantor constituie sursa din care se vor ivi ulterior cercetările metamatematică și metalogice. Această etapă atinge punctul culminant în opera monumentală a lui Bertrand Russell (1872 – 1970) și Alfred North Whitehead (1861 – 1947) – *Principia Mathematica* (1910), primul tratat de logică matematică în sensul actual al termenului. Aici sunt formulate distinct logica propozițiilor, logica predicatelor, logica claselor, logica relațiilor și aritmetica «logicizată» – adică toate teoriile de bază ale logicii moderne. Russell formulează și cea mai des utilizată metodă de soluționare a paradoxelor, așa-numita «teorie a tipurilor».

Următoarea etapă marchează «ramificarea logicii», prin apariția teoriilor logice neclasice. J. Łukasiewicz (1878 – 1956) și L. E. Post (1897 – 1945) elaborează primele sisteme de logică polivalentă (cu mai multe valori de adevăr decât dihotomia clasică «adevărat» și «fals»), iar C. I. Lewis (1883 – 1964) concepe un sistem de logică modală. David Hilbert (1862 – 1943) și W. Ackermann dau o formă clasică logicii matematice axiomatizate și inițiază cercetările de metamatematică (teoria demonstrației și a proprietăților sistemelor axiomatice). Cercetările de metamatematică și apoi cele de metalogică sunt mult stimulate de descoperirile lui Kurt Gödel (1906 – 1978) – prin celebra sa teoremă de incompletitudine a sistemelor axiomatice, Alfred Tarski (1902 – 1983) – cunoscut mai ales pentru teoria semantică a adevărului în limbajele formalizate, Rudolf Carnap (1891 – 1970) – a cărei principală contribuție este sistematizarea semanticii logice). Brouwer, Heyting, Markov ș.a. dezvoltă logica în direcția concepției constructiviste asupra matematicii. Logica normativă (sau «deontologia») este inițiată și dezvoltată de către Georg Henrik von Wright. O descoperire importantă este aplicarea formalismului logic la schemele cu relee și contacte – C. Shannon și V. I. Șestakov, marcând începutul «logicii tehnice» și era informaticii actuale.

## 1.2. Inferență și raționament

Într-o accepțiune populară – pe cât de facilă și de sugestivă, pe atât de puțin riguroasă –, logica este caracterizată drept *știința gândirii corecte*, presupunându-se că principala (dacă nu singura) ei utilitate constă în faptul că ne învață cum să gândim, ferindu-ne de erori. Ce-i drept, studiul logicii ar putea și ar trebui să ne ofere beneficiul unei gândiri mai riguroase, ce înaintează mai sigur spre aflarea unor adevăruri bine întemeiate, evitând cu sporită circumspecție capcanele și aparențele înșelătoare. Dar foloasele eventuale pe care le poate aduce studiul logicii, sporind abilitatea și profunzimea gândirii cuiva, nu reprezintă câtuși de puțin trăsături definitorii ale acestui domeniu teoretic – așa cum faptul că ne ajută să ne iluminăm încăperile ori să ascultăm muzică la casetofon nu sunt trăsături definitorii ale curentului electric.

Înțelegerea logicii ca știință a gândirii corecte induce presupuziția greșită că adevărurile logicii s-ar baza cumva pe consensul și pe uzanțele modului efectiv în care oamenii își înlanțuie ideile și cuvintele, îndemnându-ne parcă să asociem știința logicii cu gramatica. Numai că această aparentă înrudire este inexistentă. Regulile de morfologie și sintaxă pe care le enunță gramatica sunt valabile întrucât clarifică și sistematizează o performanță lingvistică uzuală într-un anumit stadiu de evoluție a unei limbi efectiv vorbite. A spune că „*Ei vorbește prea mult*” sau că „*Voi trebuiți să mai învățați*”, că „*Tu ești mai superior*” ori că „*Nu se merită să mergi la mare*” etc. sunt construcții gramatical eronate în *limba română* pentru că nu așa se vorbește corect românește – chiar dacă ideile exprimate într-o formă gramaticală eronată pot fi pertinente. Principiul logic al identității, proprietățile implicației materiale sau legile silogismului, de pildă, sunt însă valabile nu pentru că majoritatea oamenilor le cunosc și le aplică efectiv în modul lor de gândire, ci întrucât se susțin prin demonstrații riguroase, care țin exclusiv de construcția unor sisteme de entități și relații pur ideale – tot așa cum teoremele lui Thales, Pitagora sau Fermat, să spunem, binomul lui Newton sau geometriile neeuclidiene nu se întemeiază pe cunoașterea și susținerea lor de către majoritatea indivizilor, ci numai pe argumentele gândirii matematice, care este universală și atemporală. „Nu putem explica rațiunea printr-o descriere naturalistă a practicilor limbajului – afirmă Thomas Nagel. [...] În măsura în care practicile lingvistice ne dezvăluie principiile gândirii, sau ne indică, de pildă, ceva despre natura propozițiilor aritmetice, acest lucru nu se datorează faptului că logica este o gramatică, ci faptului că gramatica se supune logicii. Un «limbaj» în care *modus ponens* nu ar fi o inferență validă sau în care identitatea nu ar fi tranzitivă n-ar putea fi folosit pentru a exprima nici un fel de idei.”<sup>1</sup>

Logicienii de astăzi resping înțelegerea logicii ca știință a gândirii corecte și pentru că *gândirea* este o activitate psihică, deosebit de complexă, care se

<sup>1</sup> Thomas Nagel, *Ultimul cuvânt*, trad. rom. Germina Chiroiu, All, București, 1998, pp. 50– 51.



desfășoară în mințile oamenilor, având de fiecare dată o inalienabilă notă subiectivă, prin care indivizii se deosebesc mai mult sau mai puțin unul de altul. Gândirea este un obiect de studiu pentru psihologie, știință experimentală care urmărește să determine prin observație, măsurare, comparare, simulare, modelare etc. ceea ce, *de regulă* sau *în mod obișnuit* decurge în mod «normal» în mințile oamenilor, sintetizând și informațiile extrem de diversificate pe care le furnizează discipline precum cibernetica, teoria informației, neuro-fiziologia și altele.

Înrudită mult mai îndeaproape cu matematica decât cu psihologia sau gramatica, logica *nu este o știință experimentală*, căci ea nu descrie și nu explică modul concret în care oamenii de tot felul gândesc efectiv, îndrumându-i cu sfaturi și recomandări pe care ei sunt liberi să le urmeze sau nu, cu rezultate ierarhizabile pe diferite scale de performanță. Neinteresată de conținutul actelor de gândire, indiferentă față de sensul și valoarea informațională a «ideilor», logica studiază structuri de relații necesare între entități ideale, abstracte – structuri de progresivă generalitate, izomorfe nu numai cu actele cognitive, ci și cu nenumărate sisteme naturale sau artificiale din lumea fenomenală.

Iată de ce, lăsând gândirea în seama psihologilor și vorbirea corectă în seama filologilor, vom spune că *logica studiază din punct de vedere formal inferențele valide*. Înțelegem prin **inferență** orice extragere sau derivare dintr-una sau mai multe propoziții date, numite *premise*, a unei noi propoziții, numită *concluzie*. Cu alte cuvinte, fiind reunite  $n$  premise, printr-o inferență corectă din punct de vedere logic este posibilă sau necesară afirmarea unei anumite concluzii, care se desprinde sau rezultă din premisele date și acceptate – indiferent cât de mulți sau cât de puțini ar fi indivizii capabili să efectueze mintal desprinderea concluziei corecte și indiferent cât de mare sau de mic ar fi efortul intelectual pentru înțelegerea mecanismului logic prin care concluzia derivă din premisele sale. Spune Peirce: „Nu se pune câtuși de puțin problema dacă, atunci când mintea noastră acceptă premisele, simțim imboldul să acceptăm și concluzia. Este adevărat că din fire raționăm în general corect. Acesta este însă un accident; concluzia adevărată ar rămâne adevărată și dacă nu am simți nici un imbold de a o accepta, iar cea falsă ar rămâne falsă chiar dacă nu am putea rezista pornirii de a crede în ea.”<sup>2</sup>

Iată câteva *exemple* de inferențe elementare:

- 1/2 Dată fiind premisa „ $2x = 10$ “, putem infera concluzia „ $x = 5$ “.
- 2/2 Din premisa „ $x^2 = 16$ “ rezultă prin inferență „ $x = 4$  sau  $x = (-4)$ “.
- 3/2 Fiind date dreptele (a), (b) și (c), precum și relația de paralelism, din premisele „(a)  $\parallel$  (b)“ și „(b)  $\parallel$  (c)“ rezultă concluzia: „(a)  $\parallel$  (c)“.
- 4/2 Date fiind premisele „Toate patrulaterele sunt poligoane“ și „Toate romburile sunt patrulatere“, se poate infera concluzia: „Toate romburile sunt poligoane“.

<sup>2</sup> Charles Sanders Peirce, *op. cit.*, p. 87

- 5/2 Dacă am remarcat un ins necunoscut, cu care nu am discutat nimic, dar care avea tenul galben, ochi oblici, era scund și purta ochelari, putem infera că respectivul individ trebuie să fie un asiatic din Extremul Orient.
- 6/2 Intrând într-o cameră, apăs pe comutator și nu se aprinde lumina; faptul ca atare, coroborat cu noțiunile pe care le posed despre instalațiile electrice, mă fac să presupun că fenomenul se datorează uneia dintre următoarele cauze posibile: nu este curent în rețea; s-a ars filamentul becului; s-a defectat comutatorul etc.

Înlănțuirea logică dintre premise și concluzie se mai numește și **argument** – termen preferat de către unii logicieni în locul celui de inferență, întrucât este (sau, cel puțin, pare) mai familiar. Totuși, cei doi termeni nu sunt, credem noi, pe deplin sinonimi. A argumenta sau a construi un argument înseamnă, câteodată, a deriva din premise date și acceptate o anumită concluzie – cu alte cuvinte, a infera; în multe cazuri, însă, a argumenta înseamnă a susține cu anumite temeiuri o propoziție dată, al cărei adevăr nu este cert. Altfel spus, a construi un argument poate să însemne a descoperi anumite premise, din care propoziția de susținut derivă logic drept concluzia lor. Iată câteva *exemple* de argumente de acest tip:

- 7/2 Afirmția că aria unui cerc nu poate fi în nici un caz egală cu aria unui pătrat (faimoasa problemă cunoscută în istoria matematicii drept «quadratura cercului») nu este cătuși de puțin de la sine evidentă. De ce și cum să ne convingem de adevărul ei? Avem nevoie de un argument. Acesta a fost formulat în anul 1882 de către matematicianul Ferdinand Lindemann (1852 – 1939) după cum urmează: aria pătratului se calculează după formula  $l^2$  – latura  $l$  având în orice situație o lungime (valoare numerică în sistemul metric) finită, astfel încât și suprafața pătratului este cu necesitate finită; aria cercului se calculează după formula  $\pi r^2$ , numărul  $\pi$  fiind irațional, cu un număr infinit de zecimale, astfel încât aria nici unui cerc nu poate avea o valoare numerică finită. De aici rezultă cu certitudine exact propoziția inițială, de care acum suntem convinși printr-o argumentare riguroasă.

- 8/2 Oamenii de demult au fost extrem de contrariați atunci când unii «înțelepți» – filosofi, matematicieni, astronomi din Antichitate – au susținut că pământul nu este plat, ci sferic sau «rotund», afirmație aflată într-un violent conflict cu evidențele perceptive. Iată ce fel de argumente aduce, de pildă, Aristotel în sprijinul acestei afirmații: atunci când o corabie dispăre în larg, la limita orizontului, se pierde din vedere mai întâi coca sau corpul navei, și abia pe urmă dispăre și catargul, ca și cum corabia s-ar scufunda în mare – și invers, atunci când o corabie se ivește din larg mai întâi i se zărește catargul și abia pe urmă apare din valuri și coca navei, ca și cum corabia s-ar ridica

din mare; umbra pe care o proiectează pământul pe suprafața lunii în timpul eclipselor de lună este întotdeauna circulară – niciodată eliptică sau liniară, așa cum ar trebui să se întâmple măcar din când în când dacă pământul ar fi, așa cum s-a crezut mult timp, un disc plat; în sfârșit, cu cât ne ridicăm la o latitudine mai îndepărtată de Ecuator, cu atât unghiul sub care se înalță soarele la zenit este mai mic. Toate aceste fapte nu se pot explica altcumva decât dacă ne reprezentăm pământul ca pe un corp ceresc de mari dimensiuni și de formă sferică (abia mai târziu s-a aflat cu certitudine că planeta noastră este un geoid de rotație, adică o sferă turtită la poli din cauza forței centrifuge pe care o dezvoltă mișcarea de rotație a pământului în jurul axei sale).

- 9/2 Un copil poate fi contrariat atunci când îi spunem că delfinii nu sunt pești, ci mamifere, ca și noi, oamenii – deși prin mediul lor de viață, prin formă și mod de locomoție se aseamănă izbitor cu peștii. Drept argumente vom folosi definițiile noțiunilor de pește și de mamifer, precum și o serie de observații care atestă că delfinii nu sunt pești – întrucât nu au «sânge rece», nu se înmulțesc prin icre și nu respiră prin branhii, ci sunt mamifere, deoarece au «sânge cald», nasc pui vii, pe care îi hrănesc cu lapte și respiră prin plămâni, având de aceea nevoie să se ridice din când în când la suprafața apei pentru a nu se sufoca.

Un alt motiv pentru care am evitat, în acest context, utilizarea termenului «argument» este acela că – după cum se va vedea în Capitolul 5 – tinde să capete un statut autonom și, în bună măsură, extralogic o *teorie a argumentării*, în care sensul fundamental al noțiunii de argument nu se referă la anumite relații necesare între propoziții, ci la interacțiunea comunicatională dintre un vorbitor și interlocutorii săi, primul încercând să-i convingă pe ceilalți de valabilitatea unei teze disputate, atât prin coerența și rigoarea ideilor sale, cât și prin alte mijloace de influențare psihologică.

Să remarcăm faptul că în exemplele 1/2 și 2/2 concluzia decurge direct, nemijlocit, dintr-o singură premisă – așa cum se întâmplă și în *inferențe* de genul:

10/2 Știind că „Nici o pasăre nu este patruped“, rezultă că „Nici un patruped nu este pasăre“.

11/2 Dacă ar fi adevărat că „Toți magistrații sunt integri“ (făcând abstracție de faptul regretabil că, în realitate, lucrurile nu stau chiar așa), s-ar putea infera de aici că „Nici un om lipsit de integritate nu este magistrat“.

Astfel de treceri directe de la o singură premisă la concluzie se numesc *inferențe imediate*. În exemplele 3/2 și 4/2 concluzia rezultă din câte două premise, a căror considerare împreună este absolut necesară și suficientă pentru a se realiza inferența; în nenumărate alte cazuri, extragerea unei concluzii necesită

nu numai două, ci  $n$  premise, considerate laolaltă. Ori de câte ori concluzia decurge din două sau mai multe premise avem de-a face cu inferențe mediate sau raționamente.

### 1.3. Inducție și deducție

După modul în care concluzia decurge din premise, inferențele se împart în două mari categorii: logic *necesare* și *probabile*. Formele tipice pentru fiecare tip de inferențe sunt cele deductive și cele inductive. Deducția și inducția sunt modalități fundamentale diferite de înălțuire ordonată a «ideilor», prin care din anumite propoziții date se obțin propoziții noi sau prin care anumite propoziții incerte sunt întemeiate pe alte propoziții, de care suntem siguri. Deosebirea esențială între inducție și deducție este următoarea:

a) **Inferențele inductive** „au două caracteristici: premisele adevărate susțin concluzia, dar nu o garantează; și concluzia conține o informație care nu există în premise”.<sup>3</sup> În inferențele inductive concluzia nu decurge cu necesitate logică din premise – motiv pentru care concluziile întemeiate inductiv nu sunt niciodată absolut certe, ci mai mult sau mai puțin probabile. Observația este valabilă în cazul inducțiilor *incomplete*, care se bazează pe următorul mecanism inferențial: având de investigat o mulțime nenumărabilă, se pot examina unul câte unul doar o parte din elementele ei; dacă în toate cazurile examinate se constată, fără excepții, o anumită proprietate sau relație, se generalizează constatarea pentru toate elementele mulțimii de fenomene investigate, inclusiv acelea care nu au putut să fie examinate direct, întrucât *se presupune* că nu pot să apară excepții care să infirmе generalizarea formulată. De cele mai multe ori, însă, această prezumție este, mai devreme sau mai târziu, infirmată; și chiar dacă, în unele cazuri, excepțiile încă nu s-au produs, iar probabilitatea lor este infimă, imposibilitatea lor absolută nu poate fi probată prin mijloace inductive. Iată și exemplul clasic: multă vreme europenii au crezut că „Toate lebedele sunt albe”, pentru motivul de bun simț că niciun european nu văzuse lebede de altă culoare – până când exploratorii au descoperit în emisfera australă lebede negre!

Întrucât afirmă despre *orice* element al unei mulțimi ceea ce se cunoaște numai despre *unele* din elementele acesteia, inducția incompletă nu poate furniza adevăruri certe, ci numai diferite grade de probabilitate, iar concluziile întemeiate inductiv nu decurg cu necesitate logică din premisele lor deoarece *sunt mai generale* decât acestea; cu alte cuvinte, concluzia unei inferențe inductive spune mai mult decât ceea ce se poate extrage din premisele asumate.

---

<sup>3</sup> Peter K. McNerney, *Introducere în filosofie*, trad. rom. N. I. Mariș & L. Staicu, Ed. Lider, București, (f. a.), p. 17

b) În **inferențele deductive** concluzia decurge cu necesitate logică din premise; cu alte cuvinte, fiind date și acceptate premisele, concluzia rezultă din ele neapărat. Inferențele 1/1 – 1/4 sunt ilustrative în acest sens. Unul dintre motivele care explică această proprietate este acela că niciodată concluzia unei deducții nu este mai generală decât premisele din care decurge; o concluzie întemeiată prin deducție exprimă numai ceea ce rezultă din considerarea împreună a premiselor.

În vreme ce asupra inferențelor inductive nu se pot formula decât unele recomandări metodologice, în care se condensează rezultatele și experiența acumulate în decursul cercetărilor științifice (însușindu-se considerații de natură logică, psihologică, epistemologică, istorică, filosofică etc.), inferențele deductive permit sau necesită chiar formularea unor reguli și principii clare, precise și ordonate sistematic. Iată de ce *logica în sens strict* trebuie privită ca studiu formal consacrat numai inferențelor deductive sau, mai pe scurt, ca *teorie a deducției*. În granițe mai puțin stricte, așa-numita *logică generală* abordează și alte probleme – cum sunt cele privind limbajul, conceptele teoretice, definiția, clasificarea, inducția etc. —, probleme abordate, cu metode diferite, și de alte discipline, logica neavând exclusivitate în cercetarea lor, dar oferind o perspectivă proprie și elucidări dintre cele mai importante. Aceste incursiuni ale cercetărilor logice dincolo de granițele stricte ale inferențelor deductive nu sunt călușul de puțin artificiale sau gratuite, ci se impun, deoarece construcția sistemelor deductive nu se poate lipsi de unele clarificări aprofundate ale problemelor mai sus menționate. Având caracterul unei introduceri în problematica, teoria și metodologia logicii, manualul de față abordează tematica largită a logicii generale.

## 1.4. Adevăr și validitate

### 1.4.1. Câteva considerații mai degrabă filosofice asupra adevărului

Natura, originea și criteriile adevărului reprezintă o temă hipercomplexă și de extremă dificultate, care îi frământă de multe secole pe teologi, metafizicieni, epistemologi, psihologi sau logicieni.

În scurtele considerații care urmează, vom face în mod deliberat abstracție de aspectele metafizice și teologice ale reflecției despre adevăr – aspecte ce implică o mulțime de obscurități adânci și misterioase, ce par a depăși puterea noastră de înțelegere. Dacă privim adevărul nu ca pe o entitate sau ca pe un atribut esențial al Ființei, ci numai ca proprietate a «ideilor» noastre despre realitate, comunicabile prin intermediul limbajului, atunci cea mai firească și mai evidentă modalitate de definire a adevărului pare a fi aceea propusă de către Aristotel în



*Metafizica*, și anume *corespondența ideilor noastre cu realitatea* sau, altfel spus, concordanța dintre enunțuri și stările de fapt la care acestea se referă.

În descrierea lui Stephen Read, teoria adevărului – corespondență consideră că „adevărul este un concept relațional, ca și noțiunea de «unchi», constând într-o relație de corespondență cu un fapt. (Cineva devine unchi având un nepot sau o nepoată.) O idee sau o propoziție este adevărată în acele cazuri, și numai în acele cazuri, în care există un fapt corespunzător conținutului lor. (Un bărbat este unchi numai în cazurile în care există un nepot sau o nepoată înrudită cu el.)”<sup>4</sup>

Aristotel definește conceptul de adevăr în câteva fragmente clasice și mult analizate din cuprinsul *Metafizicii*. Mai întâi, în Cartea IV (Γ) el spune: „a enunța că ceea ce este nu este, sau că ceea ce nu este este, constituie o propoziție falsă; dimpotrivă, o enunțare adevărată e aceea prin care spui că este ceea ce este și că nu este ceea ce nu este.”<sup>5</sup> Aici se pare că Aristotel repetă numai o idee curentă despre adevăr a școlii platoniciene, din care el însuși a făcut parte multă vreme, până la moartea maestrului său, Platon. Căci și acesta, în *Republica*, spune că „a opina ceea ce este înseamnă a avea parte de adevăr”<sup>6</sup>, iar în *Sofistul* susține că „teza cum că nu sunt cele ce sunt și că sunt cele ce nu sunt, va trebui socotită falsă”.<sup>7</sup> În acest fragment din *Metafizica* lui Aristotel, accentul se pune pe raportul dintre existența ideală, gândită și rostită, și existența reală, obiectivă, raport caracteristic propozițiilor existențiale, care afirmă sau neagă ființa unor lucruri (de genul „Există extraterestri“, „Nu există politicieni sinceri“, „Sunt și oameni cinstiți“, „Nu se află pe lume copii cuminți și babe frumoase“ etc.).

În Cartea VI (E), Aristotel se referă mai degrabă la propozițiile de predicatie, în care se afirmă ori se neagă posesia de către un lucru a unei anumite însușiri sau proprietăți – de genul „Zăpada este albă“, „Mercurul este un metal lichid“, „Aurul nu este oxidabil“, „Mamiferele nu au pene“ etc. Având în vedere solidaritatea dintre adevăr și Ființă, respectiv aceea dintre fals și Neființă, ca termeni ontologic contradictorii, ce nu se pot afla deodată într-una și aceeași realitate, respectiv în desfășurarea unei singure idei, Aristotel privește propoziția ca pe o „unire și separare“ a subiectului și a atributului său. În această perspectivă, „adevărată este afirmația despre ceea ce în realitate este unit și negația despre ceea ce în realitate este despărțit, iar falsul constă în opoziția față de această afirmație sau negație.”<sup>8</sup> Importante în acest al doilea fragment sunt două precizări suplimentare: a) adevărul este corelat numai cu așa-numitele aserțiuni – propoziții

<sup>4</sup> Stephen Read, *Thinking About Logic. An Introduction to the Philosophy of Logic*, Oxford University Press, 1995, p. 7.

<sup>5</sup> Aristotel, *Metafizica*, IV, 7, 1011b, trad. rom. Șt. Bezdechi, Editura IRI, București, 1996, p. 156.

<sup>6</sup> Platon, *Republica*, III, 6, 413a, trad. rom. Andrei Cornea, în «Opere», vol. V, Editura Științifică și Enciclopedică, București, 1986, p. 192.

<sup>7</sup> Platon, *Sofistul*, 241a, trad. rom. Constantin Noica, în «Opere», vol. VI, Editura Științifică și Enciclopedică, București, 1989, p. 346.

<sup>8</sup> Aristotel, op. cit., p. 239.

care afirmă sau neagă ceva; b) falsul nu mai primește o definiție de sine stătătoare, ci este privit ca opus al adevărului.

În sfârșit, în Cartea IX (Θ), 10, 1051b, Aristotel reia definiția de mai sus, cu precizarea suplimentară că în raportul de corespondență dintre idei și lucruri, realitatea condiționează adevărul gândirii și nu invers. „Calea adevărului, spune Aristotel, aparține celui care socoate drept despărțit ceea ce este în realitate despărțit și ca unit ceea ce este unit, precum este în eroare acela care gândește contrar de cum sunt lucrurile în realitate. Se pune acum întrebarea: Când are loc ceea ce noi numim adevărat sau fals? Aceasta e chestiunea ce trebuie examinată. Într-adevăr, tu, de pildă, nu ești alb pentru că noi credem pe drept cuvânt că tu ești alb, ci pentru că tu ești alb, suntem pe calea adevărului când afirmăm acest lucru.”<sup>9</sup>

*Scolastica medievală* păstrează teoria aristotelică despre adevărul-corespondență, pe care o rezumă într-o celebră definiție: „*Verum est adæquatio rei et intellectus*”.

Renașterea și Epoca Modernă, în care se ivesc primele teorii științifice construite pe observație și experiment, ale căror date sunt expuse matematic, se preocupă mai puțin de formularea unei definiții a adevărului, și își concentrează atenția asupra descoperirii unei *metode* sigure, prin a cărei aplicare să putem deosebi fără greș adevărul de fals.

René Descartes definește adevărul prin anumite calități subiective, psihologice: „*Verum est quod clarae ac distincte percipio*”. Cu alte cuvinte, *evidența* intuitivă este ceea ce, prin atributele ideilor clare și distincte, caracterizează toate ideile adevărate. Comentând faimosul său principiu – *dubito, ergo cogito; cogito, ergo sum* —, Descartes spune: „Observând că nu există în acest *gândesc, deci exist* nimic care să mă asigure că spun adevărul, în afară de faptul că văd foarte clar că pentru a gândi trebuie să exiști, am considerat că pot să adopt o regulă generală, anume că lucrurile pe care le concepem foarte clar și distinct sunt toate adevărate.”<sup>10</sup> Descartes ajunge să generalizeze această susținere subiectivă a adevărului întrucât are în vedere numai propozițiile matematice, așa cum puteau fi ele interpretate de știința și filosofia vremii sale. Construcția ulterioară a unor sisteme și teorii matematice non-intuitive (precum geometriile non-euclidiene, de exemplu) avea să șteargă relevanța evidenței drept criteriu de adevăr. Cu atât mai puțin poate fi acceptată evidența în cazul enunțurilor cu referențial obiectiv. „Nu contează aici câtuși de puțin intensitatea convingerilor subiective – spune Karl Popper; pot să fiu pe deplin pătruns de adevărul unui enunț, de evidența unei percepții, de puterea de convingere a unei trăiri, orice îndoială poate să mi se pară absurdă. Dar poate totuși știința să accepte pe acest temei enunțul meu? Poate ea oare să-l întemeieze pe considerentul că domnul

<sup>9</sup> *ibidem*, p. 358

<sup>10</sup> René Descartes, *Discurs despre metodă*, trad. rom. Daniela Roventă-Frumușani și Al. Boboc, Editura Academiei Române, București, 1990, pp. 130 – 131

N. N. este pătruns de adevărul lui? Răspunsul este negativ; un alt răspuns ar fi incompatibil cu ideea obiectivității științifice. <sup>11</sup>

Sesizând slăbiciunea evidenței luate drept criteriu de adevăr, Leibniz își propune să descopere un alt criteriu care să garanteze certitudinea enunțurilor teoretice, fie acestea matematice, logice sau metafizice. El semnalează cel dintâi existența unei diferențe radicale între două tipuri de propoziții, fiecare tip având alte criterii de adevăr. „Există ... două feluri de *adevăruri*, cele de *raționament* și cele de *fapt*. Adevărurile de raționament sunt necesare și opusul lor e imposibil, iar cele de *fapt* sunt contingente și opusul lor este posibil. Când un adevăr este necesar, îi putem găsi temeiul prin analiză, rezolvându-l în idei și adevăruri mai simple, până ajungem la cele primitive.” <sup>12</sup>

Definiția aristotelică a adevărului – corespondență este adecvată în cazul propozițiilor care se referă la obiecte și stări de fapt empirice, de a căror existență ne convingem prin recursul la experiența sensibilă. Știm că zăpada este albă deoarece simțurile (dacă nu sunt alterate) ne dovedesc acest lucru. Leibniz numește adecvația acestui gen de propoziții *vérité de fait* („adevăr de fapt”). Corespondența devine însă cu totul irelevantă în matematică, ale cărei enunțuri nu se referă la obiecte sensibile, ci la entități și relații pur ideale, ce nu pot fi verificate în experiență. Teoremele triunghiului sau ale cercului, din geometrie, să spunem, nu sunt în mod cert adevărate prin corespondență, pentru simplul motiv că nu există, în lumea perceptibilă, figuri geometrice perfecte, a căror observare empirică să ne convingă de adevărul lor. Astfel de propoziții sunt „adevăruri de rațiune” (*vérité de raison*), de care ne convingem nu atât prin evidența carteziană – ce poate fi, ca fapt subiectiv, neconcludentă – ci prin aplicarea absolut riguroasă a unor procedee inferențiale valide, ce asigură deducții infailibile.

Immanuel Kant (1724 – 1804) păstrează această distincție, folosind însă alte denumiri, care opun „adevărul formal” și *a priori* (ce aparține legilor logice și propozițiilor matematicii pure) și „adevărul material”, *a posteriori*, ce nu poate fi stabilit decât prin experiență, în cazul propozițiilor care se referă la datele empirice. „Astfel de cunoștințe universale, care au totodată caracterul necesității interne, trebuie să fie, independent de experiență, clare și certe prin ele însele; de aceea se numesc cunoștințe *a priori*; dimpotrivă, ceea ce este obținut numai din experiență nu este cunoscut, cum se spune, decât *a posteriori* sau empiric.” <sup>13</sup>

Tot Kant operează și distincția dintre judecăți *analitice* – în toate cazurile și *a priori*, deoarece între subiectul și predicatul propoziției există o relație logică necesară, astfel încât conceperea subiectului presupune asocierea lui cu predicatul ce-i este, oarecum, inerent – și judecăți *sintetice*, numite astfel deoarece se construiesc prin asocierea unor noțiuni care nu se presupun una pe cealaltă și nu

<sup>11</sup> Karl R. Popper, *Logica cercetării*, trad. rom. M. Flonta, Al. Surdu, E. Tivig, Editura Științifică și Enciclopedică, București, 1981, p. 87

<sup>12</sup> G. W. Leibniz, *Monadologia*, 33, trad. rom. C. Floru, Humanitas, București, 1994, p. 63

<sup>13</sup> Immanuel Kant, *Critica rațiunii pure*, trad. rom. N. Bagdasar și E. Moisuc, Editura Științifică, București 1969 p. 42

sunt întotdeauna concepute laolaltă. „În toate judecățile în care este gândit raportul dintre un subiect și un predicat – spune Kant – acest raport este posibil în două feluri. Sau predicatul *B* aparține subiectului *A* ca ceva ce e cuprins (implicit) în acest concept, sau *B* se găsește cu totul în afara conceptului *A*, deși stă în legătură cu el. În cazul dintâi numesc judecata *analitică*, în celălalt *sintetică*. Judecățile analitice (afirmative) sunt deci acelea în care legătura predicatului cu subiectul este gândită prin identitate, iar acelea în care această legătură este gândită fără identitate trebuie să fie numite judecăți sintetice. Pe cele dintâi le-am putea numi și *judecăți explicative*, pe celelalte judecăți *extensive*, fiindcă cele dintâi nu adaugă prin predicat nimic la conceptul subiectului, ci numai îl descompun prin analiză în conceptele lui parțiale, care erau deja gândite în el (deși confuz); pe când cele din urmă adaugă la conceptul subiectului un predicat care nu era de loc gândit în el și nu putea fi scos prin descompunerea lui.”<sup>14</sup> Epistemologia kantiană își propune să demonstreze că, pe lângă judecățile sintetice *a posteriori* (în care experiența ne oferă singurul temei al asocierii unor noțiuni), mai există și judecăți sintetice *a priori*, fundamentale în elaborarea fizicii teoretice, judecăți în care legătura dintre subiectul și predicatul propoziției este necesară, deși nu se bazează pe experiență, ci pe anumite scheme sau forme *a priori*, constitutive oricărui act de gândire al Eu-lui transcendent.

Logica modernă, îndeosebi sub influența lui Rudolf Carnap, utilizează distincția dintre adevărurile analitice și cele sintetice, eliminând subtilitățile și obscuritățile distincției complementare din filosofia kantiană între judecăți *a priori* și *a posteriori*.

Cercetându-se în primul rând adevărul, ca proprietate a propozițiilor cognitive (contând, în mod special, acelea care intră în alcătuirea teoriilor științifice), s-au impus, așadar, două modalități principale de înțelegere a conceptului de adevăr: teoria clasică aristotelică a *adevărului – corespondență* (reîntărită de cercetările semantice ale lui Tarski și de reflecțiile logico-epistemologice ale unor gânditori importanți, precum G. Frege, B. Russell, R. Carnap ș.a.) și teoria *adevărului – coerență*, aplicabilă în special asupra propozițiilor din sistemele formale, logico-matematice.

Cu toate acestea, în limbajul vieții cotidiene, oamenii continuă să utilizeze și alte semnificații ale termenului «adevăr», legate nu numai de procesele strict cognitive, ci și de o mare varietate de contexte practice, în care adevărul este atribuit unor propoziții ce nu exprimă cunoștințe sau informații, ci dorințe, rugăminți, aprecieri, solicitări, mirări etc. Din considerarea acestor modalități non-cognitive ale limbajului, privite ca instrumente utile în adaptarea practică a agentului la solicitările mediului social în care trebuie să acționeze, s-a născut *teoria pragmatistă a adevărului – utilitate*, inițiată de americanii Charles Sanders Peirce (1839 – 1914) și William James (1842 – 1910). Potrivit concepției pragmatiste, o idee este adevărată dacă și numai dacă este utilă, criteriul utilității

<sup>14</sup> *ibidem*, pp. 48 – 49

fiind numai activitatea practică. Rezumând concepția lui Peirce, pe care și-o însușește și o amplifică, William James spune următoarele: „în general, adevărul credințelor noastre constă în faptul că ele dau satisfacție.”<sup>15</sup> În altă parte, James precizează: „credințele sunt reguli pentru acțiune; și întreaga funcție a gândirii nu este decât un pas în producerea obiceiurilor active. [...] Pentru a obține o claritate perfectă în gândurile noastre despre un obiect, trebuie doar să chibzuim ce senzații, imediate sau întârziate, putem aștepta de la el, și ce conduită trebuie să ne pregătim în caz că acesta este adevărat. [...] adevărat este ceea ce funcționează bine.”<sup>16</sup>

Pragmatismul a fost pe nedrept redus la statutul unei concepții triviale, neinteresate de nimic altceva decât de rezultatul palpabil al acțiunii. În realitate, această viziune ridică o problemă importantă: „Admițând că o idee sau o credință este adevărată, ce importanță concretă va avea în viața cotidiană a cuiva faptul că ea este adevărată? Cum va fi perceput adevărul? Ce experiențe ar fi diferite decât sunt dacă credința ar fi falsă? Pe scurt, care este valoarea – *cash* (*cash-value*) a adevărului în termenii experienței?”<sup>17</sup> Peirce, James și Dewey au inițiat o serie de cercetări fecunde asupra rolului pe care îl îndeplinesc cunoștințele în existența activă a umanității, îmbogățind teoria *epistemologică* și teoria acțiunii cu o serie de contribuții importante. Din punct de vedere strict *logic*, însă, teoria pragmatistă se confruntă cu dificultăți considerabile. Viciul esențial al acestei concepții constă în faptul că două propoziții contradictorii pot fi deopotrivă adevărate, dacă se găsesc doi oameni diferiți care să găsească, fiecare în felul său, o utilitate într-una sau alta din cele două propoziții.

### 1.4.2. Adevărul ca valoare logică a propozițiilor

Odată ce am convenit asupra faptului că logica (în sens strict) este un studiu formal al inferențelor deductive, trebuie să clarificăm rostul și finalitatea acestora. O deducție bine construită, care își îndeplinește menirea, este aceea care ne conduce la o concluzie în mod cert adevărată. Încă de la începuturile ei, logica a fost concepută și realizată ca un instrument indispensabil pentru aflarea și întemeierea cunoștințelor adevărate – respectiv pentru depistarea și eliminarea opiniilor false. Căutând un maximum de claritate, logica trebuie să facă pe cât posibil abstracție de complicații și subtilități metafizice, dând adevărului o semnificație «tehnică» și, ca atare, operațională.

În cele ce urmează, vom considera că **adevărul** și, în opoziție cu el, **falsitatea** sunt, din punct de vedere *logic* și *epistemologic* (nu neapărat metafizic

<sup>15</sup> William James, *Abordarea pragmatică a adevărului și cei care au înțeles-o eronat*, trad. rom. Ovidiu Ursa, în vol. «Filosofia americană clasică», All, București, 2000, p. 219

<sup>16</sup> William James, *Tipurile experienței religioase*, trad. rom. Mihaela Căbulea, Dacia, Cluj-Napoca, 1998, pp. 319; 328

<sup>17</sup> William James, *Concepția pragmatismului asupra adevărului*, trad. rom. Delia Marga, în «Filosofia americană clasică», ed. cit., p. 172

sau teologic) niște proprietăți sau însușiri care nu aparțin *lucrurilor* sau entităților reale, aflate în afara conștiinței noastre, ci numai cunoștințelor sau ideilor noastre despre lucruri, idei exprimate în propoziții declarative sau aserțiuni. Cu alte cuvinte, masa pe care scriu, casa în care mă aflu, cărțile care mă înconjoară etc. nu sunt și nu pot fi nicicum și niciodată *adevărate* sau *false* din punct de vedere logic – chiar dacă, în ambiguitatea plină de sugestii și subînțelesuri ale limbii naturale, putem vorbi cu sens despre o masă, o casă ori o carte «adevărată», adică bună, deosebită, apreciabilă etc. Sub aspect logic însă, lucrurile sunt sau nu sunt *reale*, *există* sau *nu există* în mod efectiv. Adevărate sau false pot fi numai afirmațiile sau negațiile, construite într-un anumit limbaj, despre lucruri – ceea ce am denumit drept propoziții declarative sau aserțiuni. După cum am văzut în paragraful anterior, nu toate aserțiunile pot fi adevărate sau false în aceleași condiții și conform aceluiași criterii.

Vom numi **analitice** propozițiile care se referă exclusiv la obiecte ideale și la raporturile dintre ele. Adevărul lor depinde numai de corectitudinea gândirii, fiind indiferent față de orice fapt sau eveniment real, cunoscut în experiență. În terminologia kantiană, propozițiile analitice sunt toate *a priori*, adică pur conceptibile înainte și independent de orice contact empiric cu realitatea, cu lumea «exterioară» gândirii. Următoarele aserțiuni sunt analitice:

- 1/4 „Toate unghiurile cu laturile în prelungire sunt congruente. “
- 2/4 „Orice număr natural este par sau impar. “
- 3/4 „Dacă două mărimi, A și B, sunt fiecare egală cu o a treia mărime C, atunci  $A = B$ . “
- 4/4 „Toate mamiferele sunt vivipare. “

Adevărul acestor propoziții, stabilit exclusiv prin exercițiul gândirii, este analitic deoarece el decurge numai din anumite proprietăți ale unor idei acceptate fără demonstrație ca neîndoielnice (fie datorită «evidenței» lor intuitive, fie prin convenție sau prin definiție). Propozițiile analitice nu ne furnizează informații despre lume și nu extind cunoștințele noastre, deoarece ele extrag numai și explicitează proprietăți și relații pe care ideile «primitive» sau «originare» le conțin în mod implicit. Din definiția pătratului, de exemplu, ca „romb cu un unghi drept“, decurge numai prin analiza conceptelor propoziția „Toate unghiurile pătratului sunt congruente“. În schimb, propoziția „Triunghiul dreptunghic ABC are toate unghiurile ascuțite“ este analitic falsă deoarece, prin definiție, triunghiul dreptunghic are un unghi drept.

Vom numi **sintetice** propozițiile care se referă la obiecte, proprietăți, relații, evenimente reale. Astfel de propoziții sunt adevărate dacă relația dintre componentele propoziției corespunde unei stări de fapt, controlabilă și verificabilă în experiență. Din acest motiv, propozițiile de acest gen se mai numesc și **factuale**, având – în terminologia kantiană – un caracter *a posteriori*, întrucât nu putem afirma sau nega ceva decât după o constatare empirică, ce ne furnizează anumite informații despre stările de fapt din lume. Sunt factuale propoziții de genul:

5/4 „Plouă. “ (în locul S și la momentul t)

6/4 „Aluminiul este inoxidabil. “

7/4 „Strada Crângului măsoară 368 m. “

8/4 „Mercurul este mai greu decât aurul. “

9/4 „Ion e fratele lui Mihai. “

Propozițiile sintetice sau factuale furnizează informații despre lume, lărgind sfera cunoștințelor noastre, deoarece asociază idei între care nu se pot stabili conexiuni analitice. Dat fiind faptul că nici una dintre părțile unei astfel de propoziții nu le presupune logic pe celelalte, asocierea dintre ele se bazează pe cele constatate în experiență. Propoziția „Omul este o ființă rațională“ este analitic adevărată, pentru că ideea sau conceptul de om implică raționalitatea, însă propoziția „Omul este influențat negativ de exploziile solare și de fazele lunii“ este factuală, adevărul sau falsitatea ei bazându-se pe frecvența statistică a cazurilor ce confirmă sau infirmă relația enunțată; nicicum din conceptul de umanitate nu se poate deriva o consecință deductivă în legătură cu exploziile solare și fazele lunii sau invers.

Fără a intra în detaliile (numeroase și dificile) ale distincției dintre analitic și sintetic în procesul cunoașterii, trebuie să precizăm că logica nu își propune stabilirea și verificarea adevărului sau falsității propozițiilor ca atare; această misiune revine diferitelor domenii ale științei. Logica își propune să cerceteze formele sau tipurile de inferențe valide, a căror utilizare este una dintre condițiile care asigură adevărul ideilor noastre.

### 1.4.3. Validitatea ca proprietate logică a inferențelor

Dacă adevărul și falsitatea sunt proprietăți ale propozițiilor declarative, **validitatea** sau corectitudinea formală, respectiv invaliditatea (logică) sunt proprietăți ale inferențelor ca înălțuriri de propoziții. Robert Blanché spune că „nu trebuie să se confunde *validitatea unui raționament* cu *adevărul propozițiilor* care îl compun“, dând două exemple în acest sens:

„Orice triunghi este trilater, deci orice trilater este triunghi. “

„Orice triunghi este patrulater, deci unele patrulate sunt triunghiuri. “

„O clipă de reflecție va arăta că prima inferență nu este validă, deși cele două propoziții sunt adevărate, și că cea de-a doua este validă, deși cele două propoziții sunt false.“<sup>18</sup>

Fie aserțiunile:

10/4 „Cei ce își iubesc copiii nu le dau să mestecă chewing-gum. “

11/4 „Oltenii își iubesc copiii. “

<sup>18</sup> Robert Blanché, *Introduction à la logique contemporaine*, Librairie Armand Colin, Paris, 1968, p. 10.

Din aceste două propoziții putem infera concluzia:

12/4 „Oltenii nu le dau copiilor să mestece chewing-gum. “

Se poate obiecta că premisele sunt discutabile, dacă nu de-a dreptul false, și că întregul raționament este stupid. Și totuși, raționamentul este corect din punct de vedere formal: dacă admitem premisele, adevărul concluziei decurge din ele sau este formal implicat de primele două propoziții. Iată un exemplu mai puțin bizar:

Numerele naturale care se divid numai cu 1 și cu

ele însele sunt numere prime

15481 se divide numai cu 1 și cu el însuși

15481 este număr prim

În ce condiții este adevărată concluzia acestui raționament?

a) Mai întâi, este necesar ca premisele să fie adevărate; aceasta este **condiția materială**, numită astfel întrucât este cerința ca raționamentul să extragă concluzia din premise întemeiate, ceea ce presupune ca «materialul» sau conținutul din care se alcătuieste raționamentul să fie noțiuni clare și premise în mod sigur adevărate. În exemplul de mai sus, trebuie să verificăm prin calcul, aplicând regulile de divizibilitate, dacă numărul 15481 este într-adevăr divizibil numai cu 1 și cu el însuși.

b) A doua condiție, cea **formală**, cere ca inferența deductivă să fie validă: concluzia trebuie să decurgă cu necesitate logică din premise. În exemplul analizat, validitatea inferenței este intuitiv evidentă.

De regulă, concluzia unei inferențe este adevărată dacă sunt îndeplinite *ambele* condiții – dar nu întotdeauna. Fie raționamentul:

Toate înotătoarele sunt pești

(fals)

Balele sunt înotătoare

(adevărat)

Balele sunt pești

(fals)

Prima premisă este falsă și, datorită acestui fapt, e falsă și concluzia, deși a fost dedusă printr-o schemă inferențială validă. În acest caz, schema de deducție funcționează corect, dar «transportă» falsul din prima premisă în concluzie; cu alte cuvinte, «materialul» din care s-a alcătuit raționamentul nu este bun. Uneori, însă, din premise false se poate obține, în mod *accidental* sau *artificial*, o concluzie adevărată. Să aplicăm aceeași schemă inferențială corectă sau validă:

Toți românii sunt poeți

(fals)

Lucian Blaga a fost român

(adevărat)

Deci, Lucian Blaga a fost poet

(adevărat)

sau

Toate numerele divizibile cu 3 sunt pare

(fals)

14 este divizibil cu 3

(fals)

Deci, 14 este număr par

(adevărat)



Remarcăm faptul surprinzător că adevărul premiselor nu este o condiție *sine qua non* pentru deducția unor concluzii adevărate; contrar bunului simț, adevărul rezultă din orice fel de premise – fie acestea adevărate sau false. Ce se poate spune despre validitatea sau corectitudinea formală a raționamentelor? Fie o schemă inferențială validă de altă construcție logică, de asemenea (deocamdată) intuitiv evidentă:

Dacă aprind becul, în cameră este lumină	(adevărat)
<u>Am aprins becul</u>	(adevărat)
Deci, în cameră este lumină	(adevărat)

Presupunând că premisele sunt adevărate, printr-o inferență validă am obținut o concluzie adevărată în mod cert și care nu mai necesită a fi verificată în experiență, deoarece concordanța ei cu starea de fapt este garantată prin respectarea celor două condiții de validitate – atât cea materială, căci ambele premise sunt adevărate, cât și cea formală, deoarece schema inferențială este validă. Să alcătuim inferența într-o ordine diferită:

Dacă aprind becul, în cameră este lumină	(adevărat)
<u>Nu aprind becul</u>	(adevărat)
Deci, în cameră nu este lumină	?

Presupunând că premisele sunt adevărate, concluzia – aparent adevărată – nu este corect întemeiată. Este prematur să arătăm aici în ce constă viciul de formă al inferenței dar, intuitiv, ne putem da seama că în cameră poate fi lumină chiar și cu becul stins, pentru că ne aflăm în timpul zilei. Din aceleași motive, sesizăm că și următorul raționament este incorrect:

Dacă aprind becul, în cameră este lumină	(adevărat)
<u>În cameră este lumină</u>	(adevărat)
Am aprins becul	?

Constatăm, de această dată, că nerespectarea condiției formale de validitate a schemelor inferențiale este o condiție *sine qua non* pentru adevărul cert al concluziei; ori de câte ori se comite o eroare în construcția formală a unui raționament, chiar dacă se pornește de la cele mai solide premise, concluzia este falsă ori, în cel mai bun caz, îndoielnică întrucât doar uneori se întâmplă ca faptele să coincidă cu rezultatul unei deducții incorecte.

Putem sesiza acum mai bine în ce sens logica este un instrument esențial pentru descoperirea și demonstrarea adevărului: nu prin verificarea empirică a propozițiilor factuale, ci prin deducția riguroasă a unor propoziții necunoscute sau incerte din propoziții cunoscute sau presupuse ca adevărate, garanția de certitudine a adevărului propozițiilor derivate fiind validitatea formală a inferențelor efectuate.

Înlănțuirile de raționamente deductive care satisfac atât condiția materială, cât și pe cea formală de validitate se numesc **demonstrații** – logica în sens strict fiind, în cea mai sumară definiție posibilă, *studiul formal al demonstrației*.

## 1.5. Principiile clasice ale logicii

Ca teorie formală a demonstrației, logica înțelege înaintea oricărei alte reflecții științifice sau filosofice că orice «sistem de idei» cuprinde un număr finit de propoziții și că, într-un anumit sistem, nu toate propozițiile din alcătuirea lui pot fi demonstrate. Căci dacă demonstrația înseamnă derivarea logic corectă a unei concluzii din premise în mod cert adevărate, ar trebui să împingem procesul demonstrativ la infinit, având mereu de susținut premisele unui raționament prin alte raționamente și tot așa, într-o regresie fără de sfârșit, ceea ce este cu neputință.

Demonstrația trebuie să înceapă cu anumite «*propoziții primitive*», de al căror adevăr suntem convinși sau îl acceptăm fără demonstrație – fie că este vorba de constatări factuale, ce-și au temeiul în experiența perceptivă imediată („Zăpada este albă“, „Aurul este galben“, „Cerule e senin“ etc.), fie că avem de-a face cu «evidențe» raționale, al căror temei este (aparenta) neputință a gândirii noastre de a le respinge sau gândi altcumva („Dacă  $A > B$  și  $B > C$ , atunci  $A > C$ “ sau „Două mărimi  $X$  și  $Y$ , fiecare egală cu o a treia mărime  $Z$ , sunt egale între ele“ etc.). Alteori, propozițiile primitive se dau prin definiție: „Triunghiul este poligonul cu trei laturi“, „Numim mamifer orice vertebrat care naște pui vii și-i hrănește cu lapte“ ș.a.m.d.

În afară de aceste propoziții primitive, acceptate ca premise adevărate fără să fi fost argumentate, demonstrația însăși se construiește pe baza câtorva «*reguli primitive*», a căror acceptare este absolut necesară pentru precizarea unor condiții sau criterii de validitate inferențială. În logica tradițională sau clasică au fost consacrate câteva reguli fundamentale ale gândirii corecte, numite cel mai adesea *principii logice*.

### 1.5.1. Principiul identității

În cea mai simplă și intuitivă formulare, principiul identității cere ca, în toată desfășurarea unei argumentări, termenii și propozițiile înlănțuite demonstrativ să nu-și modifice înțelesul și valoarea logică. Odată ce am introdus în discurs propoziția „Capra vecinului e mai grasă decât a mea“, ori de câte ori vom mai vorbi în continuare despre «capră» vom înțelege prin acest cuvânt numai animalul, nu altceva – capra de la trăsură, pe care stă vizitiul, capra de tăiat lemne, jocul «de-a capra» sau vreun nume propriu – iar propoziția enunțată ca adevărată o vom considera numai adevărată, ori de câte ori vom reveni asupra ei, enunțând-o din nou.

Într-o formulare destul de aproximativă, cu sensuri mai degrabă ontologice decât strict logice, Aristotel definește identitatea astfel: „Identice în sine se zice despre lucrurile a căror materie e una, fie ca specie, fie ca număr, cât și despre

acelea a căror substanță e una. De aici reiese limpede că identitatea este un fel de unitate, o unitate de existență a unei pluralități sau aceea care rezultă din considerarea mai multor lucruri ca unul, ca atunci când spunem că un lucru e identic cu sine, caz în care același lucru e socotit ca două lucruri. <sup>19</sup>

Cel care a formulat cu precizie principiul identității a fost Leibniz. În *Noi eseuri asupra intelectului omenesc*, el spune: „Fiecare lucru este ceea ce este. Și în atâtea exemple câte vreți, A este A, B este B. Voi fi ceea ce voi fi. Am scris ceea ce am scris. Și nimic în versuri ca și în proză este nimic sau puțin lucru. Dreptunghiul echilateral, această figură este un dreptunghi...Non-A este non-A... Dacă A este non-B, urmează că A este non-B... <sup>20</sup>

Privită superficial, formula «A este A», prin care se exprimă principiul identității, pare un truism, total irelevant. Absolutizarea lui metafizică i-a condus pe eleații Parmenide și Zenon la o stranie filosofie a imobilității, în care diversitatea și devenirea lucrurilor sunt doar aparențe înșelătoare ale simțurilor, întrucât Ființa este Ființă, în care nu se poate concepe diferența și trecerea de la o stare la alta, adică de la Ne-ființă la Ființă și invers. Iar absolutizarea logică a principiului identității îl face pe Antistene să susțină că numai tautologiile sunt întemeiate; *res de re non predicatur* – nu se poate spune un lucru despre alt lucru, nu se poate atribui unui subiect nici un predicat diferit de acesta. Greșim dacă spunem „Omul este bun”; avem voie să susținem numai că „omul este om” și „bunul este bun”.

Ca regulă pe care se bazează construcția unei demonstrații, însă, principiul identității impune o cerință obligatorie de *claritate și coerență*, a cărei încălcare anulează validitatea oricărei desfășurări argumentative, ducând la comiterea unor sofisme și paralogisme (care vor fi prezentate în ultimul capitol).

Dincolo de semnificația «tehnică» a unei reguli formale, cu caracter tautologic, principiul «A este A» precizează că A (care poate fi un obiect real, o noțiune sau o propoziție) este el însuși, neputând fi totodată și altceva. Petre Botezatu arată că „verbul «este» are în acest context un înțeles deosebit: nu exprimă nici posesia unei însușiri (de exemplu, «*omul este bun*»), nici apartenența la o clasă (de exemplu, «*București este o metropolă*»), nici incluziunea subclasei într-o clasă (de exemplu, «*balenele sunt mamifere*»), nici pur și simplu existența (de exemplu, «*este cald*») și nici chiar operația de identificare (de exemplu, «*București este capitala României*»). Pare paradoxal, dar principiul identității nu se referă la simpla relație de identitate dintre obiecte sau noțiuni, ci enunță ceva profund, *persistența substanței, a esenței lucrului*, dincolo de vicisitudinile accidentelor. Omul este om și nu altceva, obiectul indicat de termenul «om» este *omul* și nu altă ființă sau lucru. <sup>21</sup>

<sup>19</sup> Aristotel, *Metafizica*, V, 9, 1018a, ed. cit., p. 188

<sup>20</sup> G. W. Leibniz, *Nouveaux essais sur l'entendement humain*, IV, II, 1, Flammarion, Paris, 1935

<sup>21</sup> Petre Botezatu, *Introducere în logică*, ediția a II-a, Polirom, Iași, 1997, p. 28

### 1.5.2. Principiul non-contradicției

În lumea fenomenală de obiecte și procese pe care le sesizăm empiric, contradicția este antagonismul dintre anumite entități, forțe, energii sau proprietăți care se exclud între ele ori tind să se anihileze reciproc. La nivelul unei folosiri elementare a limbajului și a gândirii par neîndoelnice opoziții tranșante, absolute, de genul: dacă „X este alb” nu poate fi totodată și negru, verde, albastru etc.; dacă „Brașovul este la nord de București”, atunci nu se poate admite, în același timp, că orașul de sub Tâmpa este și la sud de capitala României ș.a.m.d.

La o privire mai atentă, se constată că în *realitate* este posibilă, chiar necesară câteodată, coexistența în aceeași entitate a unor procese și relații contradictorii: orice nuanță de gri este un amestec de alb și negru, metabolismul este opoziția dinamică dintre asimilație și dezasimilație, viața psihică este, printre altele, o echilibrare permanentă între excitație și inhibiție, în orice magnet coexistă în mod necesar polul nord și polul sud etc. În filosofie, gândirea dialectică – începută de Heraclit, Socrate sau Platon în Antichitate și încununată de monumentalul sistem hegelian – face din natura contradictorie a oricărui lucru sau proces un principiu fundamental, prin care se explică permanenta prefacere și devenire a lumii *reale*.

În domeniul *ideal* pe care îl studiază logica, contradicția este un raport între două propoziții, dintre care una afirmă ceea ce opusa ei contradictorie neagă. Propoziția „Omul este o ființă rațională” – din care ar trebui să facem un postulat al logicii – este contrazisă de propoziția conform căreia „Omul nu este o ființă rațională” (ceea ce, din păcate, se adevărește mult mai des decât ne place să o recunoaștem.)

Principiul logic al non-contradicției sau al contradicției excluse se bazează pe presupoziția că o propoziție oarecare nu poate fi decât adevărată sau falsă și susține că nu putem admite că una și aceeași propoziție este, în același timp și privită în același context, totodată adevărată și falsă. Cu alte cuvinte, o afirmație și negația ei nu pot fi adevărate în același timp, formula care exprimă această regulă fundamentală a logicii fiind: «*Este exclus A și non-A*».

Aristotel enunță principiul non-contradicției astfel: „este peste putință ca unuia și aceluiași subiect să i se potrivească și totodată să nu i se potrivească sub același raport unul și același predicat. [...] Acest principiu, mai spune Aristotel, e cel mai sigur din toate, căci ... e peste putință ca un om să-și poată închipui că unul și același lucru este și totodată nu este.”<sup>22</sup> Făcând din respingerea contradicției principiul fundamental al logicii, Aristotel îi acordă în mod explicit o evidență axiomatică, precizând că legea non-contradicției nu poate fi dedusă dintr-o altă lege mai generală. Cel mult, afirmă el, acest principiu se poate susține printr-o demonstrație indirectă sau prin metoda reducerii la absurd.

<sup>22</sup> Aristotel, *Metafizica*, IV, 3, 1005b, ed. cit., p. 129.

Leibniz pare câteodată să acorde prioritate identității, considerând că principiul non-contradicției este forma negativă a acestuia: o dată ce un lucru este ceea ce este și așa cum este (într-o propoziție), el nu poate fi totodată și ceea ce nu este și altfel decât este (cum s-ar enunța în negația primei propoziții).

Cert este că principiul non-contradicției are o evidență spontană, chiar și la nivelul simțului comun. Nimeni nu are nevoie de un studiu sistematic al logicii teoretice pentru a-și da intuitiv seama de faptul că o demonstrație sau un discurs în care se susțin propoziții contradictorii sunt incorecte, iar concluziile lor inacceptabile. Cu atât mai mult în elaborarea unor sisteme formale, logico-matematice, excluderea contradicției se impune ca o primă și elementară cerință, căci a demonstra sau a argumenta corect înseamnă, în primul rând, a nu te contrazice. Respectarea cu strictețe a principiului non-contradicției asigură consecvența logică a demonstrației.

### 1.5.3. Principiul terțului exclus

Principiul terțului exclus nu are o evidență axiomatică, așa cum pare să fie cazul non-contradicției; el este mai degrabă un postulat (în sensul clasic euclidian), care decretează – fără demonstrație, deși nu e cătuși de puțin evident – că nu există decât două valori logice: «adevărat» și «fals». Altfel spus, orice propoziție este sau adevărată, sau falsă, a treia posibilitate fiind exclusă – *tertium non datur*.

În vreme ce principiul non-contradicției susține că propozițiile A și negația ei non-A *nu pot fi*, în același timp și sub același raport, *ambele adevărate*, una din ele trebuind să fie falsă – principiul terțului exclus susține că două propoziții contradictorii, A și non-A *nu pot fi ambele false*: una dintre ele, indiferent care, trebuie în orice caz să fie adevărată.

În *Despre interpretare* – una dintre lucrările ce intră în alcătuirea operei logice a lui Aristotel, intitulată de continuatorii și comentatorii săi *Organon* – se spune: „orice afirmație sau negație este adevărată sau falsă”.<sup>23</sup> Aristotel nu acordă însă terțului exclus valoarea unui principiu logic la fel de stringent ca și non-contradicția, considerând că aplicarea regulii *tertium non datur* este utilă numai în demonstrația indirectă. „Principiul că un predicat trebuie să fie ori afirmat, ori negat despre un subiect este cerut de demonstrația care utilizează reducerea la imposibil, dar și atunci nu totdeauna universal...”<sup>24</sup>

La rândul său, Leibniz consideră terțul exclus mai degrabă o completare sau un corolar al non-contradicției, atunci când scrie: „Principiul non-contradicției, este acela că, în general, o propoziție este sau adevărată sau falsă, ceea ce conține două enunțuri adevărate: unul, că adevărul și falsul nu sunt compatibile în aceeași

<sup>23</sup> Aristotel, *Organon I, Despre interpretare*, 9, 18a, trad. rom. M. Florian, IRI, București, 1997, p. 171.

<sup>24</sup> Aristotel, *Organon II, Analitica secundă*, I, 12, 77a, trad. rom. M. Florian, IRI, București, 1998, n. 110.

*propoziție*, sau că o propoziție nu ar putea să fie adevărată și falsă în același timp; celălalt, că opusul sau negația adevăratului și falsului nu sunt compatibile, sau că nu există mijlociu între adevărat și fals, sau că *nu se poate ca o propoziție să nu fie nici adevărată nici falsă*.<sup>25</sup>

Principiul terțului exclus este mai slab decât non-contradicția, având o generalitate mai restrânsă. Principiul non-contradicției cere ca predicatele să se excludă unul pe altul, dar nu limitează numărul lor. Dacă un corp este alb, atunci el nu poate fi verde, galben, roșu, albastru etc.; dacă un mamifer este cal, atunci el nu poate fi în același timp lup, urs, girafă, cămilă etc. Dimpotrivă, principiul terțului exclus introduce o condiție suplimentară, întrucât restrânge numărul predicatelor la numai două – *tertium non datur*: „Un număr natural este par sau impar“, „Piesele jocului de șah pot fi albe sau negre“ etc.

Logica tradițională s-a construit spontan pe principiul bivalenței, potrivit căruia propozițiile nu pot avea decât una sau alta dintre două și numai două valori logice: «adevărat» și «fals» – condiție care face posibilă regula terțului exclus. Or, de multe ori ne aflăm în fața unor propoziții cărora nu le putem atribui cu certitudine numai una din cele două valori logice, din varii motive, pe care nu le detaliem aici. „Adam era brunet și Eva roșcată“, „Roșu este o culoare mai caldă decât portocaliu“, „În câțiva ani, cel mult, se va produce un mare cutremur“, „Universul este infinit în spațiu și timp, necreat și indestructibil“ etc. sunt doar câteva exemple de propoziții cărora nu li se poate atribui cu certitudine valoarea logică «adevărat» sau «fals»; putem spune despre ele, cel mult, că sunt plauzibile, probabile, inteligibile, credibile ș.a.m.d. Logica modernă a elaborat sisteme polivalente, cu  $n$  valori logice, în care principiul terțului exclus se aplică, eventual, în forme generalizate și neintuitive, demonstrabile și inteligibile numai formal.

Marea utilitate a principiului terțului exclus constă, după cum observă Aristotel, în faptul că face posibilă demonstrația prin reducere la absurd. Întrucât două propoziții contradictorii nu pot fi ambele false, rezultă că probând falsitatea propoziției care neagă teza de demonstrat – și pe care nu o putem argumenta direct – am dovedit, totodată că teza este adevărată.

#### 1.5.4. Principiul rațiunii suficiente

Formulat de către Leibniz, ca piatră unghiulară a filosofiei sale, principiul rațiunii suficiente nu este, propriu-zis, o regulă formală de construcție a inferențelor deductive corecte, ci mai degrabă o regulă metodologică, definitorie pentru spiritul științific.

<sup>25</sup> G. W. Leibniz, *op. cit.*, IV, II, 1

Leibniz are nevoie de enunțarea acestui principiu din momentul în care a sesizat deosebirea – menționată anterior – între adevărurile de raționament (analitice, necesare și riguros demonstrabile deductiv) și adevărurile de fapt (contingente și întemeiate empiric). Adevărurile raționale se întemeiază pe cele trei principii anterioare, între care fundamental este principiul non-contradicției, în vreme ce adevărurile factuale își au temeiul în acest al patrulea principiu, al rațiunii suficiente. „Raționamentele noastre, spune Leibniz în *Monadologie*, sunt întemeiate pe două mari principii, principiul contradicției, în virtutea căruia socotim fals tot ce cuprinde în sine o contradicție, și adevărat ceea ce este opus falsului, adică în contradicție cu acesta; și principiul rațiunii suficiente, în virtutea căruia considerăm că nici un fapt nu poate fi adevărat sau real, nici o propoziție veridică, fără să existe un temei, o rațiune suficientă pentru care lucrurile sunt așa și nu altfel, deși temeiurile acestea de cele mai multe ori nu ne pot fi cunoscute.”<sup>26</sup>

În concepția lui Leibniz, principiul rațiunii suficiente este solidar cu o viziune metafizică ce postulează conexiunea universală: toate părțile ce alcătuiesc Universul, oricât de mici – mergând până la faimoasele monade, «atomii psihici» ce reprezintă stratul ultim, elementar, în arhitectonica lumii – se intercorelează într-o «armonie prestabilită», astfel încât fiecare monadă oglindește toate schimbările din Univers și fiecă modificare înăuntrul unei monade se răsfrânge în toate celelalte. Fiecare enunț trebuie acceptat numai pe baza unor temeiuri întrucât fiecare eveniment în sfera realului se produce în virtutea unei cauze – pe care Leibniz o explică într-o manieră metafizică cu totul aparte, de care, ulterior, spiritul științific s-a putut dispensa cu destulă ușurință.

Devenind o regulă de bază în metodologia științifică, principiul rațiunii suficiente respinge în egală măsură *dogmatismul* – acceptarea necondiționată a unor «evidențe» sau «revelații» ce numai exprimă, fără să argumenteze, niște pretinse adevăruri absolute, infailibile, cât și *scepticismul* – care postulează incapacitatea iremediabilă a minții omenești de a avea vreo certitudine întemeiată. Principiul rațiunii suficiente ne cere să respingem afirmațiile nesustținute de nici un argument relevant, dar ne încurajează să nu ne îndoim la nesfârșit de acele enunțuri care sunt întemeiate pe anumite dovezi și probe, *suficient* de tari pentru a ne fundamenta convingerea că suntem, nu numai subiectiv, în posesia unor adevăruri năîndoielnice.

Din punct de vedere strict logic, principiul rațiunii suficiente cere ca orice propoziție dintr-un sistem deductiv să fie acceptată ca teză a sistemului numai dacă poate fi riguros derivată inferențial din propozițiile primitive, aplicându-se mereu aceleași puține, dar absolut infailibile reguli de deducție.

\*

În lunga tradiție a logicii clasice, aceste patru principii au fost aureolate de o demnitate privilegiată, fiind considerate drept pietre unghiulare ale teoriei logice. Greutatea principiilor care postulează identitatea, non-contradicția, terțul exclus și

<sup>26</sup> G. W. Leibniz, *Monadologia*, 31, 32, ed. cit., p. 63.

rațiunea suficientă nu poate fi înțeleasă pe deplin dacă nu avem în vedere spiritul filosofic în care s-a elaborat logica tradițională. Aceasta a fost solidară cu convingerea profundă a logicienilor clasici că Universul este o creație minunată alcătuită de puterea și voința unei Rațiuni supreme, ce a dăruit omului și numai lui privilegiul minții înțelegătoare și al graiului capabil să explice și să ordoneze sistematic structurile gândirii omenești, privite nu doar ca un joc arbitrar și convențional al rațiunii și al limbii noastre, ci ca model universal, etern și invariant al tuturor lucrurilor ce intră în alcătuirea lumii – gând pe care Hegel îl va înălța la cea mai înaltă desfășurare dialectică. Tocmai de aceea, principiile logicii clasice aveau, dincolo de semnificația lor «tehnică», adânci înțelesuri metafizice, care le proiectau și în sfera tematică a speculațiilor ontologice.

În logica simbolică modernă, aceste principii au fost depozitate de aureola și demnitatea lor tradițională. Construindu-se, după modelul matematicii, ca un joc intelectual bazat pe convenții mai mult sau mai puțin arbitrare și neintuitive, într-un limbaj simbolic dezgolit de orice semnificație empirică sau metafizică, sistemele din logica modernă abia dacă menționează cele patru principii clasice, iar atunci când o fac specifică pierderea însemnătății lor ca principii și reducerea lor la nivelul comun de legi oarecare, printre multe altele, din calculele logice – după cum vom vedea și noi în capitolul următor, în care se expune logica propozițiilor.



# LOGICA PROPOZIȚIILOR

2

## 2.1. Propoziții și enunțuri

Am definit logica drept studiul formal al inferențelor deductive, acestea fiind niște înălțări precis structurate de propoziții. Dar ce sunt «propozițiile»? *Psihologii* disting în rândul proceselor cognitive actul de *judecată*, în care se combină două sau mai multe noțiuni, realizând o «idee» aflată într-o parțială corespondență ori similitudine cu un obiect sau fenomen reflectat, la nivel rațional, de conștiință. Sub aspect *gramatical*, propoziția este o combinație de cuvinte care exprimă un sens inteligibil, respectând anumite reguli morfologice și sintactice. Dar ce sunt propozițiile din punct de vedere *logic*?

În românește „Plouă” indică printr-un singur cuvânt faptul că are loc (se petrece) un prea bine cunoscut fenomen meteorologic. În alte limbi (naturale), producerea aceluiași fenomen este indicată prin intermediul unor expresii verbale diferite: „It rains” (engl.), „Es regnet” (germ.), „Il fait pluie” (franc.) etc. Deși aceste expresii verbale diferă, sensul sau înțelesul este același. În logică se numește **propoziție** tocmai acest sens («idee», «înțeles») exprimabil în limbi diferite și care se păstrează nealterat prin traducerea lui dintr-o limbă în alta.

Vom numi **enunț** forma verbală concretă în care se exprimă o propoziție. De exemplu, propoziția care indică faptul că un ins, purtând numele unuia dintre Sfinții Evangheliști, desfășoară în mod profesional o activitate didactică, se exprimă în enunțuri (intertraductibile) precum:

1/1 „Ion este profesor. “

2/1 „John is a teacher. “

3/1 „Johann ist ein Lehrer. “

4/1 „Jean est professeur. “ etc.

Prin urmare, „un enunț este un *tip de expresie* [...] și expresiile sunt întotdeauna expresii într-o limbă anumită. O propoziție este definită mai abstract și complet independent de limbile în particular. *O propoziție este ceea ce asertează un enunț.* «Plouă» asertează că plouă; «*Il fait plu*» asertează că plouă; «*Es regnet*» asertează că plouă. Avem nevoie de enunțuri care aparțin unei anumite limbi pentru a exprima (sau aserta) propoziții, dar ceea ce este exprimat (sau asertat) nu aparține unei anumite limbi.”<sup>1</sup>

Între «idei» și limbaj, respectiv între propoziții și expresiile lor verbale există o profundă și necesară solidaritate, întrucât «ideile» nu pot fi inteligibile și comunicabile decât transpuse într-un limbaj, ale cărui reguli invariante și impersonale modelează gândurile, dezbrăcându-le de coloratura lor subiectivă, «inefabilă» și «incomunicabilă», pentru a le da obiectivitate și raționalitate. Această solidaritate între propoziții și enunțurile care le exprimă nu exclude însă o relativă independență a lor, ușor de evidențiat în ambele direcții.

a) Aceeași propoziție poate fi exprimată în enunțuri diferite, și aceasta nu numai în limbi deosebite, ca în exemplele 1/1 – 4/1 de mai sus, ci chiar în aceeași limbă. De pildă:

5/1 „În zori se înalță steagul” și

6/1 „La răsăritul soarelui se ridică drapelul”; sau

7/1 „Șirul numerelor naturale este infinit” și

8/1 „Cel mai mare număr natural nu există.”; sau

9/1 „Oricât le-am prelungi, două drepte paralele nu se intersectează” și

10/1 „Paralele sunt două drepte situate în același plan care nu au nici un punct comun” etc.

b) Pe de altă parte, același enunț, în contexte diferite, poate fi suportul verbal al unor «idei» sau propoziții distincte. În sensul ei propriu, expresia:

11/1 „Ionescu a virat spre stânga”

indică faptul că un individ, pe nume Ionescu, conducând un vehicul, a schimbat direcția de mers spre stânga. Dar dacă Ionescu este un personaj politic, atunci sensul expresiei este cu totul diferit, indicând faptul că opțiunile politice ale lui Ionescu s-au deplasat către una din extremele spectrului politic.

Regulile corectitudinii gramaticale sunt complementare cu cele ale validității logice, toate fiind menite să asigure inteligibilitatea «mesajelor» intercomunicabile, dar nu se suprapun și nu se subordonează unele celorlalte. Cea mai bună dovadă o constituie faptul că există oameni care se exprimă cu multe erori gramaticale (fie în limba lor maternă, în cazul persoanelor lipsite de educație, sau într-o limbă străină, insuficient exersată), dar fără cusur din punct de vedere logic; pe de altă parte, nu sunt rare situațiile în care, folosindu-se forme gramaticale impecabile, se comit (premeditat sau involuntar) erori logice – câteodată subtile, alteori de-a dreptul grosolane.

<sup>1</sup> William James Earle, *Introducere în filosofie*, trad. rom. Florența Opreșan, All, București, 1999, p. 26.

## 2.2. Tipuri de propoziții

Propozițiile constituie unitățile funcționale ale limbajului. Acesta este un sistem de semne verbale, care se cere abordat din trei perspective complementare:

(i) Sub aspect **semantic**, limbajul apare ca un sistem de *semnificații*; cuvintele și expresiile verbale înseamnă ceva, trimit gândul oricui le înțelege dincolo de ele, acționând ca un intermediar între subiectul rațional și mulțimea de obiecte (reale sau ideale) pe care le indică și cărora li se substituie în procesele de gândire și în actele de intercomunicare.

(ii) Sub aspect **sintactic**, limbajul apare ca un sistem de reguli formale invariante, pe baza cărora — abstracție făcând de conținutul sau semnificația lor —, unitățile lingvistice pot intra în diferite combinații.

(iii) Sub aspect **pragmatic**, limbajul este un instrument hipercomplex, de care oamenii se servesc în numeroase modalități, îndeplinind cu ajutorul său o mare varietate de sarcini. Din acest ultim punct de vedere, putem distinge câteva *tipuri principale de propoziții*:

a) Se numesc *descriptive* propozițiile ce raportează anumite stări de fapt și relații între obiecte; aceste propoziții sunt menite să exprime și să comunice anumite cunoștințe sau informații. Atunci când descripțiile se referă la proprietățile unor obiecte, avem de-a face cu *propoziții de predicatie*, de genul:

1/2 „Cerul e senin. “

2/2 „Tabla este neagră. “

3/2 „Unele triunghiuri sunt dreptunghice. “

4/2 „Nici un cetaceu nu respiră prin branhii. “ etc.

Dacă descripțiile se referă la anumite raporturi între obiecte, atunci avem de-a face cu *propoziții de relație*, precum:

5/2 „Brașovul este situat la nord de București. “

6/2 „Craiova este un oraș mai mare decât Caracal. “

7/2 „Ion e frate cu Vasile. “ etc.

b) Se numesc *interogative* propozițiile care nu oferă, ci solicită informații, sub forma unor întrebări, precum:

8/2 „Care este capitala Thailandei? “

9/2 „Cum te numești? “

10/2 „Ce înseamnă număr prim? “ etc.

c) Propozițiile *prescriptive* nu urmăresc să informeze, ci să influențeze comportamentul cuiva, orientându-l în vederea atingerii unui anumit scop. Prescripțiile sunt foarte diverse, de la *imperative*, care exprimă ordine, comenzi, porunci de genul:

11/2 „Închide fereastra! “

12/2 „Fii atent! “

13/2 „Nu mai vorbi! “ etc.,

și până la propozițiile *normative*, care specifică instrucțiuni sau reguli generale de comportament, precum:

14/2 „Toți vizitatorii spitalului trebuie să poarte halate albe. “

15/2 „În caz de întrerupere, scoateți aparatul din priză. “

16/2 „Fumatul este interzis“ etc.

d) Propozițiile *intenționale* dezvăluie nu o stare de fapt, ci o intenție, fie sub forma unei dorințe sau opțiuni, fie ca rugămintă, cerere, solicitare; de exemplu:

17/2 „Aș dori să călătoresc în străinătate. “

18/2 „Te rog să-mi împrumuți mașina de scris“ etc.

e) Propozițiile *evaluative* sunt acelea care exprimă o apreciere, o atitudine, o aprobare / dezaprobare; ele pot fi simple *judecăți de gust*, precum:

19/2 „Îmi plac filmele de acțiune. “

20/2 „Prefer înghețata cu alune. “

21/2 „Detest zilele ploioase“ etc.,

sau *judecăți de valoare*, ce se bucură de recunoaștere și prețuire generală în contextul unei comunități culturale, definind criteriile ei morale, estetice, religioase etc.

22/2 „Furtul este o faptă rea (condamnabilă, rușinoasă). “

23/2 „Mihai Eminescu este marele poet al românilor. “

24/2 „Adevărul este mai prețios decât utilitatea. “

Între aceste tipuri de propoziții există numeroase legături. Oricare dintre tipurile (b) – (e) se întemeiază pe cel puțin o propoziție descriptivă ori se formulează în legătură cu o astfel de propoziție, de unde rezultă caracterul fundamental al propozițiilor cognitive față de toate celelalte. În același timp, între aceste clase de propoziții există deosebiri esențiale, motiv pentru care analiza fiecărui tip de propoziții se realizează în teorii logice distincte. Între numeroasele deosebiri dintre aceste tipuri de propoziții, una prezintă o importanță aparte: propozițiile descriptive sunt *singurele care pot fi adevărate sau false*. Altfel spus, numai descrițiile au **valoare logică** sau **alethică** (în greaca veche *alétheia* = «adevăr»). Pentru toate celelalte tipuri de propoziții există, firește, criterii destul de precise potrivit cărora diferitele construcții propoziționale non-descriptive pot fi bine sau rău alcătuite, semnificative sau absurde, reciproc coerente sau incoerente etc.; dar, în ceea ce privește adevărul sau falsitatea, această problemă este irelevantă în raport cu ele.

Având în vedere definiția generală a logicii și considerațiile anterioare, se înțelege de la sine importanța cu totul specială, sub aspect logic, a propozițiilor descriptive. Teoria logică a inferențelor deductive alcătuită din propoziții descriptive constituie stratul elementar, baza pe care se edifică toate sistemele logice «speciale», ce abordează mecanisme inferențiale cu propoziții de alt tip.

### 2.3. Propoziții simple și propoziții compuse

Cele mai elementare propoziții de predicatie indică existența unui raport între un obiect și o proprietate a sa. Expresii precum:

„Tabla este neagră. “

„Creta este albă. “

„Groenlanda este o insulă. “

„Australia este un continent“ etc.

se numesc propoziții **simple** sau **atomice**, deoarece sunt unități minime de semnificație (nu se mai poate extrage nimic din ele fără o pierdere a sensului, a inteligibilității).

Logica face abstracție de conținutul semantic al propozițiilor atomice; indiferent la ce anume s-ar referi, orice propoziție simplă poate fi adevărată sau falsă – și aceasta este **valoarea ei logică**, singura care interesează într-o analiză formală.

Propozițiile simple se pot combina în diverse modalități, înlănțuindu-se în agregate semantice articulate pe baza unor reguli sintactice precise; aceste agregate ce rezultă prin combinarea a cel puțin două propoziții simple se numesc propoziții **compuse** sau **moleculare**. Fie propozițiile atomice:

1/3 „Ion e pasionat de pescuit“ și

2/3 „Ion e pasionat de vânătoare“.

Ele se pot combina cu ajutorul unor **operatori (inter)propoziționali**, formând diferite propoziții moleculare sau compuse, precum:

3/3 „Ion e pasionat de pescuit și (e pasionat) de vânătoare“;

4/3 „Ion e pasionat de pescuit sau (e pasionat) de vânătoare“;

5/3 „Dacă Ion e pasionat de pescuit, atunci e pasionat (și) de vânătoare“ etc.

**Logica propozițiilor compuse**, teoria fundamentală în logica simbolică sau matematică, pe care se construiesc toate celelalte sisteme logice, este studiul formal al inferențelor deductive alcătuite din propoziții moleculare, formate prin

combinarea multiplă a propozițiilor atomice cu ajutorul operatorilor (inter) propoziționali.

Utilizându-se aceiași operatori logici, propozițiile moleculare se pot combina, la rândul lor, în agregate semantico-sintactice oricât de compliate, pe care le vom numi **expresii propoziționale**. Iată un exemplu:

6/3 „*Dacă Ion merge la munte sau la mare și fratele lui pleacă în străinătate, atunci sau băiatul lui Ion rămâne la noi, sau merge la bunicii lui.*”

Pe aceeași *structură logică*, definită de funcțiile și succesiunea operatorilor, se pot alcătui oricâte alte expresii propoziționale, fiecare cu alt înțeles sau conținut semantic, purtând o anumită semnificație sau «mesaj informațional». De pildă:

7/3 „*Dacă plouă sau e frig și cabana e neîncălzită, atunci sau luăm cu noi un radiator electric, sau rămânem acasă*” ori

8/3 „*Dacă vând mașina sau câștig la loterie și prețurile nu se majorează spectaculos, atunci sau cumpărăm computerul, sau zugrăvim apartamentul*”.

Făcând abstracție de conținutul semantic al expresiilor, logica propozițiilor studiază numai forma lor invariantă, urmărind să clarifice numai criteriile după care și procedeele prin care astfel de expresii sunt adevărate sau false în funcție de valoarea logică a propozițiilor atomice componente, precum și validitatea raționamentelor deductive cu propoziții compuse. Întrucât soluționarea acestor probleme este independentă de orice considerente intuitive și de orice conexiune cu sensul concret, prin care expresiile propoziționale se diferențiază între ele, bazându-se exclusiv pe reguli formale și pe algoritmi invariante, riguros demonstrați, logica modernă a propozițiilor compuse are toate atributele unui calcul logic – motiv pentru care i se și spune **calcul propozițional**.

## 2.4. «Vocabularul» logicii propozițiilor compuse

Deoarece face totală abstracție de conținutul propozițiilor, abordarea formală nu se poate realiza decât prin utilizarea unui limbaj simbolic adecvat.

a) Așa cum algebra generalizează, la un nivel mai abstract, calculul aritmetic, introducând în locul numerelor variabile literale, tot astfel logica propozițiilor substituie propozițiilor atomice de orice fel niște simboluri, numite **variabile propoziționale**. Fie acestea literele mici de la sfârșitul alfabetului:  $p, q, r, \dots$

b) După cum în aritmetică și în algebră se utilizează simboluri pentru diferitele operații („+“ pentru adunare, „·“ sau „3“ pentru înmulțire etc.), tot astfel în calculul propozițional sunt necesare simboluri pentru **operatorii logici (inter)propoziționali**.

c) Întrucât proprietatea esențială a propozițiilor și expresiilor este valoarea logică, sunt necesare, de asemenea, simboluri pentru valorile logice utilizate. În forma sa elementară, logica propozițiilor operează cu numai două valori de adevăr, considerând că o propoziție atomică sau o expresie propozițională nu poate fi decât adevărată sau falsă, orice altă posibilitate fiind exclusă.

Atât în gândirea comună, cât mai ales în gândirea științifică se ivesc nenumărate propoziții despre care nu se poate stabili cu deplină certitudine că sunt fie adevărate, fie false, ele având doar un anumit grad de probabilitate. Nu vom putea niciodată *să știm*, mai presus de orice îndoială, că „Acum exact o mie de ani, pe locul unde astăzi se află Opera Română pășteau caprele și un cioban cânta din frunză“. Analizând «viitorul contingent», Aristotel discută faimosul exemplu al propoziției „Măine va avea loc o bătălie navală“ – propoziție care, în momentul enunțării ei, nu e încă nici adevărată, nici falsă. Pentru asimilarea acestor tipuri de propoziții, s-a adoptat mai întâi o a treia valoare de adevăr, intermediară între «adevărat» și «fals», după care s-au elaborat logici *polivalente*, cu  $n$  valori logice. În versiunea elementară, *bivalentă* pe care o prezentăm aici, vom utiliza următoarele **constante alethice**: 1 pentru «adevărat» și 0 pentru «fals».

d) Ca și în aritmetică sau algebră, vom utiliza **paranteze** pentru a delimita ordinea operațiilor și aria de acțiune a operatorilor, adoptând ierarhia obișnuită și prea bine cunoscută.

e) Pentru generalizarea unor relații, proprietăți, legi logice demonstrate mai întâi la nivelul raporturilor dintre expresii propoziționale, oricât de complexe, vom recurge la **meta-variabile**. Fie acestea literele mari de la începutul alfabetului: A, B, C, ...

Recapitulând, iată **lista de simboluri** de care avem nevoie în construcția calculului propozițional:

- 1) variabile propoziționale:  $p, q, r, \dots$
- 2) operatori (inter)propoziționali:  $\neg, \wedge, \vee, +, \rightarrow, \leftrightarrow$  etc.
- 3) constante alethice: 1 = «adevărat»; 0 = «fals»
- 4) paranteze
- 5) meta-variabile: A, B, C, ...

## 2.5. Negația

*Funcția logică a negației* constă în *inversarea valorii aletice* a propoziției sau expresiei negate; o propoziție sau expresie oarecare și negația ei sunt contradictorii (adică una dintre ele este adevărată și cealaltă falsă, neputând fi nici ambele adevărate, nici ambele false). Dată fiind, de exemplu, propoziția

1/5 „Toate triunghiurile sunt echilaterale” – desigur, falsă –

negația ei poate primi diferite expresii în *limbajul natural*:

2/5 „Nu toate triunghiurile sunt echilaterale”;

3/5 „Unele triunghiuri nu sunt echilaterale”;

4/5 „Numai unele triunghiuri sunt echilaterale”.

Toate aceste expresii au, însă, unul și același sens, pe care îl redă cel mai bine *formularea standard* a negației:

5/5 „Nu este adevărat („E fals) că toate triunghiurile sunt echilaterale”.

Lucrările de logică matematică utilizează diferite notații simbolice ale negației; luând o variabilă propozițională oarecare  $p$ , negația ei, citită în toate cazurile „nu  $p$ ” sau „non- $p$ ”, poate fi notată  $\sim p$ ,  $p'$  sau  $Np$  (în așa-numita notație poloneză, consacrată de Lukasiewicz); în cele ce urmează, vom adopta pentru negația unei propoziții oarecare  $p$  simbolul  $\neg p$ .

Proprietățile logice ale negației apar foarte limpede în următorul tabel:

$p$	$\neg p$	$\neg \neg p$
1	0	1
0	1	0

O variabilă propozițională oarecare  $p$  putând avea numai două valori aletice, 1 = «adevărat» sau 0 = «fals», negația ei  $\neg p$  va avea, conform definiției, valori logice opuse. Interesant este faptul că negând propoziția negativă  $\neg p$ , se obțin pentru  $\neg \neg p$  aceleași valori logice ale variabilei inițiale  $p$ . De aici se desprinde o primă *lege logică în calculul propozițional*, numită **legea dublei negații**:

$$(L.1) \quad p \equiv \neg \neg p$$

sau, generalizând cu ajutorul meta-variabilelor,

$$A \equiv \neg \neg A$$



„A“ simbolizează o expresie propozițională oarecare, iar simbolul „ $\equiv$ “ se citește „este logic echivalent cu“ și semnifică faptul că termenii relației au întotdeauna aceeași valoare logică, putându-se oricând substitui (aceste proprietăți vor fi discutate mai pe larg în cele ce urmează). Atunci când se enunță nu în limbajul natural, ci în notație simbolică, expresiile propoziționale se numesc **formule**.

Negația este unicul operator logic *monar* (de la gr. „monas“ = unitate), care își exercită funcția logică asupra unei singure variabile sau formule; toți ceilalți operatori se numesc *binari*, deoarece combină, fiecare într-un anumit mod, câte două variabile sau formule.

## 2.6. Propoziții compuse conjunctive

Fie propozițiile:

1/6 „Merg la munte *și* schiez“;

2/6 „Învăț la matematică *și* la fizică“;

3/6 „Eu vorbesc engleza, *iar* el germana“;

4/6 „V-am așteptat, *dar* voi nu ați venit“;

5/6 „Voi merge la meci, *deși* nu mă pasionează fotbalul“;

6/6 „Vin, *vă* iau cu mașina, *vă* duc la gară *și* *vă* sui în tren“.

Avem aici câteva exemple de propoziții compuse conjunctive, numite astfel deoarece se construiesc prin legarea a două propoziții atomice de către un operator logic numit **conjuncție**. În limbajul natural, conjuncția se exprimă, după cum se vede, în mai multe modalități – prin *și*, *iar*, *dar*, *deși*, *cu toate că*, *astfel încât* etc; uneori, o simplă pauză în intonație, marcată grafic printr-o virgulă, exprimă cât se poate de clar o legătură conjunctivă între propoziții. Exemplele de mai sus ne arată că limba din viața cotidiană tinde să facă «economie de efort», căutând să exprime diferite mesaje printr-un minimum de termeni: o singură propoziție *gramaticală*, „Merg la munte *și* la mare“, cuprinde două propoziții diferite din punct de vedere logic: „Merg la munte“ *și* „Merg la mare“. Dacă spunem, însă, „Brașovul *și* Ploieștiul sunt legate prin calea ferată“, conjuncția „*și*“ nu joacă rolul de operator propozițional, căci nu sunt două propoziții logice, ci o singură propoziție atomică, reformulabilă echivalent astfel: „Ploieștiul este legat de Brașov prin calea ferată“.

Vom nota simbolic conjuncția a două propoziții simple oarecare  $p \wedge q$ , citirea standard fiind „ $p$  și  $q$ “. Se mai utilizează și alte notații simbolice, precum:  $p \cdot q$ ,  $p \& q$ ,  $p \cap q$ ,  $Kpq$ .

O propoziție conjunctivă poate avea mai mulți membri, de exemplu:

$$p \wedge q \wedge r \wedge s.$$

Dacă o conjuncție se aplică altor conjuncții, utilizăm parantezele:

$$(p \wedge q) \wedge (q \wedge r)$$

Conjuncția se poate aplica și variabilelor sau formulelor negate:

$$p \wedge (\neg q),$$

după cum negația poate fi aplicată propozițiilor conjunctive:

$$\neg(p \wedge q)$$

Dacă termenii conjuncției sunt ordonați –  $p_1, p_2, \dots, p_n$  – atunci o conjuncție de  $n$  membri poate fi notată astfel:

$$\prod_{i=1}^n p_i = p_1 \wedge p_2 \wedge \dots \wedge p_n$$

unde  $\prod$  înseamnă *produs logic*.

În ce condiții este adevărată sau falsă o propoziție conjunctivă? Afirmția „Vorbesc franceza și (vorbesc) engleza” este adevărată dacă și numai dacă acela care face această afirmație vorbește cele două limbi, fiind falsă dacă respectivul vorbește numai una sau niciuna din ele. Generalizând, vom spune că o *propoziție conjunctivă este adevărată dacă și numai dacă ambele ei componente atomice sunt adevărate*, fiind falsă în toate celelalte cazuri.

Această proprietate definitorie a propozițiilor conjunctive se exprimă cel mai clar într-o schemă numită **matrice** sau **tabel de adevăr**. În partea stângă, numită baza matricei, se pun toate combinațiile posibile de valori alethice ale celor două componente atomice ale conjuncției (fie acestea  $p$  și  $q$ ), iar în partea dreaptă valorile de adevăr ale propoziției compuse.

$p$	$q$	$p \wedge q$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

## 2.7. Propoziții compuse disjunctive

Astfel de propoziții compuse se realizează printr-un operator logic numit **disjuncție**, care se exprimă cel mai adesea prin cuvintele „sau“, „ori“, „fie“. Următoarele propoziții compuse sunt disjunctive:

- 1/7 „În concediu, merg la munte *sau* (merg) la mare“;
- 2/7 „George e bine pregătit la matematică *sau* la fizică“;
- 3/7 „Orice număr natural este par *sau* impar“;
- 4/7 „Ionescu va fi sancționat cu un milion de lei amendă *sau* cu 6 luni de închisoare“.

Toate aceste propoziții, de forma „ $p$  sau  $q$ “, sunt adevărate dacă unul din membrii disjuncției este adevărat și sunt false dacă ambele componente atomice sunt false. Există însă și o deosebire. Propozițiile 1/7 și 2/7 rămân adevărate și în eventualitatea că atât  $p$ , cât și  $q$  sunt adevărate; este posibil ca, în același concediu, să ajung și la munte și la mare, sau ca George să fie bine pregătit la ambele discipline. Posibilitatea ca ambii membri ai disjuncției să fie adevărați este însă exclusă în propozițiile 3/7 și 4/7: același număr nu poate fi și par și impar în același timp, iar una și aceeași infracțiune nu poate primi două sancțiuni echivalente. Deosebirea este suficient de importantă pentru a fi necesar să definim doi operatori diferiți sau două tipuri de disjuncție.

a) *Propozițiile compuse realizate folosind disjuncția neexclusivă* (numită și „inclusivă“, „slabă“ sau „alternativă“) *sunt false numai atunci când cele două propoziții atomice componente sunt false.*

Notăm acest tip de disjuncție cu semnul  $\vee$  (din latinescul „vel“ = sau); citirea standard a formulei  $p \vee q$  este „ $p$  sau  $q$ “, subînțelegând: „posibil ambele“. Se mai utilizează notațiile  $p \cup q$ ,  $A \vee B$ .

Pentru simplificarea limbajului stabilim următoarea *convenție*: ori de câte ori vom utiliza termenul „disjuncție“ fără alte atribute sau precizări, ne vom referi numai la disjuncția slabă sau neexclusivă.

O disjuncție poate avea mai mulți membri; de exemplu:

$$p \vee q \vee r \vee s$$

Ea poate fi aplicată negațiilor și conjuncțiilor, folosind paranteze:

$$(\neg p) \vee q; (p \wedge q) \vee (q \wedge r).$$

La rândul lor, conjuncția și negația pot fi aplicate propozițiilor disjunctive:

$$p \wedge (q \vee r); \neg(p \vee q) \text{ etc.}$$

Dacă termenii disjuncției sunt ordonați, în forma  $p_1, p_2, \dots, p_n$ , atunci putem scrie pe scurt:

$$\sum_{i=1}^n p_i = p_1 \vee p_2 \vee \dots \vee p_n$$

unde  $\Sigma$  înseamnă *sumă logică*.

b) *Propozițiile compuse realizate folosind disjuncția exclusivă (sau „tare”) sunt adevărate numai atunci când propozițiile atomice componente au valori logice opuse.*

Notăm acest tip de disjuncție cu semnul „+” și convenim ca citirea standard a formulei  $p + q$  să fie „sau  $p$ , sau  $q$ ” – reiterarea lui „sau” indicând adaosul subînțeleles „nu ambele”.

Deosebirea dintre cele două tipuri de disjuncție reiese cu deplină claritate din definițiile lor matriciale:

$p$	$q$	$p \vee q$	$p + q$
1	1	1	0
1	0	1	1
0	1	1	1
0	0	0	0

## 2.8. Funcții de adevăr

După cum s-a văzut până aici, pentru a afla valoarea logică a unor propoziții compuse de forma  $\neg p, p \wedge q, p \vee q, p + q$  este suficient să cunoaștem valorile de adevăr ale componentelor propoziționale  $p$  și  $q$ , întrucât acestea determină în mod univoc valoarea logică a propoziției compuse. Cu alte cuvinte, fiecăruia dintre operatorii „ $\neg$ ”, „ $\wedge$ ”, „ $\vee$ ”, „+” i se asociază câte o funcție (în sens algebric) definită pe mulțimea valorilor alethice  $[1, 0]$  și având ca domeniu de valori aceeași mulțime  $[1, 0]$ . Iată de ce propozițiile compuse, precum și expresiile propoziționale se mai numesc și **funcții de adevăr**, definite prin matrici sau tabele de adevăr, iar operatorii (conectorii) logici mai poartă și denumirea de **functori** propoziționali.

## 2.9. Propoziții compuse condiționale

Atât în gândirea comună, cât mai ales în cea științifică, sunt foarte frecvente și deosebit de importante propozițiile compuse **condiționale**, realizate prin intermediul unui operator logic de forma „dacă ..., atunci ...”, numit **implicație**.

În propozițiile condiționale de tipul „dacă  $X$ , atunci  $Y$ “,  $X$  și  $Y$  pot desemna: (i) o cauză și, respectiv, efectul ei; (ii) două proprietăți ale unor entități ideale (abstracte) sau (iii) o mulțime de premise și, respectiv, concluzia derivată din ele. Să exemplificăm:

- 1/9 Propoziția „Dacă se freacă termometrul, atunci coloana de mercur se dilată (urcând pe scala gradată)“ exprimă un raport de cauzalitate; în acest caz, avem de-a face cu o *implicație cauzală*.
- 2/9 Propoziția „Dacă un triunghi este isoscel, atunci bisectoarea unghiului de la vârf, înălțimea, mediatoarea și mediana bazei coincid“ exprimă o relație între anumite proprietăți ale unor entități ideale; aceasta este o *implicație conceptuală*.
- 3/9 Expresia „Dacă  $(a) \mid \mid (b)$  și  $(b) \mid \mid (c)$ , atunci  $(a) \mid \mid (c)$ “ exprimă o relație inferențială; aici avem de-a face cu o *implicație deductivă*.

Indiferent ce fel de «obiecte» ar desemna  $X$  și  $Y$ , dacă propozițiile ce se referă la aceste obiecte ( $p$  și  $q$ ) sunt astfel conectate încât una decurge din cealaltă, vom putea spune că  $p$  implică  $q$ . Exprimăm această implicație astfel: „dacă  $p$  atunci  $q$ “, ceea ce înseamnă că  $p$  este o condiție suficientă pentru  $q$ . Membrul  $p$  se numește *antecedent*, iar  $q$  se numește *consecvent*. Ordinea lor nu este întâmplătoare. Propoziția

4/9 „Dacă plouă, atunci nu mergem la plajă“  
nu are același sens și nu este adevărată în aceleași condiții ca și propoziția

5/9 „Dacă nu mergem la plajă, atunci plouă“.

Vom nota implicația în formă standard „dacă  $p$ , atunci  $q$ “ (sau „ $q$  dacă  $p$ “) astfel:  $p \rightarrow q$ ; alte notații utilizate sunt:  $p \Rightarrow q$ ,  $p \supset q$ ,  $Cpq$ .

În ce condiții este adevărată, respectiv falsă o propoziție compusă condițională? Răspunsul pare ușor de dat atunci când *antecedentul* implicației este o propoziție atomică *adevărată*. Expresia „Dacă plouă, atunci îmi iau umbrela“ este adevărată întrucât ori de câte ori plouă emitentul afirmației își ia umbrela ca să se apere de ploaie; atât antecedentul, cât și consecventul sunt adevărate, confirmându-se faptul că  $p$  este o condiție suficientă a lui  $q$ . Aceeași expresie se dovedește însă falsă dacă atunci când plouă (antecedent adevărat), emitentul iese din casă fără umbrelă (consecvent fals); în acest caz, implicația este falsă deoarece  $p$  nu este, așa cum se afirmă, o condiție suficientă a lui  $q$ .

Dacă ne bazăm numai pe intuiție, pe «bunul simț», lucrurile devin obscure și complicate în situația în care *antecedentul* unei propoziții condiționale este *fals*. Fie propoziția compusă:

6/9 „Dacă azi e joi, atunci anul I are curs de logică de la 10 la 12“.

În oricare altă zi decât joia, atât antecedentul, cât și consecventul sunt false – întrucât nici joi nu e și nici cursul de logică nu se ține între orele 10 și 12. Și totuși, propoziția compusă *pare* să fie adevărată, întrucât ea nu spune altceva decât

că „a fi joi” este o condiție necesară pentru a fi programat în orar cursul de logică – ceea ce, evident, nu se poate verifica în alte zile ale săptămânii. Ce se întâmplă, însă, cu o propoziție compusă de genul următor?

7/9 „Dacă astăzi plouă, atunci va ploua și de ziua mea, peste o lună”

Presupunând că azi nu plouă – deci antecedentul este fals – și nu plouă nici la aniversare, peste o lună – deci și consecventul este fals, *s-ar părea* că implicația este, totuși, adevărată, căci dacă ar fi plouat...cine știe? Dar dacă azi nu plouă (antecedentul fals), dar plouă peste o lună? (consecventul adevărat). «Bunul simț» ne-ar spune că, în acest caz, propoziția compusă condițională este falsă, dovedindu-se că nu există nici o relație necesară între ploaia de azi și starea vremii de peste o lună.

Pentru a depăși deruta și confuzia «bunului simț» – care ne-a servit destul de bine până acum, în definirea intuitivă a negației, conjuncției și disjuncției –, vom proceda *formal*, adică în spiritul logicii care, după cum spuneam, se detașează de intuiție și de sensul concret al propozițiilor. Întrucât o propoziție condițională adevărată este, prin definiție, aceea în care antecedentul este o condiție suficientă a consecventului – cu alte cuvinte, ori de câte ori  $p$ , neapărat  $q$  – rezultă că o propoziție condițională este falsă atunci când are loc sau este adevărat antecedentul  $p$ , dar nu are loc sau este fals consecventul  $q$ . Altfel spus, formula  $\neg(p \rightarrow q)$ , adică „e fals că  $p \rightarrow q$ ” se poate exprima la fel de bine prin formula  $p \wedge (\neg q)$ , adică o conjuncție a celor două valori logice care contrazic definiția implicației: antecedent adevărat și consecvent fals (antecedentul are loc și consecventul nu se produce). Alcătuiind tabelul de adevăr al propoziției conjunctive  $\neg(p \wedge \neg q)$  vom obține definiția matricială a implicației.

$p$	$q$	$\neg q$	$p \wedge \neg q$	$\neg(p \wedge \neg q)$	identic cu	$p \rightarrow q$
1	1	0	0	1		1
1	0	1	1	0		0
0	1	0	0	1		1
0	0	1	0	1		1

Din matrice rezultă că o propoziție condițională este falsă numai atunci când dintr-un antecedent adevărat rezultă un consecvent fals; în toate celelalte cazuri, implicația se consideră adevărată. Se pot desprinde de aici câteva reguli bizare din perspectiva simțului comun, dar corecte din punct de vedere formal și care au o importanță decisivă în teoria demonstrației.

- Liniile 1 și 2 din tabelul de adevăr arată că din adevăr rezultă în mod valid numai adevărul. Dacă ne referim la implicația deductivă (în care antecedentul reprezintă premisele unei inferențe, iar consecventul concluzia ei), este, prin urmare, imposibil din punct de vedere logic

ca, gândind corect, să putem extrage din premise adevărate o concluzie falsă; este suficient să ne asigurăm de adevărul premiselor și să nu comitem erori în argumentare pentru a intra în posesia unor concluzii certe.

- Liniile 3 și 4 arată că *din fals rezultă orice*, căci falsul implică atât adevărul, cât și falsul. Dacă plec de la premisa că „Londra este capitala Franței“, atunci pot afirma orice consecvent: fie că „Franța se învecinează la sud-vest cu Spania“ (un adevăr), fie că „Franța se învecinează la răsărit cu China“ (un fals). O demonstrație care – premeditat sau involuntar – acceptă premise false poate ajunge la concluzii fie adevărate, fie false.
- Liniile 1 și 3 arată că *adevărul rezultă din orice* sau că o concluzie adevărată poate fi dedusă atât din premise adevărate, cât și din premise false.
- Liniile 2 și 4 arată că *falsul rezultă în mod valid numai din fals*; cu alte cuvinte, dacă premisele sunt false și inferența nu conține nici un viciu de construcție logică, concluzia nu poate fi decât falsă.

## 2.10. Propoziții compuse bicondiționale

Se numește **bicondițională** o propoziție în care se enunță o condiție deopotrivă necesară și suficientă. Forma acestor propoziții (des utilizate mai ales în limbajul științific, de regulă numai subînțelese în limbajul obișnuit) este: „*dacă și numai dacă*  $p$ , *atunci*  $q$ “; se mai poate citi relația și invers: „*q* *dacă și numai dacă*  $p$ “. Operatorul „*dacă și numai dacă*“ se numește **echivalență logică** și se notează astfel:  $p \leftrightarrow q$ . Alte notații sunt  $p \Leftrightarrow q$ ,  $p \equiv q$ ,  $p \sim q$ ,  $Epq$ . Iată și câteva exemple de propoziții bicondiționale:

- 1/10 „Dacă și numai dacă iei ultimul examen cu nota 10, vei avea media 9,50“;
- 2/10 „Rombul ABCD este pătrat dacă și numai dacă are un unghi drept“;
- 3/10 „Pentru ca numărul 27135 să fie divizibil cu 3 este necesar și suficient ca suma cifrelor sale să fie divizibilă cu 3“.

Ce raport există între membrii unei echivalențe logice, de forma  $p \leftrightarrow q$  ? Faptul că  $p$  este o condiție *suficientă* pentru  $q$  este exprimat de propoziția condițională  $p \rightarrow q$ . Iar faptul că  $p$  este o condiție *necesară* a lui  $q$  înseamnă că nu este posibil să aibă loc  $q$  fără  $p$ ; deci niciodată propoziția  $p$  nu poate fi falsă dacă propoziția  $q$  este adevărată – ceea ce se exprimă prin propoziția condițională  $q \rightarrow p$ . Rezultă că relația de echivalență logică exprimă același lucru ca și conjuncția

implicațiilor  $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$ ; cu alte cuvinte, echivalența logică a două propoziții sau formule este, de fapt, *implicația lor reciprocă*. Se poate extrage din această proprietate definiția-matricială a propoziției bicondiționale:

$p$	$q$	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow p$	$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$ sau	$p \leftrightarrow q$
1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	0	0
0	1	1	0	0	0
0	0	1	1	1	1

Se vede în tabelul de adevăr că o propoziție bicondițională este adevărată numai atunci când componentele sale atomice au aceeași valoare aletică; nu pot fi logic echivalente două propoziții sau formule cu valori logice opuse.

Echivalența fundamentează *regula schimbului reciproc de echivalente*, procedură de largă utilizare în logică și matematică: dacă A și B sunt două formule echivalente, atunci ele se pot substitui una prin cealaltă în absolut orice condiții. Rezolvarea ecuațiilor algebrice prin metoda substituției este un caz de aplicare tacită a acestei reguli.

## 2.11. Alte tipuri de propoziții compuse

Propozițiile compuse descrise până aici nu sunt singurele care se pot formula. Câteodată, în limbajul natural se enunță propoziții precum:

1/11 „Sau nu e timp frumos, sau nu mă simt prea bine“;

2/11 „Fie că nu am timp, fie că nu am bani“;

3/11 „Ori nu mă trezesc la timp, ori nu prind autobuzul“.

Propoziția compusă de forma „fie că nu  $p$ , fie că nu  $q$ “ este, de fapt, o *disjuncție de propoziții atomice negative*, iar conectorul cu care se construiește este cunoscut ca **incompatibilitate** sau operatorul lui Sheffer, notat:  $p \uparrow q$ . Două propoziții incompatibile nu pot fi împreună adevărate; dacă una din componentele atomice  $p$  sau  $q$  este falsă, ori dacă ambele sunt false, atunci compoziția „fie că nu  $p$ , fie că nu  $q$ “ este adevărată.



		(1)	(2)	(3)
$p$	$q$	$p \uparrow q$	$p \wedge q$	$\neg(p \wedge q)$
1	1	0	1	0
1	0	1	0	1
0	1	1	0	1
0	0	1	0	1

Din coloanele (1) și (2) ale tabelului de adevăr se observă că incompatibilitatea are, în toate combinațiile posibile de valori ale componentelor atomice  $p$  și  $q$ , valori alethice opuse față de cele ale conjuncției. Din acest motiv operatorul lui Sheffer se mai numește și **anti-conjuncție**. Vom spune că incompatibilitatea este *inversul dual* al conjuncției. Coloanele (1) și (3) ne arată că incompatibilitatea și negația conjuncției sunt echivalente:

(L.2)

$$p \uparrow q \leftrightarrow \neg(p \wedge q)$$

Un alt tip de propoziție compusă apare ca o *conjuncție de propoziții atomice negate*, de forma „nici  $p$ , nici  $q$ ”; exemple:

4/11 „Nici la mare n-am fost, nici pentru restanțe n-am învățat”;

5/11 „Patrulaterul ABCD nu e nici pătrat, nici dreptunghi”.

Operatorul propozițiilor compuse de forma „nici ..., nici ...” se notează  $p \downarrow q$ . O astfel de propoziție compusă este adevărată numai atunci când ambele componente atomice sunt false, în toate celelalte cazuri posibile fiind falsă.

		(1)	(2)	(3)
$p$	$q$	$p \downarrow q$	$p \vee q$	$\neg(p \vee q)$
1	1	0	1	0
1	0	0	1	0
0	1	0	1	0
0	0	1	0	1

Se observă în coloanele (1) și (2) ale tabelului de adevăr că operatorul „nici ..., nici ...” este *inversul dual al disjuncției*, motiv pentru care poate fi denumit **anti-disjuncție**; coloanele (1) și (3) evidențiază echivalența:

(L.3)

$$p \downarrow q \leftrightarrow \neg(p \vee q)$$

## 2.12. Utilizarea parantezelor

Folosite pe baza unor reguli explicite, parantezele au rolul de a delimita raza de acțiune și gruparea diferitelor tipuri de operatori interpropoziționali. Negația, conjuncția, disjuncția etc. pot conecta nu numai propoziții atomice, ci și formule mai complexe, care conțin la rândul lor subformule, alcătuite prin intermediul unui număr oarecare de operatori.

Să luăm, de exemplu, expresia:

1/12 „Mihai și-a notat numărul meu de telefon, dar nu m-a sunat aseară“.

Notând cu  $p$  propoziția „Mihai și-a notat numărul meu de telefon“ și cu  $q$  propoziția „nu m-a sunat aseară“, expresia va primi următoarea notație simbolică:

$$S_1 \quad p \wedge \neg q$$

Lectura, înțelegerea sensului și determinarea valorii de adevăr a formulei  $S_1$  în funcție de valorile logice ale componentelor atomice  $p$  și  $q$  nu prezintă dificultăți, neexistând nici un echivoc. Dar dacă spunem că

2/12 „Mihai nu și-a notat numărul meu de telefon, dar m-a sunat aseară“,

folosind notațiile anterioare obținem formula:

$$S_2 \quad \neg p \wedge q$$

Luată ca atare, formula de mai sus poate fi interpretată fie ca o *conjuncție* între  $\neg p$  și  $q$ , fie ca *negație* a conjuncției dintre  $p$  și  $q$ . În acest din urmă caz, formula ar corespunde expresiei:

3/12 „Nu e adevărat că Mihai și-a notat numărul meu de telefon și că m-a sunat aseară“.

Sensul și valoarea de adevăr a expresiilor 2/12 și 3/12 sunt, chiar intuitiv, nu numai formal, diferite. Pentru eliminarea confuziei și a posibilei interpretări echivoce, vom nota expresia 2/12 prin formula

$$S_3 \quad (\neg p) \wedge q$$

iar expresia 3/12 prin formula

$$S_4 \quad \neg(p \wedge q).$$

Parantezele indică, după cum ne dăm seama, raza de acțiune a unui operator, grupând elementele unei formule în subunități ce intră în anumite relații precis determinate. Formula

$$S_5 \quad p \wedge q \vee r$$

nu ne indică precis dacă e vorba de *conjuncția* lui  $p$  cu disjuncția  $q \vee r$  sau de o *disjuncție* între (termenul stâng)  $p \wedge q$  și  $r$  (termenul din dreapta). Pentru a face deosebirea între cele două interpretări posibile, vom scrie în primul caz

$$S_6 \quad p \wedge (q \vee r),$$

iar în cel de-al doilea caz

$$S_7 \quad (p \wedge q) \vee r.$$

Utilizarea parantezelor trebuie să fie cât mai economicoasă, deoarece excesul de paranteze însoțește plusul de precizie cu o pierdere de claritate, ducând la construcții greoaie, inutil încărcate cu elemente superflue. Fie formula:

$$F: (p \vee q) \wedge (\neg(r \rightarrow (q \vee \neg s)))$$

Pornind de la nivelul cel mai elementar, al componentelor atomice  $p$ ,  $q$ ,  $r$ ,  $s$ , cele patru perechi de paranteze indică următoarea ordine de aplicare a operatorilor logici:

- (i) legarea prin  $\vee$  a lui  $p$  și  $q$ ; negarea lui  $s$ ;
- (ii) legarea prin  $\vee$  a lui  $q$  și  $\neg s$ ;
- (iii) legarea prin  $\rightarrow$  a lui  $r$  (antecedent) cu  $q$  (consecvent);
- (iv) negarea formulei (iii), adică a propoziției condiționale  $r \rightarrow (q \vee \neg s)$ ;
- (v) legarea prin  $\wedge$  a lui  $(p \vee q)$ , rezultată din (i), cu formula rezultată din (iv).

Operatorul care intervine ultimul în construcția unei formule are cea mai mare rază de acțiune și dă denumirea formulei în întregul ei. Astfel, formula  $F$  este o conjuncție; membrul ei din dreapta este o negație a formulei (implicative)  $(r \rightarrow (p \vee \neg s))$  etc.

Pentru economisirea parantezelor în construcția formulelor logice, se pot adopta anumite **convenții**:

I. În primul rând, convenim ca o *subformulă negată* să nu mai fie scrisă între paranteze; această convenție ne permite să eliminăm din formula  $F$  o pereche de paranteze:

$$F' \quad (p \vee q) \wedge \neg(r \rightarrow (q \vee \neg s))$$

II. În al doilea rând, stabilim o *ierarhie a operatorilor după puterea lor de coeziune* (adică de legare a propozițiilor și subformulelor). În ordine, convenim că:

- operatorul  $\wedge$  este mai coeziv decât toți ceilalți operatori binari;
- operatorii  $\vee$  și  $+$  sunt mai coezivi decât operatorii  $\rightarrow$  și  $\leftrightarrow$ ;
- operatorul  $\rightarrow$  este mai coeziv decât operatorul  $\leftrightarrow$ .

Această ierarhie ne permite să aplicăm următoarea *regulă*: acolo unde parantezele nu indică altă grupare, dintre doi sau mai mulți operatori ce figurează într-o formulă, întâi se aplică cel mai coeziv, legând cele mai mici subformule din stânga și dreapta sa, tratând în continuare la fel restul operatorilor din formulă.

Aplicând această regulă, formula  $F'$  poate primi o rescriere și mai economică, pierzând încă un rând de paranteze, fără a pierde, însă, din claritate:

$$F'' \quad (p \vee q) \wedge \neg(r \rightarrow q \vee \neg s)$$

## Exerciții

Eliminați parantezele inutile (superflue) din următoarele formule:

1.  $((\neg p) \wedge q) \vee r \leftrightarrow (q \rightarrow (\neg p))$
2.  $((\neg(p \rightarrow (\neg q))) \vee (r \wedge (\neg p))) \rightarrow (\neg s)$
3.  $\neg(((\neg p) \rightarrow (q \vee r))) \wedge (p \leftrightarrow ((r \wedge (\neg s))))$

## 2.13. Relații de echivalență între operatorii propoziționali

Să recapitulăm definițiile matriciale ale conectorilor inter-propoziționali pe care i-am prezentat până aici:

		(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
$p$	$q$	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p + q$	$p \rightarrow q$	$p \leftrightarrow q$	$p \uparrow q$	$p \downarrow q$
1	1	1	1	0	1	1	0	0
1	0	0	1	1	0	0	1	0
0	1	0	1	1	1	0	1	0
0	0	0	0	0	1	1	1	1

Coloanele (3) și (5) ne arată încă un raport de dualitate între disjuncția exclusivă și echivalență:

(L.4)

$$(p \leftrightarrow q) \leftrightarrow \neg(p + q)$$

**Raportul de dualitate** este foarte important și extrem de util în simplificarea calculului, prin reducerea la minimum a numărului de conectori utilizați. Pe baza echivalențelor (L.2) – (L.4), operatorii  $+$ ,  $\uparrow$  și  $\downarrow$  capătă un

caracter superfluu, oricare dintre ei putând fi substituit prin inversul său dual negat. Astfel,

în loc de

$$\begin{array}{c} p + q \\ p \uparrow q \\ p \downarrow q \end{array}$$

putem utiliza

$$\begin{array}{c} \neg(p \leftrightarrow q) \\ \neg(p \wedge q) \\ \neg(p \vee q) \end{array}$$

Am arătat anterior că echivalența poate fi exprimată, la rândul ei, printr-o implicație reciprocă:

(L.5)

$$(p \leftrightarrow q) \leftrightarrow (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$$

Conform (L.5), echivalența poate fi eliminată, exprimându-se prin intermediul implicației. Dar am văzut că propoziția condițională este echivalentă cu negația unei propoziții conjunctive de forma  $p \wedge \neg q$ ; rezultă

(L.6)

$$(p \rightarrow q) \leftrightarrow \neg(p \wedge \neg q)$$

Conform (L.6), și implicația poate fi eliminată, exprimându-se prin intermediul conjuncției și al negației.

Pe baza acestor identități logice, rămân necesari numai trei *operatori elementari sau primitivi*: negația, conjuncția, disjuncția. Simplificarea calculului prin reducerea numărului operatorilor utilizați nu se oprește însă aici. Calculul propozițional se poate construi cu numai doi operatori primitivi – negația și conjuncția sau negația și disjuncția.

Prin tabele de adevăr putem evidenția de îndată anumite raporturi fundamentale între conjuncție și disjuncție, care permit ca orice expresie conjunctivă să fie transformată într-una disjunctivă și invers, prin intermediul negației. Este suficient să alcătuim un tabel de adevăr cu patru propoziții conjunctive și patru propoziții disjunctive, în care apare și operatorul negației, după cum urmează:

$p$	$q$	$\neg p$	$\neg q$	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
				$p \wedge q$	$\neg p \wedge \neg q$	$\neg(p \wedge q)$	$\neg(\neg p \wedge \neg q)$	$p \vee q$	$\neg p \vee \neg q$	$\neg(p \vee q)$	$\neg(\neg p \vee \neg q)$
1	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1
1	0	0	1	0	0	1	1	1	1	0	0
0	1	1	0	0	0	1	1	1	1	0	0
0	0	1	1	0	1	1	0	0	1	1	0

Se observă cu ușurință patru perechi de propoziții compuse logic echivalente, una dintre ele fiind conjunctivă, cealaltă disjunctivă.

(L.7)

$$p \wedge q \leftrightarrow \neg(\neg p \vee \neg q)$$

(L.8)

$$\neg p \wedge \neg q \leftrightarrow \neg(p \vee q)$$

(L.9)

$$\neg(p \wedge q) \leftrightarrow \neg p \vee \neg q$$

(L.10)

$$\neg(\neg p \wedge \neg q) \leftrightarrow p \vee q$$

Cunoscute încă din Evul Mediu, datorită lui William Occam (c. 1285 – 1349), aceste formule poartă numele lui Augustus de Morgan (1806 – 1878) – unul dintre fondatorii logicii matematice, care le-a reformulat în limbajul simbolic al calculului propozițional.

Toate aceste transformări se efectuează astfel: *pentru substituirea conjuncției prin disjuncție și invers, se neagă întreaga formulă, precum și fiecare membru al ei.*

Nicod a reușit să elimine chiar și negația, reducând prin definiție toți conectorii propoziționali la un singur operator de bază – incompatibilitatea (sau operatorul lui Sheffer).

Cel mai cunoscut și cel mai comod grup de operatori primitivi este cel utilizat în «algebra logică» elaborată de George Boole – grup din care fac parte negația, conjuncția și disjuncția. În funcție de aceștia, ceilalți conectori pot primi următoarele definiții:

$$(D.1.) \quad p \rightarrow q \leftrightarrow \neg p \vee q$$

$$\bullet p \rightarrow q \leftrightarrow \neg(p \wedge \neg q) \quad (L.6)$$

$$\bullet \neg(p \wedge \neg q) \leftrightarrow \neg(\neg(\neg p \vee \neg\neg q)) \quad (L.10)$$

$$\bullet \neg(\neg(\neg p \vee \neg\neg q)) \leftrightarrow \neg p \vee q \quad (L.1)$$

$$(D.2.) \quad (p \leftrightarrow q) \leftrightarrow (\neg p \vee q) \wedge (\neg q \vee p)$$

$$\bullet (p \leftrightarrow q) \leftrightarrow (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p) \quad (L.4)$$

$$\bullet (p \rightarrow q) \leftrightarrow \neg p \vee q \quad (D.1)$$

$$\bullet (q \rightarrow p) \leftrightarrow \neg q \vee p \quad (D.1)$$

$$(D.3) \quad p + q \leftrightarrow (p \wedge \neg q) \vee (q \wedge \neg p)$$

$$\bullet (p + q) \leftrightarrow \neg(p \leftrightarrow q) \quad (L.4)$$

$$\bullet (p \leftrightarrow q) \leftrightarrow (\neg p \vee q) \wedge (\neg q \vee p) \quad (D.2)$$

$$\bullet (p + q) \leftrightarrow \neg(\neg p \vee q \wedge \neg q \vee p) \quad (L.4); (D.2)$$

• prin echivalențele lui de Morgan, aplicate succesiv:

$$\neg(\neg p \vee q \wedge \neg q \vee p) \leftrightarrow \neg(\neg p \vee q) \vee \neg(\neg q \vee p) \leftrightarrow (p \wedge \neg q) \vee (q \wedge \neg p)$$

$$(D.4) \quad p \uparrow q \leftrightarrow \neg p \vee \neg q$$

$$\bullet p \uparrow q \leftrightarrow \neg(p \wedge q) \quad (L.2)$$

$$\bullet \neg(p \wedge q) \leftrightarrow \neg p \vee \neg q \quad (L.9)$$

$$(D.5) \quad p \downarrow q \leftrightarrow \neg p \wedge \neg q$$

$$\bullet p \downarrow q \leftrightarrow \neg(p \vee q) \quad (L.3)$$

$$\bullet \neg(p \vee q) \leftrightarrow \neg p \wedge \neg q \quad (L.8)$$

## Exerciții

1. Notând cu  $p, q, r, \dots$  propozițiile atomice, reprezentați prin formule următoarele expresii propoziționale:

- Dacă spectacolul «Regele Lear» e programat sâmbătă sau duminică, reprezentația nu va avea loc în Sala Mare, ci în sala «Amfiteatru» sau «Atelier».
- Sau îmi cumpăr o rachetă de tenis, și atunci mă voi antrena la un club toată vara, sau îmi cumpăr o barcă pneumatică și merg cu ea la pescuit, dar în nici un caz nu voi cheltui banii la jocuri mecanice sau prin discotecii.
- Degajați structura formală a expresiilor propoziționale 6/7, 7/7 și 8/7.

2. Notând cu  $p, q, r, \dots$  componentele atomice ale următoarelor expresii propoziționale, reprezentați simbolic forma logică a fiecăreia dintre ele:

- Dacă Vlad a venit cu trenul sau cu autobuzul, a sosit după ora 16.
- Dacă Vlad nu a venit cu trenul, ci cu autobuzul, a sosit după ora 16.
- Vlad sau a venit cu trenul, sau a sosit după ora 16, cu autobuzul.
- Vlad nu a venit nici cu trenul, nici cu autobuzul, dar a sosit după ora 16.

- (e) Dacă Vlad a sosit după ora 16, înseamnă că a venit cu trenul, și nu cu autobuzul.

Care dintre aceste expresii propoziționale sunt adevărate și care sunt false în următoarele ipoteze:

- (i) Vlad sosește după ora 16, cu trenul;
- (ii) Vlad sosește înainte de ora 16, cu autobuzul;
- (iii) Vlad sosește înainte de ora 16, cu alt mijloc de transport decât trenul sau autobuzul. (după D. Stoianovici)

3. Dacă  $p$  reprezintă propoziția „Mihai s-a născut în 1932“,  $q$  propoziția „Radu s-a născut în 1924“,  $r$  propoziția „Mihai era mai tânăr decât Radu“,  $s$  propoziția „Mihai a murit în 1990“ și  $t$  propoziția „Radu a trăit mai puțin decât Mihai“ ce expresii propoziționale exprimă formulele:

- (a)  $p \wedge q \rightarrow r$ ;
- (b)  $(p \wedge s) \rightarrow (q \rightarrow t)$ ;
- (c)  $t \wedge (p \rightarrow r)$ ;
- (d)  $\neg p \wedge (\neg r \vee \neg t)$

și ce valoare de adevăr are fiecare?

4. (după P. Suppes)

- (a) Dacă  $p \leftrightarrow q$  reprezintă o propoziție adevărată, iar  $q \vee r$  una falsă, care este valoarea de adevăr a propoziției reprezentate de  $p$ ?
- (b) Dacă formula  $p \leftrightarrow \neg q$  este adevărată, ce putem spune despre formula  $p \vee q$ ? Dar despre  $(p \vee q) \rightarrow r$ ?
- (c) Arătați că dacă formula  $p \rightarrow q$  este falsă, atunci  $q \vee r$  are valoarea de adevăr a lui  $r$ .

## 2.14. Calculul funcțiilor de adevăr prin metoda matricială

Indiferent câte componente atomice și câte conexiuni logice ar cuprinde, orice expresie propozițională poate fi definită ca o *funcție de adevăr*. Fie expresia propozițională:

„Dacă nu ninge și nu bate vântul, mergem să schiem“.

Notăm componentele atomice astfel:  $p$  = „Ninge“;  $q$  = „Bate vântul“;  $r$  = „Mergem să schiem“. Formula care exprimă simbolic expresia propozițională dată este:



$$F_1 (\neg p \wedge \neg q) \rightarrow r$$

Valoarea de adevăr a acestei formule este determinată în mod univoc de valorile alethice ale celor trei componente atomice,  $p$ ,  $q$  și  $r$ , deoarece în construcția ei nu intervin decât operatorii  $\neg$ ,  $\wedge$  și  $\rightarrow$ , definiți prin funcții de adevăr.

Ce valoare logică va avea formula  $F$  în ipoteza  $H_1$ , anume că  $p$  și  $q$  sunt propoziții false, iar  $r$  o propoziție adevărată? Această valoare de adevăr se poate «calcula», adică se poate determina algoritmic, abstracție făcând de orice interpretare semantică, după cum urmează:

- $p$  și  $q$  fiind false, rezultă că  $\neg p$  și  $\neg q$  sunt adevărate;
- $\neg p$  și  $\neg q$  fiind adevărate, conjuncția lor  $\neg p \wedge \neg q$  este adevărată;
- $\neg p \wedge \neg q$  fiind antecedentul adevărat al unei implicații cu consecventul  $r$  adevărat, rezultă că formula este adevărată.

Acest calcul sumar poate fi rezumat scriind deasupra celor trei componente atomice valorile lor de adevăr stabilite prin ipoteză, iar apoi sub operatori, în ordine, valorile ce rezultă conform matricei asociate fiecăruia:

0		0		1
$(\neg p$	$\wedge$	$\neg q)$	$\rightarrow$	$r$
1	$\wedge$	1	$\rightarrow$	1
	1		$\rightarrow$	1
			1	

Dacă luăm în calcul ipoteza  $H_2$ , anume că  $p$ ,  $q$  și  $r$  sunt toate false, atunci calculul decurge astfel:

0		0		0
$(\neg p$	$\wedge$	$\neg q)$	$\rightarrow$	$r$
1	$\wedge$	1	$\rightarrow$	0
	1		$\rightarrow$	0
			0	

Dacă luăm în considerare toate combinațiile posibile de valori logice ale componentelor atomice, calculând pentru fiecare caz valoarea formulei  $F_1$ , aflăm funcția de adevăr ce îi corespunde. Acest calcul se prezintă sub forma unui **tabel de adevăr**.

$p$	$q$	$r$	$\neg p$	$\neg q$	$\neg p \wedge \neg q$	$(\neg p \wedge \neg q) \rightarrow r$
1	1	1	0	0	0	1
1	1	0	0	0	0	1
1	0	1	0	1	0	1
1	0	0	0	1	0	1
0	1	1	1	0	0	1
0	1	0	1	0	0	1
0	0	1	1	1	1	1
0	0	0	1	1	1	0

Numărul de linii dintr-un astfel de tabel (respectiv numărul combinațiilor de valori ale componentelor atomice) este întotdeauna  $2^n$  – unde  $n$  = numărul componentelor atomice din expresia propozițională a cărei funcție de adevăr se calculează. În exemplul de mai sus, expresia având 3 componente atomice, tabelul ei de adevăr are  $2^3 = 8$  linii.  $F_1$  fiind o formulă simplă, se poate afla destul de ușor și fără tabel de adevăr că ea este falsă numai într-un singur caz, atunci când toate componentele ei atomice sunt false. Fiind de formă condițională, formula nu poate fi falsă decât dacă antecedentul ei  $\neg p \wedge \neg q$  este adevărat, iar consecventul  $r$  fals. Or, antecedentul fiind o conjuncție, nu poate fi adevărat decât dacă ambele componente atomice  $\neg p$  și  $\neg q$  sunt adevărate, adică numai dacă  $p$  și  $q$  sunt false. Pentru orice altă distribuție de valori ale componentelor atomice, formula va fi adevărată – fie pentru că antecedentul este fals (liniile 1 – 6), fie deoarece consecventul e adevărat (liniile 1, 3, 5, 7).

Soluția nu e tot atât de facilă în cazul unor formule de structură mai complexă. Fie, de exemplu, formula:

$$F_2 \quad (\neg p \vee \neg q) \rightarrow (p \wedge \neg r)$$

Este tot o formulă condițională, dar antecedentul ei poate fi fals, respectiv consecventul ei poate fi adevărat în mai multe modalități. Funcția de adevăr corespunzătoare formulei  $F_2$  apare în tabelul de mai jos:

$p$	$q$	$r$	$\neg p$	$\neg q$	$\neg r$	$\neg p \vee \neg q$	$p \wedge \neg r$	$(\neg p \vee \neg q) \rightarrow (p \wedge \neg r)$
1	1	1	0	0	0	0	0	1
1	1	0	0	0	1	0	1	1
1	0	1	0	1	0	1	0	0
1	0	0	0	1	1	1	1	1
0	1	1	1	0	0	1	0	0
0	1	0	1	0	1	1	0	0
0	0	1	1	1	0	1	0	0
0	0	0	1	1	1	1	0	0

Din tabel se vede că o  $F_2$  poate fi adevărată în trei feluri și falsă în cinci feluri diferite, în funcție de valorile logice ale componentelor ei atomice.

## 2.15. Formule tautologice, inconsistente și contingente

Fie formulele:

(a)  $\neg p \vee q \rightarrow q$ ;

(b)  $p \rightarrow (q \vee p)$ ;

(c)  $(p \rightarrow q) \leftrightarrow (p \wedge \neg q)$ .

Să calculăm funcțiile de adevăr pe care le exprimă aceste formule. În acest scop, alcătuim următorul tabel de adevăr:

$p$ $q$	$\neg p$	$\neg q$	$\neg p \vee q$	(a) $\neg p \vee q \rightarrow q$	$q \vee p$	(b) $p \rightarrow (q \vee p)$	$p \rightarrow q$	$p \wedge \neg q$	(c) $(p \rightarrow q) \leftrightarrow (p \wedge \neg q)$
1 1	0	0	1	1	1	1	1	0	0
1 0	0	1	0	1	1	1	0	1	0
0 1	1	0	1	1	1	1	1	0	0
0 0	1	1	1	0	0	1	1	0	0

Se observă că formula (a) are valoarea 1 pentru *unele* (trei) combinații de valori logice ale propozițiilor atomice componente și valoarea 0 pentru cea de a patra combinație de valori. O astfel de formulă, care poate avea atât valoarea logică 1, cât și valoarea 0 se numește **contingentă**. Formulele de acest tip sunt adevărate sau false în funcție de valorile alethice ale componentelor lor atomice; adevărul sau falsitatea lor nu pot fi stabilite examinând doar modul în care sunt construite din propoziții simple, ci trebuie cunoscute și valorile logice ale acestora din urmă.

Formula (b) are valoarea 1 pentru *toate* combinațiile de valori ale variabilelor propoziționale. Este un exemplu de formulă **tautologică**. Invariabil adevărate, indiferent de valorile componentelor lor atomice, tautologiile fac inutilă cunoașterea acestora din urmă; ele au valoarea 1 doar în virtutea formei sau modului de compoziție.

În sfârșit, formula (c) are valoarea 0 pentru toate combinațiile posibile de valori ale variabilelor propoziționale componente. Formulele de acest tip se numesc **inconsistente** și sunt false doar în virtutea formei sau modului de compoziție, independent de valorile logice ale propozițiilor atomice din alcătuirea lor.

În mod evident, orice formulă propozițională aparține unuia dintre aceste trei tipuri. Formulele tautologice împreună cu cele contingente alcătuiesc clasa formulelor *consistente* sau *realizabile*: orice asemenea formulă are valoarea 1

pentru cel puțin o combinație de valori ale variabilelor propoziționale componente; cu alte cuvinte, formulele consistente *pot fi adevărate* în anumite combinații de valori. Formulele contingente și cele inconsistente formează laolaltă clasa formulilor *netautologice*: orice astfel de formulă poate avea valoarea 0 pentru cel puțin o combinație de valori ale variabilelor propoziționale componente.

FORMULE	netautologice		
	tautologice	contingente	inconsistente
	consistente		

Informații sau cunoștințe despre lume nu-și găsesc expresia decât în formule contingente; o astfel de formulă oferă informații cu atât mai bogate și mai precise cu cât adevărul ei exclude un număr mai mare de combinații ale valorilor logice ale propozițiilor atomice componente. Fie  $p$  propoziția „Automobilul model  $X$  are motor Diesel” și  $q$  propoziția „Automobilul model  $X$  are tracțiune integrală”. Știind că formula  $\neg p \wedge \neg q$  este adevărată, extragem de aici informația certă că automobilul respectiv nu are motor Diesel și nici tracțiune integrală, deoarece (vezi tabelul următor) formula  $\neg p \wedge \neg q$  poate fi adevărată numai dacă  $p$  și  $q$  au ambele valoarea 0. O formulă precum  $(\neg p \wedge \neg q) \vee p$  oferă mai puține informații certe, deoarece ea nu este falsă decât într-o singură situație, după cum rezultă din tabelul de adevăr:

$p$	$q$	$\neg p$	$\neg q$	$\neg p \wedge \neg q$	$(\neg p \wedge \neg q) \vee p$
1	1	0	0	0	1
1	0	0	1	0	1
0	1	1	0	0	0
0	0	1	1	1	1

Deci se exclude numai ca automobilul să nu aibă motor Diesel și să aibă tracțiune integrală. Adevărul formulei  $(\neg p \wedge \neg q) \vee p$  este compatibil cu trei combinații de valori ale propozițiilor atomice componente: sau mașina are motor Diesel și tracțiune integrală, sau are motor Diesel, dar tracțiune pe o singură punte, sau, în fine, nu are nici motor Diesel, nici tracțiune integrală.

Tautologiile și formulele inconsistente sunt, într-un anumit sens, golite de conținut, căci valoarea lor logică este determinată numai de structura formală; oricum ar fi propozițiile atomice componente, fie acestea adevărate sau false în raport cu faptele, ele rămân invariabil adevărate, respectiv false. Inutilizabile pentru vehicularea informațiilor și a cunoștințelor empirice, tautologiile și expresiile inconsistente prezintă, însă, cel mai mare interes pe terenul logicii, deoarece între componentele și subformulele lor există anumite relații structurale importante, pe care se bazează construcția diferitelor calcule logice. În cadrul acestor calcule, formulele tautologice se mai numesc și **legi logice** (exemple fiind

relațiile din acest manual notate cu  $L.n$ ), iar formulele inconsistente se mai numesc și **contradicții logice**.

În elaborarea unui calcul logic, precum este și logica propozițiilor, ansamblul metodelor standardizate prin intermediul cărora se poate stabili cu maximă precizie valoarea logică a oricărei formule, cât ar fi ea de simplă sau de complexă, se numesc **procedee de decizie**. Metoda matricială, descrisă în acest paragraf, constituie un prim procedeu decizional în calculul propozițiilor, întrucât ne permite să stabilim pentru orice formulă scrisă în «vocabularul» acestui calcul dacă este tautologie, contradicție logică sau propoziție contingent-realizabilă.

## Exerciții

1. Calculați funcțiile de adevăr determinate de formulele:

a)  $[(\neg(p \wedge \neg q) \vee (p \leftrightarrow r)) \rightarrow q]$ ;

b)  $[(p \wedge q) \rightarrow r] \leftrightarrow (p \vee \neg r)$ ;

c)  $[p + (\neg q \wedge r)] \rightarrow (p \uparrow q)$ ;

d)  $[(\neg p \downarrow q) \wedge (\neg p \vee \neg r)] \rightarrow (\neg p \leftrightarrow r)$ .

2. Stabiliți care dintre formulele următoare sunt tautologice, contingente și, respectiv, inconsistente, calculând prin metoda matricială funcțiile de adevăr pe care le determină:

a)  $p \rightarrow (q \wedge p)$ ;

b)  $(\neg p \vee q) \rightarrow q$ ;

c)  $(p \wedge q) \rightarrow [(p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q)]$ ;

d)  $(p \leftrightarrow q) \leftrightarrow (p + q)$ ;

e)  $[(\neg p \vee q) \wedge (\neg q \vee r)] \rightarrow (p \rightarrow r)$ ;

f)  $[(p \wedge q) \rightarrow r] \leftrightarrow (p \vee \neg r)$ ;

g)  $p \wedge (p \vee q) \leftrightarrow \neg[p \vee (p \wedge r)]$ .

## 2.16. Calculul funcțiilor de adevăr prin reducerea progresivă a variabilelor

Metoda matricială este cel mai simplu procedeu decizional în logica propozițiilor. Simplitatea și claritatea metodei matriciale sunt însă însoțite de un neajuns considerabil: atunci când numărul variabilelor propoziționale este mai mare de trei, procedeu devine extrem de laborios până la impracticabil. Aplicând

regula enunțată în paragraful precedent, un tabel de adevăr al unei funcții propoziționale cu numai 5 variabile ar avea  $2^5 = 32$  de linii!

Un alt procedeu de calcul, numit metoda reducerii progresive a variabilelor (sau metoda deciziei prescurtate) poate suplini într-o măsură acceptabilă acest neajuns. Procedeu se bazează pe anumite proprietăți ale operatorilor definiți ca funcții de adevăr, grație cărora se poate afla mai rapid pentru ce combinații de valori alethice ale propozițiilor atomice componente o anumită formulă este adevărată sau falsă. Reducerea progresivă a variabilelor poate fi considerată o variantă prescurtată a calculului matricial. Fie formula:

$$F_3 \quad [p \rightarrow (p + q)] \vee \neg p$$

- Dacă presupunem că  $p = 0$ , urmează că  $\neg p = 1$ .
- Cum  $\neg p$  este unul din termenii unei disjuncții,  $\neg p$  fiind adevărat, independent de valoarea celui alt termen al disjuncției, respectiv subformula dintre parantezele drepte, formula va fi adevărată. Am stabilit astfel că pe jumătate din tabelul de adevăr al formulei  $F_3$  – anume jumătatea în care  $p = 0$  – formula este adevărată, indiferent ce valori ar avea  $q$  și subformulele  $(p + q)$ , respectiv  $[p \rightarrow (p + q)]$ .
- Dacă presupunem acum că  $p = 1$ , atunci  $\neg p = 0$ , iar valoarea de adevăr a întregii formule va depinde de primul membru al expresiei disjunctive: când  $[...] = 1$ ,  $F_3$  este adevărată ca disjuncție cu un membru adevărat; când  $[...] = 0$ ,  $F_3$  este falsă, întrucât ambii membri ai disjuncției sunt falși.
- Păstrând ipoteza că  $p = 1$ , vedem ce se întâmplă cu propoziția condițională  $p \rightarrow (q + q)$ ; având antecedentul adevărat, implicația va fi adevărată sau falsă în funcție de valoarea consecventului  $p + q$ : dacă acesta este adevărat, implicația este adevărată – dacă e fals, atunci și implicația va fi, la rândul ei, falsă.
- Considerăm disjuncția exclusivă  $p + q$ , păstrând ipoteza că  $p = 1$ . Valoarea formulei  $p + q$  depinde exclusiv de valoarea logică a lui  $q$ ; dacă  $q = 0$ , disjuncția exclusivă este adevărată, dacă  $q = 1$ , formula  $p + q$  este falsă.
- Concluzia finală este aceea că dacă  $p = 1$ ,  $F_3$  este adevărată atunci când  $q = 0$  și falsă atunci când  $q = 1$ . Formula nu este, deci, nici tautologică, nici inconsistentă, ci o expresie contingentă.

Aplicarea acestui procedeu de calcul prescurtat presupune utilizarea unor reguli foarte simple, care se deduc din definițiile matriciale ale operatorilor propoziționali. Iată aceste reguli:

(R.1)

$$A \wedge 1 = A$$

Simbolizând o propoziție simplă sau compusă, deci o formulă, indiferent cât de complexă, meta-variabila „A” poate lua valorile 1 sau 0; dacă  $A = 1$ , conjuncția este adevărată, dacă  $A = 0$ , conjuncția este falsă; deci valoarea lui A dă valoarea logică a conjuncției sale cu o propoziție sau formulă adevărată.

(R.2)

$$(A \wedge 0) = 0$$

Termenul fals face ca, indiferent de valoarea lui A, conjuncția să fie falsă. Prin raționamente similare se deduc și regulile pentru ceilalți operatori:

(R.3)

$$(A \vee 1) = 1$$

(R.10)

$$(A \leftrightarrow 0) = \neg A$$

(R.4)

$$(A \vee 0) = A$$

(R.11)

$$(A + 1) = \neg A$$

(R.5)

$$(A \rightarrow 1) = 1$$

(R.12)

$$(A + 0) = A$$

(R.6)

$$(A \rightarrow 0) = \neg A$$

(R.13)

$$(A \uparrow 1) = \neg A$$

(R.7)

$$(1 \rightarrow A) = A$$

(R.14)

$$(A \uparrow 0) = 1$$

(R.8)

$$(0 \rightarrow A) = 1$$

(R.15)

$$(A \downarrow 1) = 0$$

(R.9)

$$(A \leftrightarrow 1) = A$$

(R.16)

$$(A \downarrow 0) = \neg A$$

Numim aceste formule **reguli de reducere** deoarece, prin utilizarea lor, un operator care conectează un membru cu valoarea alethică nedeterminată și un alt membru cu valoare logică determinată (deci o parte variabilă și o constantă alehică) poate fi redus sau eliminat, înlocuindu-se întreaga formulă cu una din componentele sale.

Notând  $H_n$  „ipoteza 1, 2, ..., n” și cu semnul  $\Rightarrow$  „decurge, urmează că...”, și aplicând regulile de reducere, calculul formulei  $F_3$  se poate scrie după cum urmează:

$$H_1 \quad p = 0 \Rightarrow [0 \rightarrow (0 + q) \vee 1] \quad 1 \quad (R.3)$$

$$H_2 \quad p = 1 \Rightarrow [1 \rightarrow (1 + q) \vee 0] \quad 1 \rightarrow (1 + q) \quad (R.4)$$

$$1 + q \quad (R.7)$$

$$\neg q \quad (R.11)$$

$$H_3 \quad q = 0 \Rightarrow \neg q = 1$$

$$H_4 \quad q = 1 \Rightarrow \neg q = 0$$

În concluzie,  $F_{20}$  este o formulă contingentă.

Iată cum funcționează procedeul în cazul unor formule cu mai multe componente atomice. Fie formula:

$$F_4 \quad \neg[\neg p \vee (q \wedge r)] \rightarrow p$$

$$\begin{array}{lcl} H_1 \quad p = 0 & \Rightarrow & \neg[1 \vee (q \wedge r)] \rightarrow 0 \\ & & \neg[1 \vee (q \wedge r)] \quad (R.6); \\ & & 0 \quad (R.3); (L.1) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} H_2 \quad p = 1 & \Rightarrow & \neg[0 \vee (q \wedge r)] \rightarrow 1 \\ & & 1 \quad (R.5) \end{array}$$

Foarte rapid am stabilit, numai în funcție de valorile lui  $p$ , independent de valorile logice ale lui  $q$  și  $r$ , că  $F_4$  este contingentă. La fel de rapid se determină și valoarea de adevăr a unei formule cu patru componente atomice, al cărei tabel de adevăr ar avea 16 linii.

$$F_5 \quad (p \wedge q \rightarrow r) \vee (\neg p \wedge \neg q) \rightarrow s$$

$$\begin{array}{lcl} H_1 \quad p = 0 & \Rightarrow & (0 \wedge q \rightarrow r) \vee (1 \wedge \neg q) \rightarrow s \\ & & (0 \rightarrow r) \vee \neg q \rightarrow s \quad (R.2); (R.1) \\ & & 1 \vee \neg q \rightarrow s \quad (R.8) \\ & & 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} H_2 \quad p = 1 & \Rightarrow & (1 \wedge q \rightarrow r) \vee (0 \wedge \neg q) \rightarrow s \\ & & q \rightarrow r \vee 0 \rightarrow s \quad (R.1); (R.2) \\ & & q \rightarrow r \vee 1 \quad (R.8) \\ & & 1 \end{array}$$

$F_5$  este o tautologie. Și în acest caz am determinat caracterul tautologic al expresiei numai în funcție de valorile alethice ale lui  $p$ , independent de valorile logice pe care le-ar lua  $q$  și  $r$ .

## Exerciții

Stabiliți prin reducerea progresivă a variabilelor care dintre următoarele formule sunt tautologice, contingente sau inconsistente:

1.  $\neg(p \wedge q) \leftrightarrow \neg p \vee \neg q$
2.  $(p \wedge q \rightarrow r) \leftrightarrow (q \wedge \neg r \rightarrow \neg p)$
3.  $[p \wedge (p \vee q)] \leftrightarrow \neg[p \vee (p \wedge r)]$
4.  $[p \vee (\neg q \wedge r)] \rightarrow \neg p \vee q$
5.  $(\neg q \rightarrow \neg p \vee r) \leftrightarrow [(\neg r \rightarrow \neg q) \rightarrow p]$



## 2.17. Alte echivalențe logice în calculul propozițional

Întrucât sunt invariabil adevărate, independent de valorile alethice ale propozițiilor atomice componente, toate tautologiile sunt logic echivalente. Unele tautologii sunt însă mai interesante decât altele, deoarece au diferite aplicații în construcția calculului propozițional. Cele mai multe dintre aceste tautologii remarcabile sunt de formă bicondițională. Prin metodele de calcul prezentate, cititorul poate verifica singur că echivalențele (L.1) – (L.10), enunțate în paragrafele anterioare, sunt formule tautologice. Utilizând aceleași metode de calcul, se poate demonstra că și echivalențele ce urmează sunt, de asemenea, tautologice.

(L.11)	$(p \wedge p) \leftrightarrow p$
(L.12)	$(p \wedge q) \leftrightarrow (q \wedge p)$
(L.13)	$[(p \wedge q) \wedge r] \leftrightarrow [p \wedge (q \wedge r)]$
(L.14)	$(p \vee p) \leftrightarrow p$
(L.15)	$(p \vee q) \leftrightarrow (q \vee p)$
(L.16)	$[(p \vee q) \vee r] \leftrightarrow [p \vee (q \vee r)]$

Formulele (L.11) și (L.14) exprimă o proprietate comună conjuncției și disjuncției, numită *idempotență*; alte proprietăți comune celor doi conectori sunt *comutativitatea* – (L.12) și (L.15) și *asociativitatea* – (L.13) și (L.16). Următoarele două echivalențe logice exprimă *distributivitatea* reciprocă a conjuncției și disjuncției:

(L.17)	$p \wedge (q \vee r) \leftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
(L.18)	$p \vee (q \wedge r) \leftrightarrow (p \vee q) \wedge (p \vee r)$

Iată și câteva proprietăți și transformări ale implicației:

(L.19)	$(p \rightarrow q) \leftrightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)$
(L.20)	$(p \wedge q \rightarrow r) \leftrightarrow [p \rightarrow (q \rightarrow r)]$
(L.21)	$(p \wedge q \rightarrow r) \leftrightarrow (p \wedge \neg r \rightarrow \neg q)$
(L.22)	$(p \wedge q \rightarrow r) \leftrightarrow q \wedge \neg r \rightarrow \neg p$

Formula (L.19) se numește *legea contrapozității*, iar (L.20) *legea exportăției*; aceste formule au legătură cu procedeul demonstrației indirecte sau prin reducere la absurd.

Menționăm în încheierea acestui paragraf expresia simbolică și întemeierea în calculul propozițional a principiilor logice din logica tradițională.

(L.23)

$$p \rightarrow p$$

Reiterând implicația se poate extrage ușor de aici identitatea logică a unei propoziții sau formule cu ea însăși:  $p \leftrightarrow p$ . Este clasicul *principiu al identității* care, dincolo de aspectul formal, într-o interpretare semantică, exprimă cerința obligatorie ca, în același context sau în desfășurarea până la capăt a unui șir de demonstrații, o anumită propoziție sau formulă să își păstreze nemodificată semnificația și proprietățile logice.

(L.24)

$$\neg(p \wedge \neg p)$$

Această formulă enunță *principiul non-contradicției*: conjuncția unei propoziții sau formule cu propria negație este inevitabil falsă. Din acest motiv,  $A \wedge \neg A$  este expresia generică pentru orice contradicție sau formulă inconsistentă, întrucât oricare ar fi valoarea logică a lui  $A$ , conjuncția ei cu propria negație face ca unul din membrii conjuncției să fie inevitabil fals, astfel încât falsă va fi și propoziția compusă conjunctivă.

(L.25)

$$p \vee \neg p$$

Această formulă exprimă clasicul *principiu al terțului exclus*: disjuncția unei propoziții cu propria negație este inevitabil adevărată, ceea ce se subînțelege fiind faptul că  $p$  și negația sa,  $\neg p$ , epuizează sfera posibilităților; ori e adevărat  $p$ , ori e adevărat  $\neg p$ , a treia posibilitate fiind exclusă. Formula  $A \vee \neg A$  este expresia generică a formulelor tautologice, întrucât orice valoare alethică ar lua  $A$ , una din componentele disjuncției este adevărată, suficient pentru ca propoziția compusă disjunctivă să fie în toate cazurile adevărată.

## 2.18. Forme normale în calculul propozițional

Un alt procedeu de decizie în calculul propozițional, ceva mai elaborat, prin care putem determina dacă o formulă oarecare este tautologie, contingentă sau inconsistentă se bazează pe reducerea formulei respective la o formă normală cu care este logic echivalentă.

### 2.18.1. Ce sunt formele normale ?

Există anumite expresii care posedă unele proprietăți structurale din care se pot deduce alte proprietăți pentru expresia dată și pentru orice altă expresie echivalentă; ele se numesc **expresii canonice** sau **normale**.

Dacă în aritmetică se cere ca din șirul de fracții

$$\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{4}{12} = \frac{8}{24} = \dots$$

să se aleagă fracția având calitatea de a reprezenta univoc pe oricare din mulțimea fracțiilor considerate, atunci va trebui să găsim o astfel de fracție având proprietăți ce nu mai aparțin nici unei alte fracții din mulțimea considerată. O astfel de fracție este aceea care posedă proprietatea de a fi ireductibilă – în cazul nostru  $1/3$ . Prin urmare, dacă o fracție  $a/b$  este ireductibilă, putem spune că ea reprezintă univoc toate fracțiile din mulțimea considerată.

Și în logica propozițiilor există expresii standard la care pot fi reduse prin transformări echivalente alte expresii și care, datorită proprietăților lor structurale, ne permit să decidem asupra valorii tuturor expresiilor logic echivalente cu ele. Astfel de expresii se numesc «forme normale».

Aceste forme normale se construiesc în funcție de clasa operatorilor de bază. Aici vom considera formele normale în «algebra Boole», adică cele construite cu operatorii  $\neg$ ,  $\wedge$ ,  $\vee$ . În funcție de operatorul principal (care dă și denumirea funcției de adevăr) avem două forme normale: *forma normală conjunctivă (f.n.c.)* și *forma normală disjunctivă (f.n.d.)*.

#### Definiții

df.1 Numim *termeni primi* variabilele și negațiile lor.

$$(p, q, r, \dots, \neg p, \neg q, \neg r, \dots)$$

df.2. Numim *conjuncție primă* orice termen prim și orice conjuncție de termeni primi.

$$(p, \neg q, p \wedge q, \neg p \wedge q, \dots)$$

df.3 Numim *disjuncție primă* orice termen prim și orice disjuncție de termeni primi.

$$(p, \neg q, p \vee q, p \vee \neg q, \dots)$$

#### Observatii

- se admite și cazul unor conjuncții sau disjuncții cu un singur membru;
- în anumite cazuri, una și aceeași expresie poate fi tratată ca membru al unei conjuncții / disjuncții cu un singur membru;

- se poate vorbi de conjuncții și disjuncții cu o mulțime vidă de argumente; conjuncțiile / disjuncțiile cu un singur membru pot fi tratate ca având restul membrilor vizi.

df.4 Numim *formă normală conjunctivă* (f.n.c.) conjuncția oricărei mulțimi de disjuncții prime.

df.5 Numim *formă normală disjunctivă* (f.n.d.) disjuncția oricărei mulțimi de conjuncții prime.

## 2.18.2. Proprietăți ale formelor normale

- Negația cade numai pe variabilele propoziționale.
- Operatorul care dă denumirea formei normale nu apare în membrii expresiei.
- Prin definiție, în formele normale nu apar alți operatori în afară de  $\neg$ ,  $\wedge$ ,  $\vee$ .

## 2.18.3. Cum se decide cu ajutorul formelor normale

Orice formulă corect alcătuită în calculul propozițional poate fi transformată, pe baza unor reguli și definiții, într-o formă normală logic echivalentă cu ea. Odată ce am stabilit dacă forma normală este tautologică, inconsistentă sau contingentă, am determinat totodată în ce clasă de formule se înscrie orice expresie logic echivalentă cu ea. Înainte de a vedea cum se aduce o expresie propozițională oarecare la o formă normală, trebuie să înțelegem cum stabilim în ce clasă de formule se înscrie o expresie în formă normală.

În primul rând stabilim două corelații inițiale între anumite proprietăți structurale și valoarea logică.

(a) Expresia de forma  $A \vee \neg A$  este întotdeauna adevărată. (L.25)

(b) Expresia de forma  $A \wedge \neg A$  este întotdeauna falsă. (L.24)

Prin urmare, putem scrie peste tot:  $(A \vee \neg A) = 1$  și  $(A \wedge \neg A) = 0$ . Pe de altă parte,  $A \vee \neg A$  poate face parte dintr-un membru disjunctiv al unei formule conjunctive, iar  $A \wedge \neg A$  poate face parte dintr-un membru conjunctiv al unei formule disjunctive.

Fie  $\beta \vee A \vee \neg A$  o disjuncție în care  $\beta$  reprezintă restul membrilor. Deoarece  $A \vee \neg A = 1$ , formula inițială se reduce la  $\beta \vee 1$ , adică la o expresie tautologică, întotdeauna adevărată, conform (R.3).

Fie apoi  $\beta \wedge A \wedge \neg A$  o conjuncție în care  $\beta$  reprezintă restul membrilor. Întrucât  $A \wedge \neg A = 0$ , formula conjunctivă se reduce la  $\beta \wedge 0$ , adică la o contradicție logică, întotdeauna falsă, conform (R.2).

De aici rezultă că dacă o conjuncție este formată numai din membri de forma  $\beta \vee A \vee \neg A$ , atunci fiecare membru al ei va fi adevărat și deci toată conjuncția va fi adevărată. Iar dacă o propoziție compusă disjunctivă este formată numai din membri de forma  $\beta \wedge A \wedge \neg A$ , atunci fiecare membru al ei va fi fals și deci toată expresia disjunctivă va fi falsă. (În ambele situații se presupune că  $\beta$  poate fi și vid.)

Se desprind deci următoarele **criterii de decizie în formele normale**:

- I. Dacă în fiecare membru al unei f.n.c. este conținută o expresie de forma  $A \vee \neg A$ , atunci forma normală reprezintă o *expresie tautologică*.
- II. Dacă în fiecare membru al unei f.n.d. este conținută o expresie de forma  $A \wedge \neg A$ , atunci forma normală reprezintă o *funcție inconsistentă*.
- III. Oricare expresie din clasa de expresii echivalente cu forma normală respectivă va avea aceeași valoare ca și forma normală.
- IV. Pentru a decide dacă o expresie oarecare este tautologică, inconsistentă sau contingentă este suficient să o aducem la forma normală; dacă nu are loc nici cazul I, nici cazul II, avem o *funcție contingentă*.

## 2. 18. 4. Cum se aduce o expresie propozițională la forma normală

Procedeul standard parcurge următorii pași:

- a) Dacă în expresia dată există operatori diferiți de cei admiși în formele normale, aceștia se elimină conform definițiilor (D.1) – (D.5). Astfel, în loc de  $A \rightarrow B$  vom scrie  $\neg A \vee B$ , în loc de  $A \uparrow B$  scriem  $\neg(A \wedge B)$  etc.
- b) Dacă negația nu cade numai pe variabilele propoziționale, se coboară pe variabile conform următoarelor reguli:
  - $r_1 \quad \neg \neg A$  se înlocuiește cu  $A$  (L.1)
  - $r_2 \quad \neg(A \wedge B)$  se înlocuiește cu  $\neg A \vee \neg B$  (L.9)
  - $r_3 \quad \neg(A \vee B)$  se înlocuiește cu  $\neg A \wedge \neg B$  (L.8)
- c) După efectuarea operațiilor (a) și (b), aducem expresia la forma normală dorită, aplicând regulile de asociativitate și distributivitate (L.13), (L.16), (L.17), (L.18).

Vom ilustra în continuare modul în care se aplică aceste reguli.

**Exemplul 1**

Să se aducă la forma normală expresia:

$$E_1 [(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow (p \rightarrow r)$$

Eliminăm operatorul implicației, conform (D.1)

$$\neg[(\neg p \vee q) \wedge (\neg q \vee r)] \vee (\neg p \vee r)$$

Coborâm negația pe variabilele propoziționale:

$$\neg(\neg p \vee q) \vee \neg(\neg q \vee r) \vee \neg p \vee r \leftrightarrow (p \wedge \neg q) \vee (q \wedge \neg r) \vee \neg p \vee r$$

Am obținut o f. n. d. Conform criteriului de decizie, ea nu reprezintă o contradicție și deci nici expresia dată, echivalentă cu ea, nu este inconsistentă. Trebuie să mai verificăm dacă expresia nu este cumva tautologică; în acest scop, este necesar să o aducem la f. n. c., distribuind de câteva ori disjuncția față de conjuncție. Pentru simplificarea notației, scriem expresia fără semnul disjuncției, considerându-l subînțeles:

$$(p \wedge \neg q)(q \wedge \neg r) \neg p r$$

Distribuind  $\neg p r$  față de  $(q \wedge \neg r)$  obținem:

$$(p \wedge \neg q)(\neg p r q \wedge \neg p r \neg r)$$

Distribuind apoi  $(p \wedge \neg q)$  față de  $(\neg p r q \wedge \neg p r \neg r)$  obținem:

$$[(p \wedge \neg q) \neg p r q] \wedge [(p \wedge \neg q) \neg p r \neg r]$$

Prin ultima distribuție obținem:

$$\neg p r q p \wedge \neg p r q \neg q \wedge \neg p r \neg r p \wedge \neg p r \neg r \neg r$$

Reordonând variabilele (pe baza comutativității) și scriind acum și disjuncțiile subînțelese, obținem f. n. c.

$$(p \vee \neg p \vee q \vee r) \wedge (p \vee q \vee \neg q \vee r) \wedge (p \vee \neg p \vee r \vee \neg r) \wedge (\neg p \vee \neg q \vee r \vee \neg r)$$

Se observă ușor că fiecare membru al formulei conjunctive conține cel puțin o subformulă de forma  $A \vee \neg A$ ; prin urmare, atât f. n. c., cât și  $E_1$ , logic echivalentă cu ea, sunt tautologice.

**Exemplul 2**

Să se aducă la forma normală expresia:

$$E_2 \neg[p \rightarrow (q \rightarrow p)]$$

Prin transformări succesive aducem expresia dată la forma normală.

$$E_2 \leftrightarrow \neg[\neg p \vee (\neg q \vee p)] \leftrightarrow p \wedge \neg(\neg q \vee p) \leftrightarrow p \wedge q \wedge \neg p$$

Ultima expresie poate fi tratată atât ca f. n. c. cu membrii  $p$ ,  $\neg p$ ,  $q$ , cât și ca f. n. d. cu un singur membru. În cel din urmă caz, ea conține o subformulă de forma  $A \wedge \neg A$ , ceea ce înseamnă că este, ca și  $E_2$ , o funcție inconsistentă.

### Exemplul 3

Să se aducă la forma normală expresia  $E_3 : (p \wedge q) \leftrightarrow p$

$$E_3 \leftrightarrow [(p \wedge q) \rightarrow p] \wedge [p \rightarrow (p \wedge q)] \leftrightarrow$$

$$[\neg(p \wedge q) \vee p] \wedge [\neg p \vee (p \wedge q)] \leftrightarrow (\neg p \vee \neg q \vee p) \wedge [\neg p \vee (p \wedge q)] \leftrightarrow$$

$$(\neg p \vee \neg q \vee p) \wedge (\neg p \vee p) \wedge (\neg p \vee q)$$

F. n. c. pe care am obținut-o nu este tautologică. Urmează să vedem dacă nu este cumva o expresie inconsistentă. În acest scop, trebuie să obținem f. n. d. Pentru simplificare, eliminăm din scriere conjuncția, pe care o subînțelegem.

$$(p \vee \neg p \vee \neg q) (p \vee \neg p) (\neg p \vee q) \leftrightarrow$$

$$(p \vee \neg p \vee \neg q) (p \neg p \vee pq \vee \neg p \neg p \vee \neg p q) \leftrightarrow$$

$$pp\neg p \vee ppq \vee p\neg p \neg p \vee p\neg p q \vee p\neg p \neg p \vee p\neg p q \vee \neg p \neg p \neg p \vee \neg p \neg p q \vee p\neg p \neg p q \vee \neg p \neg p q$$

Observăm că în f. n. d. astfel obținută o serie de membri se repetă; conform (L.11) și (L.14) – idempotența conjuncției și, respectiv, a disjuncției —, putem reduce acești termeni, mai întâi în interiorul termenilor conjunctivi, apoi chiar termenii conjunctivi care se repetă în șirul de disjuncții. În final, rămânem cu expresia:

$$(p \wedge \neg p) \vee (p \wedge q) \vee (p \wedge \neg p \wedge q) \vee (p \wedge \neg p \wedge \neg q) \vee$$

$$\vee (\neg p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q \wedge \neg q) \vee (p \wedge q \wedge \neg q)$$

După cum se vede, f. n. d. nu este o funcție inconsistentă; rezultă că  $E_3$ , logic echivalentă cu cele două forme normale, este o funcție contingentă.

### Exemplul 4

Să se aducă la forma normală expresia  $E_4 : (p \uparrow q) \wedge (q \uparrow p)$

$$E_4 \leftrightarrow (\neg p \vee \neg q) \wedge (\neg q \vee \neg p)$$

F. n. c. ne arată că  $E_4$ , logic echivalentă cu ea, nu este tautologică; o transformăm în f. n. d.

$$(\neg p \vee \neg q) (\neg q \vee \neg p) \leftrightarrow$$

$$(\neg p \wedge \neg q) \vee (\neg q \wedge \neg p) \vee (\neg p \wedge \neg p) \vee (\neg p \wedge \neg q)$$

F. n. d. ne arată că  $E_4$  nu este nici inconsistentă. Avem, deci, o expresie contingentă.

## Exerciții

1. Demonstrați prin metoda formelor normale că formulele (L.11) – (L.22) sunt tautologice (legi logice).

2. Determinați ce fel de expresii (tautologice, contingente sau inconsistente) sunt următoarele formule:

- a)  $[p \vee (\neg q \wedge r)] \rightarrow (\neg p \vee q)$
- b)  $[(p \vee q) \vee r] \rightarrow [(\neg r \wedge q) \rightarrow \neg p]$
- c)  $[(p \rightarrow q) \wedge (\neg r \rightarrow q)] \rightarrow (\neg p \rightarrow r)$
- d)  $[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow (p \rightarrow r)$
- e)  $\neg[p \rightarrow (q \rightarrow p)]$

3. Stabiliți prin metoda formelor normale care dintre următoarele formule este logic echivalentă cu expresia  $(p \wedge q) \rightarrow r$  și care cu expresia  $(p \vee q) \rightarrow r$ : a)  $p \rightarrow (q \rightarrow r)$ ; b)  $q \rightarrow (p \rightarrow r)$ ; c)  $(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)$ ; d)  $(p \rightarrow r) \vee (q \rightarrow r)$ .

4. Să se determine valorile de adevăr ale următoarelor expresii propoziționale, utilizându-se toate procedeele de calcul cunoscute:

- a)  $(p \wedge q) \rightarrow \neg p$ ; b)  $p \rightarrow (\neg q \vee p)$ ; c)  $q \rightarrow (p \rightarrow q)$ ; d)  $(p \vee p) \rightarrow p$ ;
- e)  $(p \vee \neg q) \rightarrow q$ ; f)  $(p \rightarrow q) \rightarrow (q \rightarrow p)$

## 2.19. Relații logice între expresii propoziționale

Oricât de importantă în construcția calculului logice, detașarea tautologiilor din mulțimea formelor propoziționale nu constituie o sarcină ultimă a teoriei logice. După cum am văzut, logica este o teorie a inferențelor deductive; se cer definite, așadar, criterii precise de testare a validității raționamentelor cu propoziții compuse. Raționamentul fiind o înălțuire de propoziții, trebuie să precizăm tipurile de relații în care se pot găsi expresiile propoziționale.



Să considerăm următoarele expresii:

1/18 „Dacă are febră, bolnavul va fi internat. “

2/18 „Dacă are febră și pulsul accelerat, bolnavul va fi internat. “

3/18 „Dacă bolnavul nu va fi internat, deși are pulsul accelerat, înseamnă că nu are febră. “

4/18 „Deși are febră și pulsul accelerat, bolnavul nu va fi internat. “

Notăm propozițiile atomice astfel:

- $p$  = „Bolnavul are febră“
- $q$  = „Bolnavul are pulsul accelerat“
- $r$  = „Bolnavul va fi internat“

Expresiile propoziționale se exprimă simbolic prin formulele:

(A)  $p \rightarrow q$ ; (B)  $(p \wedge q) \rightarrow r$ ; (C)  $(\neg r \wedge q) \rightarrow \neg p$ ; (D)  $p \wedge q \wedge \neg r$ ,

pentru care alcătuim următorul tabel de adevăr:

$p$	$q$	$r$	$\neg p$	$\neg r$	(A)	$p \wedge q$	(B)	$\neg r \wedge q$	(C)	(D)
1	1	1	0	0	1	1	1	0	1	0
1	1	0	0	1	0	1	0	1	0	1
1	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0
1	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0
0	1	1	1	0	1	0	1	0	1	0
0	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0
0	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0
0	0	0	1	1	1	0	1	0	1	0

Din tabel se constată următoarele tipuri de relații logice:

a) Formulele (B) și (C) au în toate cazurile posibile aceeași valoare de adevăr; pentru orice combinație de valori logice ale componentelor lor atomice, formulele (B) și (C) sunt ori împreună adevărate, ori împreună false. Astfel de propoziții se numesc **logic echivalente** și, în orice context, se pot substitui una prin cealaltă.

b) Formulele (C) și (D) au pe toate liniile din tabel valori ale logice opuse; orice valoare logică ar lua una dintre ele, cealaltă are valoarea logică opusă (indiferent care dintre ele este, de fapt, adevărată). Astfel de formule se numesc **contradictorii** sau **reciproc inconsistente**; oricare din ele este logic echivalentă cu negația celeilalte.

c) Privind coloanele (A) și (B), se observă că ori de câte ori formula (A) este adevărată, tot adevărată este și formula (B) – nu însă și reciproc. Raportul dintre aceste două formule este de așa natură încât dacă am ști că (A) este

adevărată, am putea fi siguri că și (B) este tot adevărată; cu alte cuvinte, din adevărul *presupus* al celei dintâi decurge *în mod necesar* adevărul celei de-a doua. Vom spune că formula (B) este **consecință logică** a formulei (A) sau că (A) **implică logic** (B).

Un **raționament** nu este altceva decât o mulțime de  $n$  propoziții, numite *premise*, care implică logic o altă propoziție, *concluzia*. Din acest motiv, o definiție riguroasă a raportului de implicație logică dintre  $n$  expresii propoziționale ne oferă un criteriu precis de testare a validității raționamentelor cu propoziții compuse.

**Definiție:** O mulțime de propoziții  $X_1, X_2, \dots, X_n$  (unde  $n \geq 2$ ) implică logic o propoziție  $Y$  dacă pentru toate combinațiile de valori logice ale componentelor atomice din  $X_1, X_2, \dots, X_n, Y$ , care fac simultan adevărate propozițiile  $X_1, X_2, \dots, X_n$  este adevărată și propoziția  $Y$ .

## 2.20. Testarea matricială a validității raționamentelor

Din definiția precedentă rezultă că un raționament este valid atunci când mulțimea  $X_1, X_2, \dots, X_n$  a premiselor sale implică logic concluzia; altfel spus, într-un raționament valid concluzia este consecința logică a premiselor: pentru toate combinațiile de valori logice ale componentelor atomice, care fac *toate premisele* raționamentului *simultan adevărate*, și *concluzia* trebuie să fie tot *adevărată*.

Să considerăm un raționament foarte simplu:

Dacă ai fi frecventat orele de curs și ai fi învățat,  
ai fi promovat examenul de logică.

Nu ai promovat, deși ai frecventat orele de curs.

---

Deci, nu ai învățat.

Notăm propozițiile atomice:  $p$  = „Ai (fi) frecventat orele de curs”;  $q$  = „Ai (fi) învățat”;  $r$  = „Ai (fi) promovat examenul”. Traduse în formule, expresiile propoziționale se înfățișează astfel:

(A)  $(p \wedge q) \rightarrow r$

(B)  $\neg r \wedge p$

---

(C)  $\neg q$

Verificăm printr-un tabel de adevăr dacă premisele implică logic concluzia acestui raționament:

$p$	$q$	$r$	$\neg r$	$p \wedge q$	(A)	(B)	(C)
1	1	1	0	1	1	0	0
1	1	0	1	1	0	1	0
1	0	1	0	0	1	0	1
1	0	0	1	0	1	1	1
0	1	1	0	0	1	0	0
0	1	0	1	0	1	0	0
0	0	1	0	0	1	0	1
0	0	0	1	0	1	0	1

Se vede că o singură combinație de valori logice ale componentelor atomice face simultan adevărate ambele premise – situație în care și concluzia are valoarea 1; deci, raționamentul este valid.

Iată cum arată tabelul de adevăr al unui raționament invalid:

Dacă ești modest, atunci dacă reușești în carieră, vei fi invidiat.

Dacă ești invidiat, înseamnă că ești modest.

Deci, dacă ești invidiat, înseamnă că ești modest.

Propozițiile atomice sunt:  $p$  = „Ești modest”;  $q$  = „Reușești în carieră”;  $r$  = „Ești invidiat”. Iată și formulele care exprimă premisele și concluzia acestui raționament:

(A)  $p \rightarrow (q \rightarrow r)$

(B)  $r \rightarrow \neg p$

(C)  $r \rightarrow \neg q$

Să vedem ce ne arată acum tabelul de adevăr:

$p$	$q$	$r$	$\neg p$	$\neg q$	$q \rightarrow r$	(A)	(B)	(C)
1	1	1	0	0	1	1	0	0
1	1	0	0	0	0	0	1	1
1	0	1	0	1	1	1	0	1
1	0	0	0	1	1	1	1	1
0	1	1	1	0	1	1	1	0
0	1	0	1	0	0	1	1	1
0	0	1	1	1	1	1	1	1
0	0	0	1	1	1	1	1	1

Pe linia a cincea se observă că cele două premise sunt adevărate, însă concluzia este falsă; rezultă că raționamentul nu este valid, întrucât concluzia lui nu este o consecință logică a premiselor.

Un astfel de raționament se poate scrie și pe o singură linie, ca o singură formulă condițională, în care conjuncția premiselor implică logic concluzia:  $(A \wedge B) \rightarrow C$ . În cazul unui raționament valid, expresia condițională având conjuncția premiselor drept antecedent și concluzia drept consecvent, trebuie să fie tautologică, ceea ce nu se întâmplă atunci când toate premisele au valoarea logică 1 – astfel încât și conjuncția lor are aceeași valoare –, iar concluzia are valoarea logică 0, fiind, prin urmare, falsă.

## Exerciții

1. Ce relații logice există între următoarele expresii propoziționale, considerate două câte două?

- Dacă știe să stenografieze și cunoaște o limbă străină, solicitantul va fi angajat.
- Dacă știe să stenografieze, atunci dacă nu va fi angajat, înseamnă că solicitantul nu cunoaște nici o limbă străină.
- A nega că solicitantul știe să stenografieze și cunoaște o limbă străină e tot una cu a spune că el va fi angajat.
- Deși știe să stenografieze și cunoaște o limbă străină, solicitantul nu va fi angajat.

2. (P. Suppes) Examinați validitatea raționamentului:

Logica sau e grea sau nu e agreată de mulți studenți.

Dacă matematica e ușoară, atunci logica nu e grea.

---

Dacă logica e agreată de mulți studenți,  
atunci matematica nu e ușoară.

3. (H. J. Keisler) Trei indivizi, Brown, Jones și Smith sunt suspectați de comiterea unei infracțiuni. La anchetă, ei dau următoarele declarații:

*Brown*: „Jones e vinovat, iar Smith e nevinovat.”

*Jones*: „Dacă e vinovat Brown, atunci e și Smith.”

*Smith*: „Eu sunt nevinovat, dar cel puțin unul dintre ceilalți doi e vinovat.”

Răspundeți cu ajutorul unui tabel de adevăr la următoarele întrebări:

- Pot fi împreună adevărate cele trei declarații?
- Declarația unuia dintre suspecți decurge logic din declarația unuia dintre ceilalți doi; care din care?

c) Admițând că toți sunt nevinovați, care declarație este falsă?

d) Admițând că toate cele trei declarații sunt adevărate, cine e vinovat și cine e nevinovat?

4. (I. Căp) Folosiți tabele de adevăr pentru a verifica validitatea următoarelor forme de raționament:

$$\begin{array}{ccc}
 \text{a) } p \rightarrow (q \rightarrow r) & \text{b) } (p \vee q) \rightarrow r & \text{c) } (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r) \\
 \hline
 p \rightarrow q & \neg p \rightarrow (q \wedge r) & p \\
 p \rightarrow r & r \vee \neg q & q \vee r
 \end{array}$$

## 2.21. Scheme elementare de deducție

Am văzut că, în pofida clarității și a simplității ei, metoda matricială devine cu atât mai descurajantă și mai inefficientă cu cât numărul variabilelor propoziționale dintr-o formulă este mai mare. Testarea validității unor raționamente mai complexe se poate face și altfel decât prin utilizarea tabelor de adevăr, și anume prin recursul la anumite scheme elementare de deducție.

Acestea sunt niște raționamente extrem de simple, care se pot demonstra fie matricial, fie prin metoda formelor normale, ca tautologii în calculul propozițional. Datorită simplității lor, aceste mini-raționamente sunt, în marea lor majoritate, spontan sau intuitiv evidente și se utilizează ca atare, extrem de frecvent, atât în argumentările gândirii comune, cât și în elaborarea teoriilor științifice. Din acest motiv, unii logicieni le enunță nu ca funcții de adevăr tautologice, testate prin calcul, ci ca pe niște **reguli naturale de deducție**, accentul fiind pus nu pe conexiunile funcțiilor de adevăr, ci pe reglementarea strictă a pașilor în demonstrație. Deosebirea nu este esențială, cele două interpretări fiind complementare.

Fie raționamentul:

Dacă temperatura scade sub  $-15^{\circ}\text{C}$ , militarii nu ies la instrucție.

Sunt  $-16^{\circ}\text{C}$ .

---

Deci militarii nu ies la instrucție.

Simbolic, raționamentul se prezintă astfel:

$$\begin{array}{c}
 p \rightarrow q \\
 p \\
 \hline
 q
 \end{array}$$

Același raționament se poate scrie și ca expresie propozițională condițională, în care conjuncția premiselor implică logic concluzia.

$$[(p \rightarrow q) \wedge p] \rightarrow q$$

Tabelul de adevăr confirmă validitatea acestui raționament, întrucât concluzia  $q$  este consecința logică a celor două premise.

$p$	$q$	$p \rightarrow q$	$(p \rightarrow q) \wedge p$	$E$
1	1	1	1	1
1	0	0	0	1
0	1	1	0	1
0	0	1	0	1

Aducând această expresie condițională la forma normală constatăm că este tautologică.

$$\begin{aligned} [(p \rightarrow q) \wedge p] \rightarrow q &\leftrightarrow \neg[(\neg p \vee q \wedge p)] \vee q \leftrightarrow \neg(\neg p \vee q) \vee \neg p \vee q \leftrightarrow \\ &\leftrightarrow (p \wedge \neg q) \vee \neg p \vee q \leftrightarrow (p \vee \neg p \vee q) \wedge (\neg p \vee q \vee \neg q) \end{aligned}$$

Considerându-le drept tautologii (testate prin metode de calcul), și nu reguli «naturale» de deducție, vom expune în continuare schemele deductive elementare cel mai frecvent utilizate. Întrucât este însă mai comod și mai instructiv, preferăm dispunerea pe verticală a premiselor, urmate de concluzie.

**(PP)** Notăm astfel prescurtat o schemă de raționament deductiv de forma:

$$\frac{p \rightarrow q \quad p}{q}$$

și a cărei denumire clasică este *modus ponendo ponens* (sau, mai pe scurt, *modus ponens*). Această schemă ne spune că dacă sunt date premisele  $p$  și  $p \rightarrow q$ , atunci se poate deduce  $q$ . Este deci metoda (*modus*) care, afirmând (*ponendo*) antecedentul unei implicații, afirmă (*ponens*) și consecventul ei. Cu alte cuvinte, dintr-o implicație în care afirmăm antecedentul putem detașa consecventul ei; de aceea, schema (PP) se mai numește și *regula detașării*.

**(TT)** *Modus tollendo tollens* (mai pe scurt *modus tollens*) arată astfel:

$$\frac{p \rightarrow q \quad \neg q}{\neg p}$$

Potrivit acestei scheme, negând (*tollendo*) consecventul unei implicații, se neagă (*tollens*) totodată și antecedentul ei.

(TP) *Modus tollendo ponens* (sau modul nego-afirmativ) este o schemă care funcționează pe *ambele tipuri de disjuncție*, având următorul mecanism inferențial: negând (*tollendo*) unul din membrii unei disjuncții presupus adevărate, se afirmă (*ponens*) în mod necesar celălalt membru. deoarece disjuncția nu ar putea fi adevărată dacă ambii săi membri ar fi falși.

$$\begin{array}{cc} p \vee q & \text{sau} & p \vee q; & p + q & \text{sau} & p + q \\ \hline \neg p & & \neg q & \hline \hline q & & p & q & & p \end{array}$$

(PT) *Modus ponendo tollens* (modul afirmo-negativ) este o schemă ce nu funcționează decât pe *disjuncția exclusivă*, având următorul mecanism inferențial: afirmând (*ponendo*) un membru al unei disjuncții tari presupus adevărate, se neagă (*tollens*) în mod necesar celălalt membru, deoarece disjuncția exclusivă nu ar putea fi adevărată dacă ambii săi membri ar avea valoarea 1.

$$\begin{array}{cc} p + q & \text{sau} & p + q \\ \hline p & & q \\ \hline \neg q & & \neg p \end{array}$$

(A) *Regula adjuncției* ne permite să obținem din premisele  $p, q$  concluzia  $p \wedge q$ , deoarece afirmarea a două propoziții (fiecare în parte ca fiind adevărată) justifică afirmarea drept adevărată și a conjuncției lor.

$$\begin{array}{c} p \\ q \\ \hline p \wedge q \end{array}$$

(S) *Regula simplificării* ne permite, dimpotrivă, să deducem dintr-o conjuncție presupus adevărată unul sau altul din membrii săi, deoarece conjuncția nu poate fi adevărată decât dacă ambii săi membri au valoarea alethică 1.

$$\begin{array}{ccccccc} p \wedge q & \text{sau} & p \wedge q & \text{sau} & p \wedge q \wedge r & \text{sau} & p \wedge q \wedge r \\ \hline p & & q & & p \wedge q & & q \wedge r \quad \text{etc.} \end{array}$$

(Ad) *Regula adițiunii* se bazează pe faptul că o propoziție compusă disjunctivă adevărată nu cere decât un singur membru cu valoarea 1; afirmând adevărul lui  $p$ , această propoziție atomică poate fi pusă în disjuncție cu nu importă ce altă propoziție atomică sau expresie.

$$\begin{array}{ccccc} p & \text{sau} & p & \text{sau} & p \\ \hline p \vee q & & p \vee r & & p \vee s \quad \text{etc.} \end{array}$$

(SI) *Regula silogismului ipotetic*

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ q \rightarrow r \\ \hline p \rightarrow r \end{array}$$

Acestea sunt câteva dintre regulile de deducție mai des utilizate. În general, orice tautologie poate fi folosită ca «schemă de deducție» potrivit unei reguli generale:

(T) *Regula întrebuițării tautologiilor*; astfel, pot fi reguli de deducție legea dublei negații (L.1), echivalențele lui de Morgan (L.8) și (L.9), echivalența dintre implicație și disjuncție (D.1) etc.

Familiare sunt și așa-numitele *dileme*, scheme de raționament care combină două feluri de premise: condiționale și disjunctive.

(a)	$p \rightarrow r$	(b)	$p \rightarrow q$	(c)	$p \rightarrow r$	(d)	$p \rightarrow r$
	$q \rightarrow r$		$p \rightarrow r$		$q \rightarrow s$		$q \rightarrow s$
	$p \vee q$		$\neg q \vee \neg r$		$p \vee q$		$\neg r \vee \neg s$
	<hr style="width: 50%; margin: 0 auto;"/> $r$		<hr style="width: 50%; margin: 0 auto;"/> $\neg p$		<hr style="width: 50%; margin: 0 auto;"/> $r \vee s$		<hr style="width: 50%; margin: 0 auto;"/> $\neg p \vee \neg q$

Schemele (a) și (b) sunt dileme *simple*, cazuri particulare ale schemelor (c) și (d), numite dileme *complexe*; pe de altă parte, (a) și (c) se numesc dileme afirmative sau *constructive*, iar (b) și (d) negative sau *destructive*.

## 2.22. Testarea validității raționamentelor cu ajutorul schemelor elementare de deducție

Să vedem cum se pot utiliza schemele elementare de deducție pentru testarea validității unor raționamente mai complexe. Vom începe cu un exemplu facil.

### Exemplul 1

Fie raționamentul:

Dacă nu ninge ( $\neg p$ ), mergem la schi ( $q$ )

Nu mergem la schi ( $\neg q$ ), ci jucăm bridge ( $r$ )

Deci, ninge ( $p$ )



Iată și deducția efectuată cu ajutorul schemelor deductive elementare:

(1)	1.	$\neg p \rightarrow q$	$P_1$
(2)	2.	$\neg q \wedge r$	$P_2$
(2)	3.	$\neg q$	2 (S)
(1,2)	4.	$\neg \neg p$	1,3 (TT)
(1,2)	5.	$p$	4 (L.1)

Numerele în paranteze din prima coloană indică, pe fiecare linie a deducției, premisele (și numai premisele) din care a fost dedusă formula de pe linia respectivă. Numerele 1, 2, ..., 5 din cea de-a doua coloană indică numărul pașilor sau liniilor deducției. Evident că liniile 1 și 2 nu depind de alte linii, fiind chiar premisele ( $P_n$ ) de la care pornește deducția. Pe ultima coloană avem două categorii de semne: cifre și litere. *Literele* indică schema de deducție prin a cărei aplicare s-a obținut expresia de pe linia respectivă; *cifrele* arată numerele liniilor anterioare asupra cărora s-a aplicat schema de deducție.

## Exemplul 2

Fie raționamentul:

Dacă nu avem bani, nu cumpărăm computerul.

Dacă mergem des la discotecă, nu avem bani.

Cumpărăm computerul sau îl primim cadou.

Nu ne face nimeni cadou un computer.

Deci, nu mergem des la discotecă.

Notăm propozițiile atomice:

- $p$  = „Avem bani“
- $q$  = „Cumpărăm computerul“
- $r$  = „Mergem des la discotecă“
- $s$  = „Primim computerul cadou“

Simbolic, premisele, deducția și concluzia se prezintă după cum urmează:

(1)	1.	$\neg p \rightarrow \neg q$	$P_1$
(2)	2.	$r \rightarrow \neg p$	$P_2$
(3)	3.	$q \vee s$	$P_3$
(4)	4.	$\neg s$	$P_4$
(1, 2)	5.	$r \rightarrow \neg q$	2, 1 (SI)
(3, 4)	6.	$q$	3, 4 (TP)
(4)	7.	$\neg \neg q$	6 (L.1)
(1,2,3,4)	8.	$\neg r$	5, 7 (TT)

Demonstrația se putea face și altfel:

(1)	1.	$\neg p \rightarrow \neg q$	P <sub>1</sub>
(2)	2.	$r \rightarrow \neg p$	P <sub>2</sub>
(3)	3.	$q \vee s$	P <sub>3</sub>
(4)	4.	$\neg s$	P <sub>4</sub>
(3, 4)	5.	$q$	3, 4 (TP)
(3, 4)	6.	$\neg \neg q$	5 (L.1)
(1, 3, 4)	7.	$\neg \neg p$	1, 6 (TT)
(1,2,3,4)	8.	$\neg r$	2, 7 (TT)

### Exemplul 3

Fie raționamentul:

Dacă Mihai câștigă ( $p$ ), atunci Radu e al doilea ( $q$ )

Dacă Vlad e al doilea ( $r$ ), atunci Radu nu e al doilea ( $\neg q$ )

Dacă Vlad e al doilea ( $r$ ), atunci Mihai nu câștigă ( $\neg p$ )

Simbolic, raționamentul arată astfel:

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ r \rightarrow \neg q \\ \hline r \rightarrow \neg p \end{array}$$

Putem demonstra ușor prin metoda matricială că raționamentul este valid. Dacă recurgem la schemele elementare de deducție, constatăm că acelea prezentate până acum nu sunt suficiente. Deducerea concluziei depinde aici de *introducerea unei premise suplimentare*, astfel încât concluzia să decurgă logic din premisele inițiale *plus* premisa suplimentară. Iată cum se procedează:

(1)	1.	$p \rightarrow q$	P <sub>1</sub>
(2)	2.	$r \rightarrow \neg q$	P <sub>2</sub>

Din aceste două premise inițiale nu putem extrage mai departe nimic; este necesar să introducem o premisă suplimentară:  $r$ .

(3)	3.	$r$	P <sub>3</sub>
(2, 3)	4.	$\neg q$	2, 3 (PP)
(1, 2, 3)	5.	$\neg p$	1, 4 (TT)

Aparent, deducția este încheiată. Dar concluzia pe care trebuie să o deducem nu este  $\neg p$ , ci  $r \rightarrow \neg p$ . Extragerea acestei concluzii din liniile anterioare (1, 2, ..., 5) se bazează pe o nouă regulă de deducție. Trebuie să avem în vedere faptul că  $\neg p$  nu rezultă logic din premisele P<sub>1</sub> și P<sub>2</sub>, ci numai din acestea plus

premise suplimentară  $P_s$ . Putem spune deci că  $\neg p$  poate fi dedus din premisele inițiale *dacă* avem de asemenea și premise suplimentară  $r$ . Deducția ne arată că *dacă* (avem)  $r$ , *atunci* (putem infera)  $\neg p$ . Or, tocmai acesta este sensul concluziei căutate,  $r \rightarrow \neg p$ , care apare abia pe ultima linie a deducției:

$$(1, 2) \qquad 6. \quad r \rightarrow \neg p \qquad 3, 5 \text{ (Cd)}$$

aplicând *regula condiționării* (notată **Cd**).

În exemplul nostru,  $r \rightarrow \neg p$  este justificată dacă  $\neg p$  este logic implicată de liniile 1, 2 și de  $r$ . Simbolic, dacă

$$\frac{(p \rightarrow q), (r \rightarrow \neg q), r \Rightarrow \neg p}{(p \rightarrow q), (r \rightarrow \neg q) \Rightarrow r \rightarrow \neg p} \quad \text{sau} \quad \frac{1, 2, 3 \Rightarrow 5}{1, 2 \Rightarrow 6}$$

Generalizând, vom formula **Cd** astfel: Expresia  $B \rightarrow C$  este demonstrată într-o deducție ale cărei premise inițiale sunt  $A_1, A_2, \dots, A_n$ , dacă  $C$  este logic implicată de toate aceste premise și de (sau *plus*)  $B$ .

#### Exemplul 4

Fie raționamentul:

Sosesc cu trenul ( $p$ ) și nu întârziu ( $\neg q$ ) sau telefonez ( $r$ ).

Dacă telefonez ( $r$ ), atunci ne întâlnim în oraș ( $s$ ) sau mergem la Ion ( $t$ ).

Deci, dacă eu întârziu ( $q$ ), atunci dacă nu ne întâlnim în oraș ( $\neg s$ ), înseamnă că mergem la Ion ( $t$ ).

Iată cum se prezintă transcris în formule acest raționament cu cinci componente atomice, al cărui tabel de adevăr ar avea  $2^5 = 32$  de linii!

(1)	1.	$p \wedge (\neg q \vee r)$	$P_1$
(2)	2.	$r \rightarrow (s \vee t)$	$P_2$
(1)	3.	$\neg q \vee r$	1 (S)
(3)	4.	$q$	$P_s$
(3)	5.	$\neg \neg q$	4 (L.1)
(1, 3)	6.	$r$	3, 5 (TP)
(1, 2, 3)	7.	$s \vee t$	2, 6 (PP)
(4)	8.	$\neg s$	$P_s$
(1, 2, 3, 4)	9.	$t$	4, 7 (TP)
(1, 2, 4)	10.	$\neg s \rightarrow t$	9 (Cd)
(1, 2, 3, 4)	11.	$q \rightarrow (\neg s \rightarrow t)$	4, 9 (Cd)

Concluzia raționamentului este întemeiată întrucât cele două premise inițiale conduc la  $t$  dacă, mai întâi  $q$  și apoi  $\neg s$ , adică cele două premise suplimentare, detașate prin regula condiționării.

## Exerciții

1. Demonstrați, utilizând schemele elementare de deducție, validitatea următoarelor raționamente:

$$a) \quad p \rightarrow q$$

$$p \wedge r$$

$$\neg q \vee s$$

$$s \rightarrow \neg t$$

$$\neg t$$

$$c) \quad p \vee q$$

$$q \rightarrow (r \wedge s)$$

$$t \vee \neg r$$

$$\neg p \rightarrow t$$

$$b) \quad \neg p \rightarrow q$$

$$q \rightarrow r$$

$$r \rightarrow \neg s$$

$$\neg s \rightarrow (t \vee u)$$

$$(t \vee u) \rightarrow v$$

$$\neg p \rightarrow v$$

$$d) \quad s \vee \neg t$$

$$\neg r \rightarrow t$$

$$q \rightarrow \neg r$$

$$(s \vee p) \rightarrow r$$

$$q \rightarrow r$$

2. (Radu J. Bogdan) Un tată fiind întrebat dacă doi dintre fiii lui, Ion și Petrică, sunt gemeni, răspunde: „Dacă Ion este mai mare decât Vasile, atunci Mihai este mai mic decât Radu. Dacă Ion și Petrică sunt gemeni, atunci Ion este mai mare decât Vasile. Dar Mihai nu-i mai mic decât Radu. “ Cel care a pus întrebarea conchide: „Deci, Ion și Petrică nu sunt gemeni. “ A raționat, oare, corect?

3. (Radu J. Bogdan) Într-o excursie, trei prieteni – A, B și C – neavând unde să doarmă, s-au culcat fiecare pe câte o bancă dintr-un parc. Băncile erau proaspăt vopsite și, din această cauză, a doua zi starea lor vestimentară stârnea râsul. A și B râdeau fiecare de aspectul celorlalți, nebănuind că la rândul lor ar putea fi de râs. C își dă seama însă că hainele îi sunt murdare de vopsea, raționând astfel: „Dacă eu nu sunt murdar de vopsea, atunci văzând că A râde, B ar trebui să-și controleze ținuta. Însă A râde, iar B nu-și controlează ținuta. Deci, eu sunt murdar de vopsea. “ Este corect raționamentul lui C?

## 2.23. Axiomatizarea logicii propozițiilor

Până acum, logica propozițiilor a fost expusă într-o modalitate «algebrică» – adică s-au formulat problemele și s-au indicat procedee de rezolvare independent de sistemul general al propozițiilor logice. Logica propozițiilor poate fi expusă ca sistem logic și prin metoda axiomatică.

Un **sistem axiomatic** poate fi *intuitiv*, dacă în construcția lui se ține seama de înțelesul expresiilor, operându-se cu ele pe baza acestui înțeles, sau *formalizat*, dacă se face abstracție de conținutul expresiilor, operându-se numai cu forma lor grafică, în virtutea unor reguli pur formale.

Un sistem axiomatic se construiește astfel: (i) se dă lista de semne; (ii) se dau regulile de formare a formulelor, alcătuite din formulele date ca elementare; (iii) se dă lista de postulate; (iv) se dau regulile de deducție.

**Conceptele principale** ale unui sistem axiomatic sunt:

- *definiția* – o propoziție sau o formulă prin care unele expresii sunt introduse pe baza altora (altfel spus, sunt «reduse» la expresii date inițial;
- *axioma* – o propoziție (formulă) luată drept adevărată fără demonstrație în sistemul formal considerat; spre deosebire de concepția tradițională, «axioma» are un sens relativ la sistem, nu trebuie să fie neapărat un adevăr prin sine evident, în orice context rațional;
- *regula* – o propoziție cu ajutorul căreia din propoziții date se pot obține prin deducție alte propoziții;
- *teorema* – orice propoziție (formulă) dedusă din axiome pe baza regulilor de deducție.

Definițiile inițiale, axiomele și regulile inițiale (la care se pot adăuga, eventual, și anumite *convenții*) formează **clasa postulatelor**.

Sistemul axiomatic nu este numai un mod de organizare sistematică a științei, ci și un mijloc de decizie – adică unele formule sunt demonstrate ca tautologii, contingente sau inconsistente prin corelarea lor logică cu anumite propoziții inițiale (axiome, definiții).

Printre cele mai cunoscute sisteme axiomatice de logică a propozițiilor se numără cele elaborate de Frege, Russell, Church, Lukasiewicz, Nicod. Forma clasică este aceea expusă de Hilbert și Ackermann, din care prezentăm, cu titlu ilustrativ, câteva din elementele de bază.

**Operatori primitivi:**  $\vee$ ,  $\neg$ ; se utilizează și implicația  $p \rightarrow q$ , dar numai ca prescurtare a formulei  $\neg p \vee q$ . Ceilalți operatori sunt reduși prin definiții la disjuncție și negație.

**Lista de simboluri:**

$p, q, r, \dots$  sunt variabile propoziționale;

$\vee, \neg$  sunt operatorii primitivi sau de bază;

$\rightarrow, \wedge, \leftrightarrow, \uparrow, \downarrow$  sunt operatori introduși prin definiție;

$A, B, C, \dots$  sunt metavariabile, ce exprimă atât variabile propoziționale, cât și formule mai complexe.

**Reguli de formare**

- (i) Variabilele propoziționale sunt formule.
- (ii) Dacă  $A$  este o formulă, atunci  $\neg A$  este de asemenea o formulă.
- (iii) Dacă  $A$  și  $B$  sunt formule, atunci  $A \vee B, A \wedge B, A + B, A \rightarrow B, A \leftrightarrow B, A \uparrow B, A \downarrow B$  sunt de asemenea formule.

**Definiții**

df. 1  $p \rightarrow q \leftrightarrow \neg p \vee q$

df. 2  $p \wedge q \leftrightarrow \neg(\neg p \vee \neg q)$

df. 3  $(p \leftrightarrow q) \leftrightarrow \neg[\neg(\neg p \vee q) \vee \neg(\neg q \vee p)]$

df. 4  $p \uparrow q \leftrightarrow \neg p \vee \neg q$

df. 5  $p \downarrow q \leftrightarrow \neg(p \vee q)$

**Axiome**

$Ax_1 (p \vee p) \rightarrow p$

$Ax_2 p \rightarrow (p \vee q)$

$Ax_3 (p \vee q) \rightarrow (q \vee p)$

$Ax_4 (p \rightarrow q) \rightarrow [(r \vee p) \rightarrow (r \vee q)]$

**Reguli de deducție**

- I. *Regula detașării (modus ponens)*: dacă este dovedit  $A$  și dacă este dovedit  $A \rightarrow B$ , atunci este dovedit  $B$  (separat, detașat de  $A$ ).  
Simbolic:  
 $A, A \rightarrow B \Rightarrow B$ , unde  $\Rightarrow$  arată că partea dreaptă se deduce din cea stângă.
- II. *Regula substituției*: într-o formulă  $A$ , o variabilă propozițională  $\alpha$  poate fi substituită cu o formulă oarecare  $\beta$ , cu condiția ca variabila  $\alpha$  să fie înlocuită pretutindeni unde apare (în formula  $A$ ) cu formula  $\beta$ .  
Simbolic:

$\alpha / \beta$  (se citește „ $\alpha$  se substituie cu  $\beta$ “)

Exemplu: Fie formula  $(p \wedge q) \rightarrow (q \wedge p)$ . Se cere să se efectueze substituția  $p/q \wedge r$ . Vom obține  $[(q \wedge r) \wedge q] \rightarrow [q \wedge (q \wedge r)]$ .

Se introduc apoi **reguli derivate**, corespunzătoare axiomelor.

### III. Regula idempotenței disjuncției: $A \vee A \Rightarrow A$

demonstrație:	1.	$(p \vee p) \rightarrow p$	$Ax_1$
	2.	$(A \vee A) \rightarrow A$	$1\ p/A$
	3.	$A \vee A$	ipoteză
	4.	$A$	2, 3 (I)

### IV. Regula adițiunii: $A \Rightarrow A \vee B$

demonstrație:	1.	$p \rightarrow (p \vee q)$	$Ax_2$
	2.	$A \rightarrow (A \vee B)$	$1\ p/A, q/B$
	3.	$A$	ipoteză
	4.	$A \vee B$	2, 3 (I)

### V. Regula comutativității disjuncției: $A \vee B \Rightarrow B \vee A$

demonstrație:	1.	$(p \vee q) \rightarrow (q \vee p)$	$Ax_3$
	2.	$(A \vee B) \rightarrow (B \vee A)$	$1\ p/A, q/B$
	3.	$A \vee B$	ipoteză
	4.	$B \vee A$	2, 3 (I)

### VI. Regula extinderii disjunctive a termenilor implicației (disjuncția consecventului cu o formulă se deduce din disjuncția antecedentului cu acea formulă): $A \rightarrow B \Rightarrow (C \vee A) \rightarrow (C \vee B)$ .

demonstrație:	1.	$(p \rightarrow q) \rightarrow [(r \vee p) \rightarrow (r \vee q)]$	$Ax_4$
	2.	$(A \rightarrow B) \rightarrow [(C \vee A) \rightarrow (C \vee B)]$	$1\ p/A, q/B, r/C$
	3.	$A \rightarrow B$	ipoteză
	4.	$(C \vee A) \rightarrow (C \vee B)$	2, 3 (I)

În continuare vom prezenta doar câteva teoreme, dintre cele mai simple, pentru a-l ajuta pe cititor să se familiarizeze întrucâtva cu modul în care decurge demonstrarea lor în cadrul sistemului axiomatic.

**T.1**  $(p \rightarrow \neg p) \rightarrow \neg p$ ; o propoziție care implică propria contradicție este falsă (*principiul reducerii la absurd*).

dem.	1.	$(p \vee p) \rightarrow p$	$Ax_1$
	2.	$(\neg p \vee \neg p) \rightarrow \neg p$	$1\ p/\neg p$
	3.	$(p \rightarrow \neg p) \rightarrow \neg p$	2. df. 1

**T.2**  $p \rightarrow (p \vee p)$ 

- dem. 1.  $p \rightarrow (p \vee q)$  Ax<sub>2</sub>  
 2.  $p \rightarrow (p \vee p)$  1. q/p

**T.3**  $(p \rightarrow \neg q) \rightarrow (q \rightarrow \neg p)$ 

- dem. 1.  $(p \vee q) \rightarrow (q \vee p)$  Ax<sub>3</sub>  
 2.  $(\neg p \vee \neg q) \rightarrow (\neg q \vee \neg p)$  1. p/¬p, q/¬q  
 3.  $(p \rightarrow \neg q) \rightarrow (q \rightarrow \neg p)$  2. df. 1

**T.4**  $(p \rightarrow q) \rightarrow [(r \rightarrow p) \rightarrow (r \rightarrow q)]$ 

- dem. 1.  $(p \rightarrow q) \rightarrow [(r \vee p) \rightarrow (r \vee q)]$  Ax<sub>4</sub>  
 2.  $(p \rightarrow q) \rightarrow [(\neg r \vee p) \rightarrow (\neg r \vee q)]$  1. r/¬r  
 3.  $(p \rightarrow q) \rightarrow [(r \rightarrow p) \rightarrow (r \rightarrow q)]$  2. df. 1

**T.5**  $p \rightarrow p$  (clasica lege a identității)

- dem. 1.  $(p \rightarrow q) \rightarrow [(r \rightarrow p) \rightarrow (r \rightarrow q)]$  T.4  
 2.  $[(p \vee p) \rightarrow p] \rightarrow [(p \rightarrow (p \vee p)) \rightarrow (p \rightarrow p)]$  1. p/p ∨ p, q/p, r/p  
 3.  $(p \vee p) \rightarrow p$  Ax<sub>1</sub>  
 4.  $[(p \rightarrow (p \vee p)) \rightarrow (p \rightarrow p)]$  2, 3 (I)  
 5.  $p \rightarrow (p \vee p)$  T.2  
 6.  $p \rightarrow p$  4, 5 (I)

de aici se poate extrage în continuare:

$$(p \rightarrow p) \wedge (p \rightarrow p) \leftrightarrow (p \leftrightarrow p)$$

**T.6**  $\neg p \vee p$  (legea terțului exclus)

- dem. 1.  $p \rightarrow p$  T.5  
 2.  $\neg p \vee p$  df. 1

**T.7**  $p \vee \neg p$  (legea terțului exclus)

- dem. 1.  $(p \vee q) \rightarrow (q \vee p)$  Ax<sub>3</sub>  
 2.  $(\neg p \vee p) \rightarrow (p \vee \neg p)$  1. p/¬p, q/p  
 3.  $\neg p \vee p$  T.6  
 4.  $p \vee \neg p$  2, 3 (I)



<b>T.8</b>	$p \rightarrow \neg\neg p$	
dem.	1. $p \vee \neg p$	T.7
	2. $\neg p \vee \neg\neg p$	1. $p/\neg p$
	3. $p \rightarrow \neg\neg p$	2. df. 1
<b>T.9</b>	$\neg\neg p \rightarrow p$	
dem.	1. $p \rightarrow \neg\neg p$	T.8
	2. $\neg p \rightarrow \neg\neg\neg p$	1. $p/\neg p$
	3. $(p \rightarrow q) \rightarrow [(r \vee p) \rightarrow (r \vee q)]$	Ax <sub>4</sub>
	4. $(\neg p \rightarrow \neg\neg\neg p) \rightarrow [(p \vee \neg p) \rightarrow (p \vee \neg\neg\neg p)]$	3. $p/\neg p$ , $q/\neg\neg\neg p$ , $r/p$
	5. $(p \vee \neg p) \rightarrow (p \vee \neg\neg\neg p)$	2, 4 (I)
	6. $p \vee \neg p$	T.7
	7. $p \vee \neg\neg\neg p$	5, 6 (I)
	8. $(p \vee q) \rightarrow (q \vee p)$	Ax <sub>3</sub>
	9. $(p \vee \neg\neg\neg p) \rightarrow (\neg\neg\neg p \vee p)$	8. $q/\neg\neg\neg p$
	10. $\neg\neg\neg p \vee p$	7, 9 (I)
	11. $\neg\neg p \rightarrow p$	10. df. 1
<b>T.10</b>	$p \leftrightarrow \neg\neg p$ (legea dublei negații)	
dem.	1. $p \rightarrow \neg\neg p$	T.8
	2. $\neg\neg p \rightarrow p$	T.9
	3. $(p \rightarrow \neg\neg p) \wedge (\neg\neg p \rightarrow p)$	1, 2, 7
	4. $(\neg p \vee \neg\neg p) \wedge (\neg\neg\neg p \vee p)$	3, df. 1
	5. $\neg[\neg(\neg p \vee \neg\neg p) \vee \neg(\neg\neg\neg p \vee p)]$	4. df. 2
	6. $\neg[\neg(\neg p \vee \neg\neg p) \vee \neg(\neg\neg\neg p \vee p)] \leftrightarrow (p \leftrightarrow \neg\neg p)$	5. df. 3
<b>T.11</b>	$(p \rightarrow q) \rightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)$ (legea contrapozității)	
dem.	1. $p \rightarrow \neg\neg p$	T.8
	2. $q \rightarrow \neg\neg q$	1. $p/q$
	3. $(p \rightarrow q) \rightarrow [(r \vee p) \rightarrow (r \vee q)]$	Ax <sub>4</sub>
	4. $(q \rightarrow \neg\neg q) \rightarrow [(\neg p \vee q) \rightarrow (\neg p \vee \neg\neg q)]$	3. $p/q$ , $q/\neg\neg q$ , $r/\neg p$
	5. $(\neg p \vee q) \rightarrow (\neg p \vee \neg\neg q)$	2, 4 (I)
	6. $(p \vee q) \rightarrow (q \vee p)$	Ax <sub>3</sub>
	7. $(\neg p \vee \neg\neg q) \rightarrow (\neg\neg q \vee \neg p)$	6. $p/\neg p$ , $q/\neg\neg q$
	8. $(\neg p \vee q) \rightarrow (\neg\neg q \vee \neg p)$	5, 7 tranzitivitate
	9. $(p \rightarrow q) \rightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)$	8. df. 1

**T.12**  $\neg(p \wedge q) \rightarrow (\neg p \vee \neg q)$

- dem. 1.  $\neg p \rightarrow p$  T.9  
 2.  $\neg(\neg p \vee \neg q) \rightarrow (\neg p \vee \neg q)$  1.  $p/\neg p \vee \neg q$   
 3.  $\neg(p \wedge q) \rightarrow (\neg p \vee \neg q)$  2. *df.* 2

**T.13**  $(\neg p \vee \neg q) \rightarrow \neg(p \wedge q)$

- dem. 1.  $p \rightarrow \neg \neg p$  T.8  
 2.  $(\neg p \vee \neg q) \rightarrow \neg \neg(\neg p \vee \neg q)$  1.  $p/\neg p \vee \neg q$   
 3.  $(\neg p \vee \neg q) \rightarrow \neg(p \wedge q)$  2. *df.* 2

**T.14**  $(\neg p \vee \neg q) \leftrightarrow \neg(p \wedge q)$  (una dintre legile lui de Morgan)

- dem. 1.  $[\neg(p \wedge q) \rightarrow (\neg p \vee \neg q)] \wedge [(\neg p \vee \neg q) \rightarrow \neg(p \wedge q)]$  T.12 și T.13  
 2.  $(\neg p \vee \neg q) \leftrightarrow \neg(p \wedge q)$  1. *df.* 2

**T.15**  $\neg(p \wedge \neg p)$  (legea non-contradicției)

- dem. 1.  $p \vee \neg p$  T.7  
 2.  $\neg p \vee \neg \neg p$  1.  $p/\neg p$   
 3.  $(\neg p \vee \neg q) \rightarrow \neg(p \wedge q)$  T.13  
 4.  $(\neg p \vee \neg \neg p) \rightarrow \neg(p \wedge \neg p)$  3.  $q/\neg p$   
 5.  $\neg(p \wedge \neg p)$  2, 4 (I)

### Proprietățile unui sistem axiomatic

Pentru a fi acceptat, un sistem axiomatic trebuie să satisfacă trei proprietăți formale:

(i) *necontradicția* sau *consistența*: un sistem axiomatic este necontradictoriu dacă și numai dacă în el nu poate fi demonstrată o formulă împreună cu negația ei, adică o formulă de forma  $A \wedge \neg A$  nu poate fi teoremă în sistem;

(ii) *independența*: un sistem axiomatic este independent dacă nici una dintre axiomele lui nu poate fi dedusă din restul axiomelor;

(iii) *completitudinea*: un sistem axiomatic  $S$  este complet dacă, adăugând la  $S$  o formulă  $A$ , nedemonstrabilă în sistem, obținem o contradicție, astfel:

$$(S \wedge A) \rightarrow (B \wedge \neg B)$$

Demonstrarea acestor proprietăți se poate face *sintactic*, prin procedee pur formale, sau *semantic*, adică prin interpretarea formulelor.

# LOGICA TRADIȚIONALĂ A TERMENILOR

# 3

## 3.1. Un alt gen de raționamente

Să considerăm raționamentul:

Toate patrulateralele sunt poligoane ( $p$ )

Toate romburile sunt patrulatere ( $q$ )

---

Deci, toate romburile sunt poligoane ( $r$ )

Intuitiv, acest raționament este în mod evident valid. Și totuși, testat prin orice procedeu de calcul propozițional, el se dovedește incorect sau, mai exact, neconcludent. Raționamentul fiind o expresie propozițională de forma  $(p \wedge q) \rightarrow r$ , un tabel de adevăr ne arată imediat că expresia nu este tautologică. Motivul acestei neconcordanțe între intuiție și calculul propozițional îl constituie faptul că mecanismul inferențial al raționamentului de mai sus nu se bazează pe conexiunea funcțiilor de adevăr, ci pe anumite raporturi între termenii care intră în alcătuirea propozițiilor înălțuite deductiv. Operând cu formule simbolice, în care variabilele  $p, q, r, \dots$  indică propoziții simple *oarecare*, neinteresând decât valorile lor de adevăr, logica propozițiilor compuse nu poate să explice raționamente de tipul celui de mai sus – raționamente numite silogisme categorice. Acestea nu pot fi construite din premise oarecare, cu singura condiție ca ele să fie adevărate. Ne dăm seama de îndată că din premisele:

Toate patrulateralele sunt poligoane

(adevărat)

și

Toate balenele sunt mamifere

(adevărat)

nu putem extrage nici un fel de concluzie, deoarece premisele nu au în comun nici un element de ordin semantic. Pentru a putea să studiem regulile formale pe care

se bazează construcția silogismelor categorice valide, va trebui să începem cu *analiza logică a termenilor*, continuând apoi cu *studiul propozițiilor simple de predicatie* (sau categorice) și cu *cercetarea inferențelor imediate* cu astfel de propoziții – toate acestea integrându-se finalmente în *teoria silogismului categoric*, expusă în maniera logicii tradiționale sau clasice, cu doar câteva elemente din logica de dată mai recentă. În cele din urmă, vom expune la un nivel elementar *logica modernă a predicatelor*, în cadrul căreia teoria clasică a silogismului categoric nu e decât o aplicație sau un set de legi logice în sistem.

### 3.2. Termeni și noțiuni

Fie propozițiile:

1/2 „Toate mamiferele sunt vertebrate“ (adevărat)

2/2 „Nici un număr prim nu este divizibil cu 2“ (fals)

3/2 „Unii studenți sunt căsătoriți“ (adevărat)

Distingem în aceste propoziții două clase de cuvinte sau elemente lingvistice. Există, pe de o parte, componente care descriu *forma logică* a propoziției, formă care poate cuprinde indiferent ce conținut:

„Toate...sunt...“; „Nici un...nu este...“; „Unii...sunt...“ etc.

Restul cuvintelor, care exprimă conținutul (sensul) specific al fiecărei propoziții, sunt componente «*extralogice*», care variază de la o propoziție la alta, prezența lor făcând ca fiecare propoziție să spună altceva, să exprime un înțeles propriu.

Vom numi **termeni** toate aceste componente extralogice ale propozițiilor simple de predicatie (în care, reamintim, unui obiect i se atribuie sau i se respinge o anumită proprietate). Situați la nivel lingvistic, termenii sunt asociați în logica tradițională cu așa-numitele **noțiuni** sau **concepte**. Având în primul rând o semnificație psihologică și epistemologică, noțiunea este o formă de cunoaștere, prin care se reflectă la nivel rațional proprietățile esențiale ale claselor sau mulțimilor de obiecte. Toate numerele prime au în comun însușirea caracteristică de a nu fi divizibile decât cu unu și cu ele însele; toate poligoanele sunt linii frânte închise, iar poligoanele regulate au în comun proprietatea laturilor și unghiurilor congruente (de unde consecința: toate pot fi înscrise într-un cerc și în toate se poate înscrie un cerc tangent pe mijloacele tuturor laturilor etc.). Toate mamiferele sunt ființe vii, care, oricât de diverse ca genuri, specii, rase, indivizi au în comun faptul că se reproduc sexuat, născând pui vii după o perioadă de gestație intrauterină ș.a.m.d. Aceste

însușiri esențiale, pe baza cărora entitățile individuale se grupează în clase de obiecte, clase de clase etc. se numesc *note* sau *caracteristici*, iar cunoașterea lor se concentrează în concepte sau noțiuni.

Orice noțiune se exprimă printr-unul sau mai multe cuvinte, care constituie un suport lingvistic indispensabil, dată fiind solidaritatea profundă ce există între gândire și limbaj (la care ne-am referit în Cap. 2, 1). Această solidaritate nu exclude, însă, o relativă independență a conținutului ideal față de suportul său lingvistic. Fie că una și aceeași noțiune se poate exprima prin cuvinte diferite (așa-numitele *sinonime*, de exemplu „ivăr“ și „zăvor“, „voce“ și „glas“, „start“ și „pornire“ sau „plecare“ etc.), fie că unul și același cuvânt, în contexte diferite, desemnează noțiuni cu totul distincte (de exemplu „capră“ – animal, de tăiat lemne, de la trăsură, joc de copii; „toc“ de scris, la ușă, la pantof, de bătaie, de ochelari; „volum“ – carte, spațial, tărie a unui sunet etc.). Forma lingvistică prin care se exprimă orice noțiune are rolul de *nume* al tuturor elementelor reflectate de noțiunea respectivă. Numele poate fi *simplu* – atunci când constă într-un singur cuvânt (de exemplu „unghi“) sau *complex* – atunci când constă într-un grup de cuvinte (de exemplu „unghiurile de la baza triunghiului isoscel“).

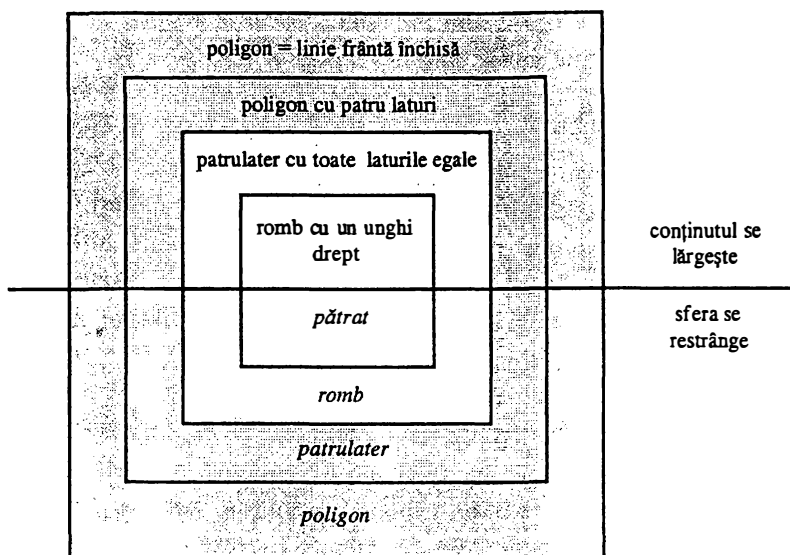
Unitatea logico-lingvistică formată dintr-un nume și noțiunea pe care o evocă acesta constituie un **termen logic**. Termenul nu este, deci, un simplu element al limbajului, ci o sinteză între o formă logică (noțiunea) și o formă lingvistică (numele).

### 3.3. Conținutul și sfera noțiunilor

Față de mulțimea de obiecte căreia îi corespunde pe plan rațional, orice noțiune poate avea o dublă raportare: *calitativ*, ea este un «model abstract», în care nu se regăsesc însușirile accidentale prin care elementele unei mulțimi se diferențiază, ci numai trăsăturile esențiale comune, fără de care un obiect s-ar exclude din mulțime; *cantitativ*, noțiunii i se subsumează toate elementele mulțimii corespunzătoare.

Ansamblul notelor caracteristice unei clase de obiecte constituie **conținutul** sau **intensiunea** unei noțiuni; totalitatea membrilor clasei de obiecte, grupați după criteriul însușirilor comune, formează **sfera** sau **extensiunea** acelei noțiuni. A explicita conținutul unei noțiuni presupune a răspunde la întrebarea: «Ce înseamnă termenul X?», iar a preciza sfera unei noțiuni presupune un răspuns la întrebarea: «La ce se referă termenul X?».

Schema de mai jos ilustrează raportul dintre conținut și sferă.



Între conținutul și sfera unei noțiuni există un raport de *variație inversă*: cu cât sporește numărul notelor care definesc un concept (conținutul devine mai bogat, iar sensul noțiunii mai bine determinat), cu atât se îngustează sfera conceptului (obiectele care corespund întrutotul descrierii mai bogate în calitate sunt din ce în ce mai puțin numeroase) și invers. De exemplu secvența de noțiuni „om – (om) alb – european – român – oltean – craiovean” sau „poligon – patrulater – romb – pătrat”.

### 3.4. Tipuri de noțiuni

Sfera și conținutul reprezintă criteriile logice principale în funcție de care distingem diferitele tipuri de noțiuni.

**I. După sferă** putem deosebi: noțiuni *vide* sau *nevide* (reale). O noțiune este *vidă* numai dacă mulțimea de obiecte la care se referă nu conține nici un element; în caz contrar, noțiunea este *nevidă* sau *reală*.

a) *Noțiunile vide* sunt fie rezultatul comiterii unor contradicții logice explicite (de exemplu „cerc – pătrat” sau „Triunghi cu patru laturi”), fie rezultatul unor construcții speculative, soldate cu niște ficțiuni necontradictorii din punct de vedere logic, deci conceptibile sau inteligibile, însă fără nici un corespondent în realitate (de exemplu „regele Elveției”, „președintele Marii Britanii”, „centaur”, „sirenă”, „inorog” etc.). Nu toate noțiunile vide sunt rezultatul unor erori de gândire sau al unei fantezii necontrolate. Așa-numitele «ficțiuni teoretice» sunt

chiar instrumente conceptuale indispensabile pentru construcția deductivă a unor modele idealizate ale unor clase de procese și fenomene reale. Astfel de ficțiuni teoretice sunt conceptele geometrice („punct“, „dreaptă“, „plan“ etc.), „punct material“ sau „gaz ideal“ în fizică și în chimie etc.

b) La rândul lor, *noțiunile nevide* pot fi: noțiuni individuale sau generale. O noțiune este *individuală* numai atunci când se referă la un singur obiect și *generală* atunci când clasa la care se referă conține cel puțin două elemente. De exemplu, „București“ sau „capitala României“, „numărul prim par“ sau „2“ sunt noțiuni individuale; „capitală“ și „număr prim“ sunt noțiuni generale. Noțiunile individuale sunt denumite fie prin *nume proprii* (precum „Londra“, „Mihai Eminescu“), fie prin *nume complexe*, care constituie descriții suficient de complete pentru identificarea obiectului denotat („capitala Marii Britanii“, „autorul poemului «Luceafărul»“). Noțiunile generale se împart în alte două subclase:

c) Noțiuni colective sau divizive. Noțiunile *colective* se referă la clase întregi de obiecte, privite ca totalități de elemente, întregul având unele proprietăți distincte față de proprietățile fiecărui element în parte. Mai simplu spus, în cazul noțiunilor colective nu tot ceea ce se poate spune despre mulțime luată ca întreg este adevărat și în legătură cu fiecare element al ei privit ca atare. De exemplu, o „pădure“ poate fi rară sau deasă – ceea ce nu se poate spune despre fiecare arbore din ea; o „armată“ poate fi numeroasă sau distribuită pe 200 km<sup>2</sup>, nu însă și fiecare militar din componența ei; o „bibliotecă“ poate fi aranjată în mai multe încăperi, întrucât este foarte vastă – ceea ce nu revine fiecărui volum etc. Noțiunile *divizive* sau distributive exprimă ceea ce este general, esențial și, ca atare, comun tuturor obiectelor dintr-o mulțime, astfel încât ceea ce este valabil pentru toate elementele mulțimii este valabil și pentru fiecare element luat individual. Astfel, ceea ce este definitoriu pentru ideea de „triunghi“ – poligon cu trei laturi – este o caracteristică indispensabilă a oricărei figuri geometrice care poate fi numită, pe drept cuvânt, triunghi; noțiunea de „număr prim“ se definește prin aceea că numărul respectiv nu se divide decât cu 1 și prin el însuși – ceea ce este valabil pentru oricare număr prim în parte“ etc.

d) Dintr-un alt punct de vedere, putem distinge între noțiuni precise și vagi. O noțiune este *precisă* numai dacă satisface condiția: oricare ar fi obiectul ales, putem spune cu certitudine că el aparține sau nu clasei pe care o denotă noțiunea; în caz contrar, noțiunea este *vagă*. În vreme ce noțiuni precum „dreptunghi“, „număr prim“ sau „pendul“ sunt precise, noțiuni precum „tânăr“, „bun“, „inteligent“, „interesant“ sunt vagi.

## II. După conținut distingem următoarele tipuri de propoziții:

a) Noțiuni abstracte sau concrete. O noțiune este *abstractă* atunci când desemnează o însușire concepută în sine, ca și cum ar fi de sine stătătoare, nelegată de un obiect. De exemplu, „culoare“, „mândrie“, „duritate“ etc. – însușiri care nu au o existență reală independentă (decât, poate, în filosofia lui Platon), deși pot fi concepute ca fiind desprinse de suportul lor ontologic. Noțiunile *concrete*

desemnează una sau mai multe însușiri ca fiind legate laolaltă într-un obiect; de exemplu, „popor“, „copac“, „automobil“ etc.

b) Noțiuni absolute sau relative. O noțiune este *absolută* dacă notele care formează conținutul ei pot fi enunțate despre obiecte independente unele față de altele; de exemplu „om“, „număr par“, „carte“ etc. Atunci când spunem că par este numărul care se divide cu 2, avem în vedere doar o proprietate intrinsecă fiecărui număr par luat ca atare, fără a fi necesar să concepem vreo relație a numărului respectiv cu alt număr sau cu oricare altă entitate. O noțiune este *relativă* dacă notele din conținutul ei caracterizează un obiect individual numai într-o relație între acel obiect și unul sau mai multe alte obiecte; de exemplu „sinonim“, „frate“, „însoțitor“ etc. Un termen nu poate fi «sinonim» luat ca atare, așa cum poate avea, independent de orice legătură cu vreun alt termen, două, trei, patru silabe, cum poate să înceapă cu o vocală sau cu o consoană, ori cum poate fi substantiv, verb, adjectiv etc. Ideea de «sinonimie» presupune că un termen are aceeași semnificație cu altul (alții), dar, evident, nu cu oricare alt termen din vocabular; dacă luăm, de pildă, chiar ultimul termen – „vocabular“, el este sinonim cu „lexic“ și numai cu acest termen.

c) Noțiuni pozitive sau negative. O noțiune este *pozitivă* dacă intensiunea ei se definește prin prezența unor însușiri care aparțin unui obiect și este *negativă* dacă, dimpotrivă, intensiunea ei exprimă privațiunea obiectului de una sau mai multe însușiri. „Roșu“, „vertebrat“, „demonstrabil“ sunt noțiuni pozitive; „orb“, „asimetric“, „incoerent“ etc. sunt negative.

după sferă	vide			
	nevide	individuale		
		generale	colective	precise
			divizive	vagi
după conținut	abstracte	concrete		
	absolute	relative		
	pozitive	negative		

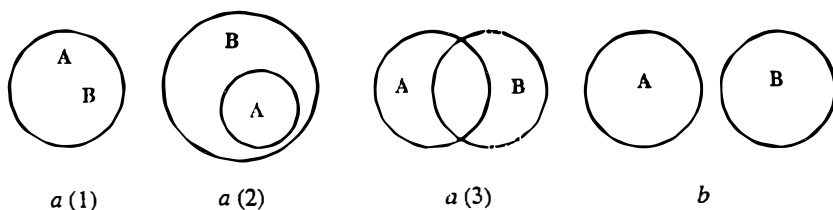
### 3.5. Raporturi extensionale între noțiuni

Între două noțiuni distincte – să le notăm **A** și **B** – pot exista sub aspect extensional două tipuri de raporturi:



- **concordanță**, dacă sferele lor au cel puțin un element comun, și
- **opoziție sau excludere**, dacă sferele lor nu au nici un element comun.

Pentru o mai sugestivă reprezentare a raporturilor extensionale dintre noțiuni, sfera fiecărei noțiuni va fi reprezentată grafic printr-un cerc; schemele care urmează sunt cunoscute drept **diagramele lui Euler**.



(a) Există mai multe raporturi de concordanță.

- $a_1$  **identitate**: noțiunile A și B au aceeași sferă, întrucât se referă la același obiect sau la aceeași mulțime de obiecte; de exemplu „Mihai Eminescu” și „autorul poemului «Luceafărul»”; „număr par” și „număr divizibil cu 2”; „nemț” și „germani” etc.
- $a_2$  **subordonare**: sfera uneia dintre cele două noțiuni se include total în sfera celeilalte, fără însă ca sferele lor să coincidă; de exemplu, fie A = „poligon” și B = „patrulater”; sau A = „primate” și B = „cimpanzei” etc. În figura a (2) A este subordonată lui B, iar B este supraordonată lui A. Supraordonata se mai numește și *gen*, iar subordonata *specie*.
- $a_3$  **intersecție sau încrucișare**: sferele celor două noțiuni coincid parțial, fiecare separându-se de cealaltă prin câte o parte a sferei sale; de exemplu, fie A = „număr par” și B = „număr divizibil cu 5”; sau A = „student” și B = „sportiv”; sau A = „români” și B „francofoni” etc.

(b) În cazul noțiunilor aflate în raport de **excludere** sau **opozitie sferele lor sunt total separate**; de exemplu „număr par” și „număr impar”; „cerc” și „pătrat”; „fag” și „stejar”; „român” și „paralelipiped”.

### 3.6. Definiția

Fiecare domeniu teoretic se caracterizează printr-un ansamblu de noțiuni (concepte) proprii, specifice. La progresul cercetării în fiecare domeniu contribuie direct doi factori, aflați într-o strânsă interdependență: profunzimea cunoștințelor și gradul de organizare atins de ansamblul noțiunilor proprii domeniului respectiv. La rândul său, gradul de organizare a unui ansamblu sistematic de concepte depinde direct de utilizarea corectă a anumitor *operații logice cu noțiuni*, între care cele mai importante sunt definiția, clasificarea și diviziunea.

**Definiția** este operația logică prin care se precizează conținutul sau sfera unei noțiuni – respectiv sensul (înțelesul) sau aria de aplicabilitate a unui termen.

#### 3.6.1. Structura definiției

În alcătuirea oricărei definiții intră următoarele trei componente:

- definiendum* (definitul) este noțiunea care constituie obiectul definiției;
- definiens* (definitorul) – ceea ce se spune despre obiectul de definit;
- relația de definire* este echivalența dintre (a) și (b), care se notează cu semnul „=<sub>df</sub>”, și se citește „este identic prin definiție cu” sau „este prin definiție”.

Formula

$$(1) A =_{df} B$$

în care „A” reprezintă *definiendum* și „B” *definiens* redă structura generală a oricărei definiții. În exemplul:

„Patrulater =<sub>df</sub> poligon cu patru laturi”

noțiunea „patrulater” a luat locul variabilei A, iar „poligon cu patru laturi” a luat locul lui B.

O definiție poate fi corectă dacă și numai dacă relația de definire coincide cu un raport de *identitate* între A și B. Nici un obiect nu se poate autodefini, iar dacă A se definește prin B, atunci este exclus ca B să se definească prin A; rezultă că formulele:

$$(2) A =_{df} A \text{ și}$$

$$(3) (A =_{df} B) \wedge (B =_{df} A)$$

sunt lipsite de sens. În schimb, dacă A se definește prin B și B se definește prin C, atunci A se definește prin C; altfel spus, formula

$$(4) [(A =_{df} B) \wedge (B =_{df} C)] \rightarrow (A =_{df} C)$$

este logic corectă.

### 3.6.2. Regulile definiției

**I. Definiția trebuie să fie caracteristică:** *definiens* trebuie să fie astfel alcătuit încât să corespundă *întregului definiendum* și numai lui. Notele care formează conținutul definitorului se cer selectate în așa fel încât să ofere un *temei suficient* pentru a preciza clasa desemnată de către *definiendum*. Acest «note caracteristice» sunt comune tuturor obiectelor din clasa respectivă, astfel încât permit identificarea completă a clasei de definit, pe baza unui raport de identitate între cele două părți echivalente ale definiției.

În cazul nerespectării acestei reguli, între *definiendum* și *definiens* ar exista un raport de (sub)ordonare în locul unuia de identitate, iar definiția ar fi neadecvată. Abaterile de la această regulă pot fi comise în două modalități. Fie definiția:

„Matematica =<sub>df</sub> știința care studiază operațiile cu numere“.

Această definiție este *prea îngustă*, deoarece notele care formează definitorul nu aparțin întregului definit și, drept urmare, *definiens este o noțiune subordonată față de definiendum*: în matematică există, pe lângă aritmetică, și alte domenii sau discipline, care nu studiază operații cu numere, ci alte entități și relații ideale, așa cum este, de exemplu, cazul geometriei sau analizei matematice. În schimb, definiția:

„Fizica =<sub>df</sub> știința fenomenelor naturale“

este *prea largă*, deoarece notele definitorului nu caracterizează numai fizica, ci și alte științe naturale, precum chimia sau biologia. Tot inadecvată este și situația în care *definiendum* și *definiens* se găsesc într-un raport de *încrucișare*, acoperindu-se reciproc numai parțial din punct de vedere al extensiunii, precum în definiția:

„Filosofia =<sub>df</sub> cunoașterea omului“,

căci, pe de o parte, de om se ocupă numeroase alte domenii de reflecție pe lângă cea filosofică, iar filosofia, pe de altă parte, nu se concentrează sub aspect tematic în mod exclusiv asupra umanității, ci se preocupă și de multe alte probleme.

**II. Definiția nu trebuie să fie circulară:** *definiens* nu trebuie să conțină în semnificația sa pe *definiendum*, cum se întâmplă în cazul definiției următoare:

„Psihologia =<sub>df</sub> știința care studiază procesele și particularitățile vieții psihice“,

și nici să utilizeze pe *definiendum* pentru propria sa definire, așa cum este cazul definițiilor:

„Cauză =<sub>df</sub> obiect sau proces care precede și produce (generează) un alt obiect sau proces, numit efect“ și

„Efect =<sub>df</sub> obiect sau proces care succede altuia, numit cauză, și care este produs de către aceasta“.

Exemplele invocate nu respectă condițiile relației de definire (vezi formulele (2) și (3) de mai sus) și, drept urmare, deși nici una dintre aceste definiții nu este *formal* falsă, toate sunt lipsite de valoare informațională sau cognitivă, deoarece nu ne comunică nimic nou despre *definiendum*. Cazul al doilea are un caracter aparte, deoarece noțiunile de cauză și efect sunt *corelative*; astfel de noțiuni nu pot fi obiect al definiției decât împreună, ca termeni ai relației dintre ele (în cazul nostru ca termeni ai relației de cauzalitate) – aceasta fiind, de fapt, aceea care primește o definiție.

**III. Definiția trebuie să fie logic afirmativă**, precizând *ce este* conceptul de definit și nu arătând *ce nu este*. Prin însușirile sale, orice obiect (clasă de obiecte) are o anumită individualitate prin care se deosebește de o infinitate de alte obiecte (clase de obiecte). Dacă definiția unui obiect ar spune că el nu este un anumit alt obiect, ar lăsa deschisă posibilitatea ca el să fie orice altceva, ceea ce ar constitui o sursă de confuzie, de neclarități asupra obiectului definiției, chiar și atunci când *definiendum* ar fi o subclasă dintr-un număr restrâns de subclase incluse în una și aceeași clasă supraordonată tuturor, ca în exemplul următor:

„Linie curbă =<sub>df</sub> linie care nu este nici dreaptă, nici frântă“.

Desigur, atunci când *definiendum* este o noțiune *negativă*, *definiens* este în mod obligatoriu negativ; de exemplu

„Operă anonimă =<sub>df</sub> lucrare al cărei autor nu este cunoscut“.

**IV. Definiția trebuie să fie clară și precisă**. Pentru respectarea acestei reguli se cer satisfăcute câteva condiții:

(i) *Definiens* nu trebuie să conțină termeni confuzi, ei înșiși necunoscuți, sau noțiuni vide, precum în exemplul următor:

„Eter =<sub>df</sub> substanță subtilă, invizibilă și insesizabilă, situată în intermundii și încărcată de flogiston vibratoriu“.

(ii) *Definiens* nu trebuie să includă termeni figurați, metafore, figuri de stil creatoare de echivoc sau de ambiguitate, precum în exemplul:

„Duplicitate =<sub>df</sub> alunecare ofidiană pe pomul solidarității, poleit cu veninul ucigător al resentimentului.“

În asemenea cazuri, *definiens* nu ne spune ce este, de fapt, conceptul de definit, ci încearcă să ne sugereze o imagine, o impresie subiectivă, o intuiție inefabilă despre obiectul definiției. Astfel de enunțuri nu sunt definiții, ci artificii retorice, care pot fi utilizate ca mijloace persuasive sau ca prilej satisfacției estetice, nu însă ca forme de cunoaștere teoretică. Cititorul trebuie prevenit asupra faptului că așa se prezintă lucrurile în perspectiva strictă a logicii, în măsura în care aceasta are de a face cu teoria definițiilor ca operații cu noțiuni. Nu rezultă însă de aici că expresiile aforistice sau metaforele poetice n-ar avea nici o valoare de cunoaștere și de înălțare spirituală și că ele ar trebui și ar putea fi înlocuite prin definiții științifice riguroase; dimpotrivă, sunt nenumărate momente și experiențe umane

fundamentale, precum iubirea, moartea, prietenia, cutremurarea religioasă, euforia contemplativă etc. care își găsesc cele mai profunde «rostiri» în limbajul poetic, în aforisme sau în expresii apoftegmatice, voit paradoxale și de neînțeles numai cu mintea, dar capabile să producă o tulburare și o iluminare în suflet, prin care subiectul se simte cumva mai aproape, mai familiar cu obiectul «revelat», cum ar spune Lucian Blaga, «metaforizant».

- (iii) *Definiens* trebuie să se limiteze strict la acele elemente care formează un temei suficient pentru identificarea noțiunii de definit; el nu trebuie să se complice în mod inutil, transformându-se într-o descripție încărcată de amănunte nesemnificative, dar nici să fie prea eliptic, neoferind toate elementele necesare pentru a ști ce definim.

V. Definiția trebuie să fie consistentă, adică să nu intre într-un raport de opoziție (contradicție logică) cu orice alte definiții sau propoziții acceptate anterior în domeniul (sistemul) din care face și ea parte.

### 3.6.3. Tipuri de definiții

(A) După obiectul definiției, exprimat de către *definiendum*, distingem următoarele tipuri de definiții:

1) Se numesc *reale* definițiile unor obiecte despre care știm (sau presupunem) că există efectiv; drept urmare, definind o noțiune, definim totodată clasa de obiecte care este reflectată de către aceasta. De exemplu,

„Satelit =<sub>df</sub> obiect (natural sau artificial) care se rotește pe o orbită eliptică în jurul unui corp ceresc“.

2) Se numesc *nominale* definițiile care urmăresc să precizeze sensul unui termen, indiferent dacă acesta are sau nu un corespondent în realitate; următoarele definiții sunt nominale:

„Terifiant =<sub>df</sub> adjectiv prin care se înțelege calitatea a ceva de a fi îngrozitor, înfricoșător, înspăimântător, cumplit“;

„Inorog =<sub>df</sub> animal fantastic, întâlnit în mitologia mai multor popoare din vechime, reprezentat ca un cal cu un corn lung și ascuțit în frunte“.

La rândul lor, definițiile nominale sunt de două feluri:

- (i) Definițiile *lexicale* precizează toate înțelesurile cu care poate fi utilizat un anumit termen într-o limbă; de exemplu:

„Lună =<sub>df</sub> substantiv feminin prin care se înțelege: 1) satelitul natural al Pământului; 2) satelit al unei alte planete; 3) fiecare din cele 12 perioade de timp cu o durată de 28 până la 31 de zile în care este divizat anul calendaristic“.

(ii) Definițiile *stipulative* corespund următoarelor situații:

- introducerea unui termen nou în vocabularul unei limbi; poate fi vorba de o construcție lingvistică absolut nouă (de exemplu: „Tahion  $\equiv_{df}$  particulă care se deplasează mai rapid decât fotonul în vid”) sau de un termen împrumutat din altă limbă (de exemplu: „Management  $\equiv_{df}$  știința conducerii eficiente a întreprinderilor și instituțiilor private sau publice”).
- introducerea unui sens nou pentru un cuvânt deja în circulație (cum ar fi „nomenclatură” și „emanație” după «evenimentele» din decembrie 1989 în limbajul politic) sau „cartuș” (cutie care conține zece pachete de țigări sau o componentă a imprimantei care conține tuș tipografic) etc.
- precizarea unui sens anume care se atribuie, într-un context particular, unui termen ambiguu, pentru a se evita eventualele confuzii (de exemplu, „putere” înseamnă altceva în matematică, în fizică, în politologie etc., după cum „contingent” are în filosofie alt înțeles decât la centrul de recrutare pentru serviciul militar).

(B) După procedeul de definire, evidențiat de către *definiens*, distingem următoarele tipuri de definiții (reale):

1) Definiții prin gen proxim și diferență specifică (generic) sunt acelea în care *definiendum* exprimă o specie, iar *definiens* genul proxim al acelei specii, precizând atât notele caracteristice genului, cât și notele care diferențiază specia în cadrul genului. De exemplu:

„Pătrat  $\equiv_{df}$  romb cu un unghi drept”

Nu vom defini pătratul ca patrulater, căci este un gen prea cuprinzător, în care specii sunt cele convexe și concave, cele din urmă se divid în patrulater convexe regulate și neregulate (dreptunghiuri, trapeze, paralelograme); genul cel mai apropiat, în care pătratele reprezintă o specie, îl constituie romburile – patrulater regulate cu toate laturile congruente, față de care pătratul are drept notă sau diferență specifică un unghi drept.

2) În definițiile *operaționale*, *definiens* indică o serie de operații, experimente sau probe care, luate laolaltă, sunt suficiente pentru a delimita obiectul definiției oarecum indirect, în sensul că orice obiect care trece cu succes toate aceste probe este un exemplu din clasa denotată de către *definiendum*. De exemplu: „Un număr este par dacă rezultatul împărțirii sale cu 2 este un număr întreg”; „acidul este o substanță care înroșește hârtia de turnesol”.

3) În definițiile *genetice*, *definiens* indică sursa din care provine obiectul denotat de către *definiendum* și procesul prin care acesta ajunge să fie ceea ce este. De exemplu, „stalactită  $\equiv_{df}$  formație calcaroasă conică, fixată la bază de tavanul

gurilor subterane (peșteri, galerii) constituită prin depuneri succesive ale carbonatului de calciu dizolvat în apa care se scurge treptat ca rezultat al infiltrării ei constante prin straturile superioare, bogate în carbonat de calciu“.

4) Definițiile *constructive* sunt asemănătoare cu cele genetice, cu deosebirea că acestea din urmă indică procesul natural prin care ia ființă obiectul denotat de către *definiendum*, pe când definițiile constructive se referă la obiecte realizate în mod conștient de către oameni. Exemplu: „Cerc =<sub>df</sub> loc geometric rezultat prin secționarea unui cilindru pe un plan paralel cu baza“.

5) Definițiile *structurale* sau *relaționale* indică sistemul unor raporturi esențiale în care se găsește obiectul denotat de către *definiendum*. De exemplu: „Zero =<sub>df</sub> acel număr  $a$  pentru care este adevărat că  $ax = a$  și  $a + x = x$ “.

6) În definițiile *enumerative* precizarea noțiunii *definiendum* se face prin enumerarea completă de către *definiens* a elementelor din clasa denotată de către *definiendum*; de exemplu: „Continente sunt Europa, Asia, Africa, cele două Americi, Australia și Antarctica“; „jocuri sportive sunt volleyball, handball, football, rugby, baschet etc.“ Evident, definiția prin enumerare (pur extensională) nu se poate utiliza decât atunci când clasa la care se referă *definiendum* conține un număr relativ redus de elemente.

7) Atunci când enumerarea completă nu este posibilă, se poate recurge la definiția *ostensivă*, care invocă doar câteva exemple considerate reprezentative; de exemplu: „Fizician =<sub>df</sub> un savant naturalist precum Newton, Faraday, Einstein, Heisenberg ș.a.“; „Fotbalist =<sub>df</sub> un sportiv ca Pele, Bobby Charlton, Maradona, Cruyff sau Hagi“.

Luată separat, orice procedură de definire are o valoare limitată și, din acest motiv, se recomandă ca orice termen să fie definit prin combinarea a două sau mai multe proceduri – lucru posibil întrucât acestea nu se exclud, ci se presupun și se completează reciproc.

### 3.7. Clasificarea

Clasificarea este operația logică prin care termeni mai puțin generali sunt grupați, în virtutea anumitor note din conținutul lor, în sfera unor termeni mai generali. Clasificării îi corespunde procesul rațional de formare a claselor sau mulțimilor de obiecte individuale, a claselor etc.

În **structura clasificării**, trei sunt componentele principale:

- elementele clasificării, respectiv termenii care formează *obiectul clasificării* și care, în multe cazuri, sunt noțiuni individuale;

- *clasele*, adică termenii mai generali obținuți ca rezultat al clasificării;
- *criteriul clasificării* – notele utilizate pentru gruparea elementelor clasificării în clase.

Corectitudinea clasificării presupune respectarea următoarelor **reguli**:

1) Clasificarea trebuie să fie completă, adică fiecare dintre elementele care formează obiectul clasificării trebuie să fie introdus într-o clasă, nici unul nu trebuie să rămână în afara clasificării. În geometrie, adunăm toate genurile de poligoane în clasa liniilor frânte închise, alături de care distingem clasa liniilor curbe închise și ambele clase se subsumează noțiunii de figură geometrică, care epuizează „universul” entităților care delimitează sau închid un spațiu în același plan. În schimb, încălcăm regula enunțată dacă, studiind lumea vie, după criteriul modului de hrănire construim clasele autotrofe (plante care sintetizează materia vie prin fotosinteză) și heterotrofe (animale care consumă alte ființe vii pentru a se hrăni), și în care se adună laolaltă clasele ierbivore, carnivore și omnivore; clasa *carnivore* astfel delimitată nu include *plantelor* carnivore, care rămân astfel în afara clasificării.

2) Pe fiecare treaptă a clasificării, între clasele obținute trebuie să existe exclusiv raporturi de opoziție; oricare element al clasificării trebuie să fie introdus într-o singură clasă și numai într-una, neputând să figureze în două sau mai multe clase deodată. Dacă, de exemplu, clasificăm instrumentele muzicale acustice (non-electronice) după modul în care produc sunete în instrumente de suflat, cu coarde și de percuție, pianul s-ar găsi o dată în clasa instrumentelor cu coarde, altă dată în clasa celor de percuție.

3) Pe aceeași treaptă, criteriul de clasificare trebuie să fie unic; aceleași elemente pot fi clasificate după criterii diferite, dar nu în același timp. Păstrând criteriul de clasificare, operația se poate efectua din aproape în aproape sau treaptă cu treaptă, până la epuizarea obiectelor de clasificat. Grupând populația activă în categorii profesionale după nivelul de calificare, vom introduce în clasa intelectualității toți oamenii și numai oamenii cu studii superioare, făcând abstracție de faptul că, din alte puncte de vedere, intelectualitatea poate fi privită mai curând filosofic, ca o condiție existențială, sau psihologic, ca tip caracterologic, decât ca o categorie socio-profesională, primind în cadrul ei numai indivizii care dedică în mod creativ o mare parte din timpul și energia lor suflătească acumulării, asimilării critice și producerii de «idei» sau cunoștințe, indiferent de nivelul studiilor atestate prin diplome universitare sau nu.

4) Asemănările dintre obiectele aflate în aceeași clasă trebuie să fie mai importante decât deosebirile dintre ele. Aici se pune problema relevanței criteriilor de clasificare. Într-o clasificare superficială, delfinii sau balenele ar sta alături de pești, având în vedere mediul în care trăiesc, forma corpului și modul de locomoție – criterii după care, la rândul lor, lilieci s-ar situa alături de păsări în clasa zburătoarelor. După criteriul mai esențial al modului de reproducere, însă, atât



balenele și delfinii, cât și lilieci fac parte din clasa mamiferelor – asemănările fiind, pe acest plan, mult mai importante decât deosebirile, oricât ar fi acestea de vizibile în primă aparență.

După caracterul însușirilor pe care le reflectă notele pe care se întemeiază clasificarea, deosebim două tipuri de clasificare:

a) În clasificarea *artificială*, gruparea elementelor în clase are loc pe baza unor proprietăți neesențiale pentru elementele clasificării, dar convenabile pentru organizarea acestora în vederea unor deziderate practice; de aceea se mai numește și clasificare *pragmatică*. De exemplu, ordinea alfabetică a termenilor dintr-un dicționar sau a studenților în catalog.

b) În clasificarea *naturală*, fundamentul clasificării constă exclusiv în note ce reflectă însușiri esențiale pentru elementele clasificării – așa cum am văzut că este forma de reproducere în cazul viețuitoarelor

### 3.8. Diviziunea

Numită și «clasificare analitică», diviziunea este operația logică prin care, pornind de la o noțiune generală, dezvoltăm întâi speciile acesteia, apoi subspeciile fiecăreia dintre ele, continuând astfel, din treaptă în treaptă, până ce ajungem la obiectele individuale care aparțin clasei denotate de termenul inițial. Exemplificări pot fi, «citite invers», toate tipologiile expuse în paragraful anterior).

În **structura diviziunii** aflăm aceleași componente ca și la clasificare, dispuse în ordine inversă:

- *obiectul diviziunii* – o noțiune generală luată ca gen și împărțită în specii, subspecii ș.a.m.d.
- *criteriul diviziunii* – însușirile pe baza cărora se grupează speciile și subspeciile;
- *membrii* (elementele) diviziunii.

**Regulile diviziunii** coincid, în mare măsură, cu regulile clasificării:

1) Diviziunea trebuie să fie completă, astfel încât membrii diviziunii să epuizeze obiectul operației; grupați laolaltă, aceștia trebuie să acopere o extensiune identică celei ce aparține termenului inițial.

2) Pe fiecare treaptă a diviziunii, între speciile care reprezintă membrii diviziunii trebuie să existe un raport de opoziție (contrarietate sau opoziție).

3) Pe aceeași treaptă a diviziunii, fundamentul trebuie să fie unic.

4) Diviziunea nu trebuie să facă salturi; noțiunile de pe fiecare treaptă a diviziunii trebuie să-și găsească genul proxim pe treapta imediat superioară. Pornind de la noțiunea de „om“, distingem rasele după culoarea pielii – albi, negri, galbeni etc. – și greșim dacă, în specia albilor divizăm subspeciile români, bulgari, sârbi etc., deoarece am sărit treapta diviziunii continentale, uitând să grupăm albi mai întâi în europeni, nord și sud americani etc.

Diferitele tipuri de diviziune se deosebesc după numărul membrilor diviziunii, în *dihotomice*, *trihotomice*, *tetratomice* etc. În cazul diviziunii dihotomice, între membrii diviziunii există un raport de *contradicție* (un membru oarecare nu poate să facă parte din ambele specii, dar nici să lipsească din amândouă). În celelalte tipuri de diviziune, între membrii diviziunii există raporturi de *contrarietate* (un membru oarecare nu poate să facă parte din două sau mai multe specii, dar poate fi absent dintr-una sau mai multe).

### 3.9. Structura și clasificarea propozițiilor categorice de predicatie

Termenii izolați nu au și nu ar putea să aibă vreo semnificație sau valoare cognitivă: sensurile lor se conturează numai prin multitudinea fără număr a combinațiilor dintre ei în cadrul propozițiilor, înlanțuite, la rândul lor, în raționamente. «Ideile» nu se pot concepe și exprima decât prin propoziții.

Cele mai simple propoziții de predicatie sunt alcătuite din două noțiuni absolute, între care se stabilește un unic raport – acela de *inerență* a unei proprietăți într-un anumit obiect. Acest raport se enunță în mod *necondiționat* sau *cu certitudine*: „Tabla este neagră“, „Creta este albă“, „Studenții sunt inteligenți“, „Profesorii sunt erudiți“, „Arbitrii de football sunt corecți“ etc. – fără nici un alt adaus de genul «e posibil...», «este necesar...», «eventual...», «nu-i exclus...», «este îndoielnic...», «de necrezut...» etc. Din acest motiv propozițiile simple de predicatie se numesc, pe scurt, **categorice**.

Termenul ce desemnează lucrul căruia i se atribuie o anumită însușire este **subiectul logic** al propoziției (notat **S**), iar termenul corespunzător proprietății atribuite subiectului se numește **predicat logic** (notat **P**). De regulă, subiectul și, respectiv, predicatul *logic* coincid cu subiectul și predicatul *gramatical* – dar nu întotdeauna. De exemplu, în propoziția „Tinerilor le place muzica rock“ (sau rap, sau dance sau cine le mai știe?), subiectul gramatical este „muzica rock“, care posedă însușirea (predicatul) de a le plăcea tinerilor; logic, putem accepta această predicatie (muzica are proprietatea de a le plăcea tinerilor), sau o putem inversa, considerând **S** = „tinerii“, care au proprietatea **P** = „a le plăcea muzica rock“.

Din punct de vedere *extensional*, între S și P poate exista fie un raport de *concordanță* – și, în acest caz, propoziția *afirmă* că S are proprietatea P, fie un raport de *excluziune* – și, în acest caz, propoziția *neagă* faptul că P este o însușire a lui S. Proprietatea de a afirma sau nega relația dintre S și P se numește **calitatea** propozițiilor categorice.

În structura propozițiilor categorice de predicatie mai apar, în mod *explicit* sau *tacit*, niște operatori logici numiți **cuantori** (sau cuantificatori) – cu precizarea importantă că ei nu se referă decât la sfera lui S). Cuantorii cel mai frecvent utilizați sunt:

- (i) Cuantorul *universal*, redat prin «toți» («toate»), «orice», «oricare», «nici un», «nici o», indică faptul că relația enunțată între S și P are loc pentru fiecare element din sfera subiectului, fără excepție.
- (ii) Cuantorul *existențial* «unii» («unele») indică faptul că există cel puțin un element în sfera subiectului pentru care relația dintre S și P are loc, ceea ce nu se poate spune, însă, despre toate elementele din clasa S.
- (iii) În sfârșit, cuantorul *individual*, redat printr-un pronume demonstrativ («acest X», «acel Y») sau printr-un nume propriu, arată că un singur element din sfera lui S (fie că aceasta cuprinde doar acel unic element sau mai multe) este pus în relație cu P.

Proprietatea de a conține unul dintre acești cuantori, ca un prefix ce precizează sfera lui S, se numește **cantitatea** propozițiilor categorice. După cantitate, în funcție de cuantorul folosit, se disting următoarele tipuri de propoziții categorice:

- a) *universale*, în care P se enunță despre întreaga sferă a lui S: „Toți studenții sunt prezenți” sau „Nici un student nu este plictisit la cursul de logică”; în mod frecvent, în limbajul comun, al vieții cotidiene, cuantorul universal este implicit sau subînțeles: „Omul este o ființă rațională” (subînțelegând că orice ființă care își merită numele de om posedă atributul raționalității), „Balenele nu sunt pești” (subînțelegând că ne referim la *toate* balenele din lume).
- b) *particulare*, în care S este o noțiune generală, iar P se enunță numai despre o parte din elementele cuprinse în sfera lui S: „Unii studenți lipsesc de la cursul de logică” sau „Unii șoferi nu respectă (întotdeauna și absolut toate) regulile codului rutier”.
- c) *singulare*, în care P se enunță despre un singur element din sfera lui S, atunci când S este o noțiune generală; de exemplu, „Acest creion este albastru”. Atunci când S este o noțiune individuală, având și o denumire care îi exprimă limpede unicitatea, menționarea cuantorului individual devine superflua; de exemplu, „București este capitala României”.

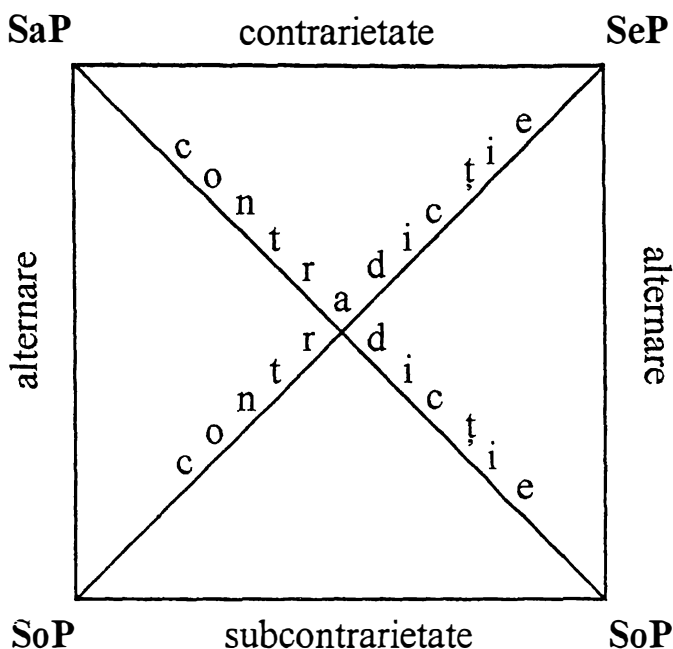
Propozițiile categorice singulare prezintă similitudini esențiale cu cele universale (fără a fi cu totul identice cu acestea din urmă): întrucât subiectul lor reprezintă o clasă cu un singur element, vorbind despre acel unic element ne referim la întregul clasei, ca și în cazul propozițiilor universale. Asimilând aceste două tipuri de propoziții, rezultă că și după criteriul cantității vom reține numai două feluri de propoziții categorice: universale și particulare.

Prezența și semnificația cuantorilor în structura propozițiilor categorice este atât de intim legată de relația dintre S și P, încât calitatea și cantitatea formează numai împreună un criteriu unic pentru clasificarea acestor propoziții, pe care o redăm sintetic mai jos, utilizând și reprezentarea grafică prin diagramele Euler:

Denumirea propoziției	Notăție simbolică	Citire standard	Reprezentare grafică (diagrame Euler)
universală afirmativă	A SaP	„Toți S sunt P“	
universală negativă	E SeP	„Nici un S nu este P“	
particulară afirmativă	I SiP	„Unii S sunt P“	
particulară negativă	O SoP	„Unii S nu sunt P“	

### 3.10. „Opoziția“ propozițiilor categorice

Cele patru tipuri de propoziții categorice care se pot forma cu două noțiuni S și P stabilesc două câte două anumite raporturi logice precis definite, în virtutea cărora, știind valoarea de adevăr a unei propoziții, se pot infera valorile alethice ale celorlalte tipuri de propoziții categorice. Ansamblul acestor relații logice este figurat în schema alăturată, cunoscută ca *pătratul opoziției propozițiilor categorice* sau *pătratul lui Boethius*.



„Opozițiile“ din pătratul logic poartă următoarele denumiri:

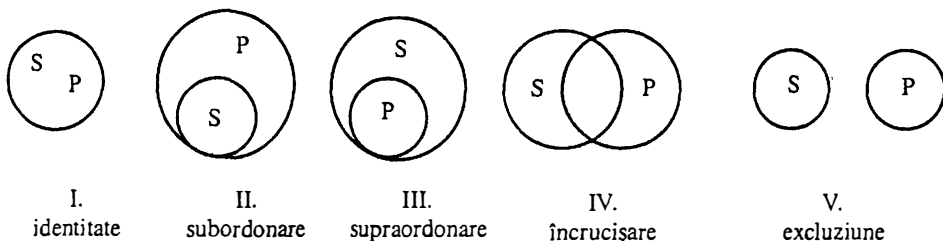
1) Propozițiile care *diferă atât după calitate, cât și după cantitate* (**SaP** – **SoP** și **SeP** – **SiP**) se numesc **contradictorii**. Astfel de propoziții nu pot fi nici ambele adevărate, nici ambele false, ci au întotdeauna valori logice opuse, astfel încât din adevărul uneia decurge logic falsitatea celeilalte și invers. Dacă este adevărat că „Toate pătratele sunt patrulate regulate“, atunci este cu siguranță falsă afirmația contradictorie că „Unele pătrate nu sunt patrulate regulate“. Dacă este adevărat că „Unii oameni iubesc muzica simfonică“, atunci este cu necesitate falsă propoziția ei contradictorie, anume că „Nici un om nu iubește muzica simfonică“. Iar din falsitatea propoziției „Unele mamifere au pene“ extragem cu certitudine adevărul propoziției „Nici un mamifer nu are pene“.

2) *Universalele de calitate opusă* (**SaP** și **SeP**) se numesc propoziții **contrare**: ele nu pot fi niciodată ambele adevărate (astfel încât adevărul uneia implică logic falsitatea celeilalte), dar pot fi ambele false (astfel încât din falsitatea uneia dintre ele nu decurge prin implicație logică valoarea aletică a celeilalte). Întrucât este adevărat că „Toate romburile sunt patrulate regulate“, propoziția contrară „Nici un romb nu este patrulater“ nu poate fi decât falsă. În schimb, fiind fals că „Toate triunghiurile sunt patrulate regulate“, contrara ei „Nici un triunghi nu este patrulater“ este adevărată; dar tot falsă este și propoziția „Toate triunghiurile sunt echilaterale“, însă contrara ei „Nici un triunghi nu este echilateral“ este, de asemenea, falsă.

3) *Particularele de calitate opusă* (**SiP** și **SoP**) se numesc propoziții **subcontrare**: astfel de propoziții nu pot fi ambele false (astfel încât din falsitatea uneia din ele decurge logic adevărul celeilalte), dar pot fi ambele adevărate (astfel încât adevărul unei particulare nu implică logic valoarea alethică a subcontrarei sale). Dacă este fals că „Unii oameni nu sunt pasionați de fotbal“, atunci neapărat este adevărată subcontrara ei, „Unii oameni sunt pasionați – și încă cum! – de fotbal“. În schimb, adevărat fiind că „Unii oameni au copii“, e la fel de adevărat că „Unii oameni (restul) nu au copii“. Dar dacă este adevărată propoziția „Unele triunghiuri sunt poligoane“, contrara ei „Unele triunghiuri nu sunt poligoane“ nu mai este, la rândul ei, adevărată, ci este falsă.

4) Propozițiile *de aceeași calitate, însă de cantități diferite* (**SaP** – **SiP** și **SeP** – **SoP**) se află în raport de **subalternare**; propoziția *universală* se numește *supraalternă*, iar *particulara* corespunzătoare se numește *subalternă*. Adevărul universalei supraalterne implică logic adevărul particularei subalterne, căci ceea ce se poate afirma sau nega despre „toți S“ *a fortiori* se poate spune și despre oricare „unii S“; în schimb, adevărul subalternei nu implică logic valoarea alehică a supraalternei, căci nu tot ceea ce se poate afirma sau nega despre „unii S“ este adevărat despre „toți S“. Întrucât „Toți oamenii au o mamă și un tată“ (ceea ce devine tot mai problematic pe măsură ce se răspândește fertilizarea *in vitro* sau inseminarea artificială), *a fortiori* este adevărat că măcar „unii oameni (încă destui) au fost procreați de către o mamă și un tată“. Dar dacă este adevărat că „Unii studenți înțeleg cursul de logică“, e fals, din nefericire, că toți studenții fac același lucru. Sau este adevărat că „Unii profesori nu știu limbi străine“, dar, din fericire, nu-i adevărat că „Nici un profesor nu știe nici o limbă străină“. Pe de altă parte, falsitatea subalternei implică logic falsitatea supraalternei corespundente, căci ceea ce nu se poate afirma sau nega despre „unii S“, cu atât mai puțin s-ar putea spune despre „toți S“; în schimb, falsitatea supraalternei nu exclude întotdeauna adevărul subalternei sale. Dacă este fals că „Unele triunghiuri au cinci laturi“, nu are cum să fie adevărat că „Toate triunghiurile au cinci laturi“; este însă posibil să fie adevărat că „Unele triunghiuri nu sunt isoscele“, dar fals că „Nici un triunghi nu este isoscel“.

Doi termeni generali S și P se pot găsi în următoarele cinci **raporturi extensionale**:



Aceste raporturi sunt exprimate prin cele patru tipuri de propoziții categorice alcătuite din termenii S și P. În tabelul de mai jos sunt înscrise raporturile logice anterior definite.

	cazul I	cazul II	cazul III	cazul IV	cazul V
SaP	1	1	0	0	0
SeP	0	0	0	0	1
SiP	1	1	1	1	0
SoP	0	0	1	1	1

Utilizând cunoștințele de calcul propozițional, putem formula pe baza raporturilor de opoziție între propozițiile categorice câteva **legi logice** sau formule tautologice.

(a) **contradicția**

1. SaP și SoP:  $SaP \leftrightarrow \neg(SoP)$  sau  $\neg(SaP) \leftrightarrow SoP$  (prin definiție)

Transformări echivalente:

$$\bullet [SaP \rightarrow \neg(SoP)] \wedge [\neg(SoP) \rightarrow SaP] \quad (L.5)$$

$$\bullet [SoP \rightarrow \neg(SaP)] \wedge [\neg(SaP) \rightarrow SoP] \quad (L.5)$$

$$\bullet \neg(SaP \wedge SoP) \wedge (SaP \vee SoP),$$

deoarece una dintre propoziții este falsă, și conjuncția lor va fi tot falsă în orice situație – iar disjuncția lor este întotdeauna adevărată, deoarece una dintre propoziții (indiferent care) este adevărată.

2. SeP și SiP:  $SeP \leftrightarrow \neg(SiP)$  sau  $\neg(SeP) \leftrightarrow SiP$  (prin definiție)

Transformările echivalente, similare celor de la punctul 1, se vor efectua ca *exerciții*.

(b) **contrarietatea**

$\neg(SaP \wedge SeP)$  – prin definiție;

Transformări echivalente:

$$\bullet \neg(SaP) \vee \neg(SeP) \quad (L.9)$$

$$\bullet SaP \rightarrow \neg(SeP) \quad (D.1)$$

$$\bullet SeP \rightarrow \neg(SaP) \quad (L.15); (D.1)$$

(c) **subcontrarietatea**

$SiP \vee SoP$  – prin definiție;

Transformări echivalente:

- $\neg[\neg(\text{SiP}) \wedge \neg(\text{SoP})]$  (L.10)
- $\neg(\text{SiP}) \rightarrow \text{SoP}$  (D.1)
- $\neg(\text{SoP}) \rightarrow \text{SiP}$  (L.15); (D.1)

(d) **subalternarea**

1.  $\text{SaP} \rightarrow \text{SiP}$  (prin definiție);

Transformări echivalente:

- $\neg(\text{SiP}) \rightarrow \neg(\text{SaP})$  (L.19)
- $\neg[\text{SaP} \wedge \neg(\text{SiP})]$  (L.6)

2.  $\text{SeP} \rightarrow \text{SoP}$  (prin definiție);

Transformări echivalente:

- $\neg(\text{SoP}) \rightarrow \neg(\text{SeP})$  (L.19)
- $\neg[\text{SeP} \wedge \neg(\text{SoP})]$  (L.6)

## Exerciții

1. Găsiți perechi de termeni generali, S și P, astfel încât:

- a)  $\text{SaP}$  și  $\text{SeP}$  să fie împreună false;
- b)  $\text{SaP}$  să fie adevărată, iar  $\text{SeP}$  falsă sau invers;
- c)  $\text{SiP}$  și  $\text{SoP}$  să fie împreună adevărate;
- d)  $\text{SiP}$  să fie adevărată, iar  $\text{SoP}$  falsă sau invers;
- e)  $\text{SaP}$  și  $\text{SiP}$  să fie împreună adevărate, iar  $\text{SoP}$  falsă sau invers;
- f)  $\text{SaP}$  să fie falsă, iar  $\text{SiP}$  adevărată; analog pentru  $\text{SeP}$  și  $\text{SoP}$ .

2. Presupunând valabile raportul de contradicție dintre  $\text{SaP}$  și  $\text{SoP}$ , respectiv  $\text{SeP}$  și  $\text{SiP}$ , ca și raportul de contrarietate dintre  $\text{SaP}$  și  $\text{SeP}$ , demonstrați prin reducere la absurd că  $\text{SiP}$  și  $\text{SoP}$  nu pot fi ambele false, dar pot fi ambele adevărate.

3. Pentru fiecare dintre propozițiile:

- (1) „Unii A sunt B“;
- (2) „Toți B sunt A“;
- (3) „Nici un A nu este B“;
- (4) „Unii B nu sunt A“;
- (5) „Toți A sunt B“;
- (6) „Unii A sunt B“;



să se stabilească: (a) contradictoria; (b) contrara sau subcontrara (după caz); (c) supraalternă sau subalternă (după caz) și apoi să se determine valoarea de adevăr a noilor propoziții, pentru fiecare din *condițiile*:

- (i) A subordonată față de B;
- (ii) A intersectată (încrucișată) cu B;
- (iii) A și B în raport de opoziție.

4. Fiind date propozițiile următoare, stabiliți pentru fiecare contradictoria și, după caz, contrara sau subcontrara, respectiv subalternă sau supraalternă, arătând, totodată, ce raport există între contrara și contradictoria aceleiași propoziții.

- a) Numai studenții au acces în această discotecă.
- b) Multora le place fotbalul.
- c) Nu există pisici dresate.
- d) Puțini fotbaliști joacă bridge.
- e) Printre marii sculptori au existat și câțiva pictori renumiți.
- f) Cine fuge după doi iepuri nu prinde nici unul.
- g) Există un singur metal care este lichid.

### 3.11. Distribuția termenilor în propozițiile categorice

Mecanismele inferențiale bazate pe relațiile dintre termenii propozițiilor categorice sunt condiționate de distribuirea termenilor S și P. Un termen este **distribuit** într-o anumită propoziție categorică dacă acea propoziție ne comunică ceva despre *întreaga sferă* a termenului respectiv; în caz contrar (atunci când sensul propoziției vizează doar unele elemente din sfera aceluia termen), termenul se consideră **nedistribuit**.

**Distribuirea subiectului logic** nu prezintă nici un fel de dificultate, datorită cuantorilor. E limpede că în propozițiile *universale* S este *distribuit*, odată ce se afirmă că „*Toți S au proprietatea P*” ori, dimpotrivă, că „*Nici un S nu are proprietatea P*”. Este la fel de evident că în propozițiile *particulare*, introduse prin cuantorul existențial „*unii*”, S este *nedistribuit*, sensul acestor propoziții vizând numai o parte din elementele cuprinse în sfera lui. Se poate spune, așadar, că S este întotdeauna distribuit în universale și nedistribuit în particulare.

În ceea ce privește **distribuirea predicatului**, diferențierea se face între propozițiile afirmative și cele negative. Să analizăm mai întâi *cazul afirmativelor universale*. Când spunem că „*Toate romburile sunt patrulatere*” (SaP), distribuit este numai S; propoziția nu se referă la întreaga sferă a lui P, căci proprietatea

„patrulator“ nu revine doar romburilor, ci și altor figuri geometrice cu patru laturi, despre care propoziția noastră nu spune nimic. La fel și în cazul *particularelor afirmative*. În propoziția „Unele patrulatere sunt poligoane regulate“, atât sfera lui S, cât și sfera lui P sunt vizate numai parțial și se suprapun în cazul pătratelor, care nu epuizează nici sfera patrulatelor, nici sfera poligoanelor regulate. Ce se întâmplă în cazul propozițiilor negative? Atunci când spunem, de exemplu, că „Nici un triunghi nu este patrulator“, arătăm că orice element din S e lipsit de legătură cu orice element din clasa P; proprietatea „patrulator“ nu revine nici unui element din sfera lui S. La fel, atunci când spunem că „Unele patrulatere nu sunt poligoane regulate“, acea parte din sfera lui S la care se referă propoziția se separă de întreaga sferă a lui P. Sintetizând, vom spune că P este întotdeauna distribuit în negative și nedistribuit (de regulă) în afirmative. Am spus „de regulă“ pentru că există și excepții – cazul SaP atunci când între S și P există un raport de identitate; de exemplu: „Toate numerele pare sunt divizibile cu 2“.

Notând „distribuit“ cu semnul + și „nedistribuit“ cu –, alcătuim următorul tabel rezumativ.

	S	P
SaP	+	–
SeP	+	+
SiP	–	–
SoP	–	+

În legătură cu distribuirea termenilor vom enunța următoarea regulă (condiție de validitate) pentru orice fel de inferență cu propoziții categorice:

Nici un termen nu poate fi distribuit în concluzia unei inferențe dacă nu e distribuit și în premise.

Nerespectând această regulă, am fi în situația de a trage o concluzie asupra întregii sfere a unui termen, deși premisele ne dau informații numai despre o parte din sfera lui – caz în care adevărul premiselor nu poate fi o condiție suficientă pentru adevărul concluziei.

### 3.12. Inferențe imediate cu propoziții categorice

Din oricare tip de propoziție categorică pot fi derivate, prin anumite transformări logice, alte propoziții; aceste transformări se numesc *inferențe imediate* întrucât concluzia este derivată direct, nemijlocit, dintr-o unică premisă. Cele mai importante inferențe imediate cu propoziții categorice sunt conversiunea și obversiunea.

### 3.12.1. Conversiunea

Numim **conversiune** inferența imediată prin care dintr-o propoziție dată (numită *convertendă*) deducem o altă propoziție (*conversa*), cea din urmă fiind de aceeași calitate și având aceiași termeni ca și prima, dar funcții logice opuse. Schematic, conversiunea se înfățișează astfel:

$S - P \text{ } _c \rightarrow \text{ } P - S$ <div style="display: flex; justify-content: space-around; width: 100%;"> <span>convertenda</span> <span>conversa</span> </div>
---

Nu toate tipurile de propoziții categorice se convertesc în același mod.

a) Fie *universală afirmativă* „Toate patrulatele sunt poligoane”. Intuitiv, ne dăm seama de îndată că simpla inversare a termenilor ne dă o propoziție falsă: „Toate poligoanele sunt patrulate”. Revăzând reprezentările grafice din tabelul de la pag. 116, constatăm că o propoziție de forma SaP poate fi adevărată numai în două situații: atunci când S și P se află într-un raport de *identitate* sau atunci când S este *subordonat* lui P. Simpla inversare a termenilor dă o conversă adevărată în primul caz, dar falsă în cel de-al doilea, mult mai frecvent. Nici regula de distribuție a termenilor, enunțată la finele paragrafului precedent, nu este respectată de transformarea lui SaP în PaS.

$$S \text{ a } P \text{ } _c \rightarrow P \text{ a } S$$

$$+ \quad - \quad + \quad -$$

Se observă că P, distribuit în concluzie, este nedistribuit în premisă.

Transformarea corectă din toate punctele de vedere (și intuitiv și grafic și conform regulii de distribuție a termenilor) este:

$$S \text{ a } P \text{ } _c \rightarrow P \text{ i } S$$

$$+ \quad - \quad - \quad -$$

Revenind la exemplul nostru, din adevărul propoziției „Toate patrulatele sunt poligoane” se poate infera corect conversa „Unele poligoane sunt patrulate”.

Acest gen de conversiune, specific propozițiilor *universale afirmative* care se transformă în propoziții *particulare, mai slabe cantitativ*, se numește conversiune **prin accident** (*per accidens*). Conversa și convertenda nu sunt logic echivalente, motiv pentru care convertind, la rândul ei, conversa nu se revine la propoziția inițială.

b) În cazul *universalelor negative*, simpla inversare a termenilor din propoziția dată funcționează: dacă „Nici o pasăre nu este patruped” intuitiv ne dăm

seama de îndată că tot adevărată este și conversa „Nici un patruped nu este pasăre“. Reprezentarea grafică din tabelul de la pag. 116 arată limpede că separarea completă între sferele termenilor S și P se poate enunța în ambele sensuri. Și regula de distribuire a termenilor este respectată într-o conversiune de forma:

$$S e P_c \rightarrow P e S$$

$$+ + \quad + +$$

Acest gen de conversiune, în care *conversa are aceeași cantitate ca și convertenda* se numește conversiune **simplică** (*simplex*); premisa și concluzia inferenței sunt logic echivalente, astfel încât prin reconvertirea conversei se revine la propoziția inițială.

c) Tot simplu se convertesc și *particularele afirmative*; dacă este adevărat că „Unele mamifere sunt ființe acvatice“, în mod evident va fi adevărată și conversa ei „Unele ființe acvatice sunt mamifere“.

$$S i P_c \rightarrow P i S$$

$$- - \quad - -$$

Fiind vorba de acea parte comună din sferele lui S și P, relația de atribuire se poate face în ambele sensuri; se observă că și regula de distribuire a termenilor este pe deplin respectată.

d) *Conversiunea particularelor negative nu este posibilă ca operație logică*. Ea se poate realiza *câteodată*, dar nu în virtutea unei corelații necesare între valorile de adevăr ale convertendei și ale conversei. În tabelul de la pag. 116 sunt reprezentate cele două situații în care poate fi adevărată o propoziție de tip SoP. Exemplificând primul caz (S și P intersectate), fie adevărată propoziția: „Unii studenți nu sunt sportivi“, inversând termenii, se obține tot o propoziție adevărată: „Unii sportivi nu sunt studenți“. În al doilea caz (S supraordonat lui P), propoziția „Unele poligoane nu sunt patrulatere“ este adevărată, însă propoziția cu termenii inversați „Unele patrulatere nu sunt poligoane“ este, evident, falsă. Conversiunea particularelor negative nu respectă nici regula de distribuire a termenilor:

$$S o P_c \rightarrow P o S$$

$$- + \quad - +$$

(nedistribuit în convertendă, S apare distribuit în conversă)

Rezumând:

- propozițiile de tip A (SaP) se convertesc *prin accident*;
- propozițiile de tip E (SeP) și I (SiP) se convertesc *simplic*;
- propozițiile de tip O (SoP) *nu se convertesc*.

### 3. 12. 2. Obversiunea

Se numește obversiune inferența imediată prin care, dintr-o propoziție dată – numită *obvertendă*, este derivată o altă propoziție – *obversa*, de aceeași cantitate, dar de calitate opusă față de propoziția inițială, având același subiect logic, iar ca *predicat contradictoriul predicatului din propoziția inițială*.

Schematic, obversiunea se prezintă astfel:

$S - P_o \rightarrow \neg(P - \neg S)$
obvertenda                      obversa

Toate tipurile de propoziții categorice se obvertesc în același mod:

$S a P_o \rightarrow S e \neg P$	exemplu: „Toți magistrații sunt corecți“ $\rightarrow$ „Nici un magistrat nu este incorect“
$S e P_o \rightarrow S a \neg P$	exemplu: „Nici un cascador nu este fricos“ $\rightarrow$ „Toți cascadorii sunt curajoși“
$S i P_o \rightarrow S o \neg P$	exemplu: „Unii arbitri sunt coruptibili“ $\rightarrow$ „Unii arbitri nu sunt incoruptibili“
$S o P_o \rightarrow S i \neg P$	exemplu: „Unii studenți nu sunt serioși“ $\rightarrow$ „Unii studenți sunt neserioși“.

Între obversa și obvertendă există un raport de echivalență logică, astfel încât reobvertind obversa, se revine la propoziția inițială.

### 3. 12. 3. Aplicații ale conversiunii și obversiunii

Deseori, o propoziție categorică de forma  $S - P$  apare sub o altă formă decât acelea care se obțin direct printr-o singură conversiune sau obversiune; putem întâlni forme de genul  $\neg S - P$ ,  $\neg P - S$ ,  $\neg S - \neg P$  sau  $\neg P - \neg S$ . Apariția acestor formule este posibilă deoarece o propoziție categorică poate fi transformată succesiv prin aplicarea repetată și alternativă a conversiunii și a obversiunii.

De multe ori, forma sub care se prezintă o anumită propoziție categorică este atât de diferită de forma ei inițială, încât – deși cunoaștem valoarea logică a propoziției inițiale – nu putem stabili intuitiv valoarea alethică a formei sale transformate. În astfel de situații, este necesar să verificăm dacă propoziția la care s-a ajuns poate fi derivată din propoziția inițială aplicând corect o alternanță de conversiuni și de obversiuni.

Iată acum toate inferențele imediate care pot fi efectuate pornind de la fiecare tip de propoziție categorică:

1. (a)  $SaP \leftrightarrow PiS \rightarrow Po \neg S$   
 (b)  $SaP \rightarrow Se \neg P \leftrightarrow \neg PeS \rightarrow \neg Pa \neg S \leftrightarrow \neg Si \neg P \rightarrow \neg SoP$
2. (a)  $SeP \leftrightarrow PeS \rightarrow Pa \neg S \leftrightarrow \neg SiP \rightarrow \neg So \neg P$   
 (b)  $SeP \rightarrow Sa \neg P \leftrightarrow \neg PiS \rightarrow \neg Po \neg S$
3. (a)  $SiP \leftrightarrow PiS \rightarrow Po \neg S$   
 (b)  $SiP \rightarrow So \neg P$
4.  $SoP \rightarrow Si \neg P \leftrightarrow \neg PiS \rightarrow \neg Po \neg S$

După cum se poate observa, șirurile de inferențe alternative se încheie de fiecare dată cu o propoziție particular negativă, care nu se mai poate converti. Propoziția *conversă a obversei* se numește *contrapusă parțială* (procedeul de obținere numindu-se **contrapozitie parțială**), iar *obversa contrapusei parțiale*, obținută prin **contrapozitie totală**, se numește *contrapusă totală*. Se numește *inversă* a unei propoziții o altă propoziție implicată logic de ea și care are ca subiect contradictoriul subiectului ei. Inverse nu au decât propozițiile universale ( $\neg SiP$  și  $\neg So \neg P$  sunt inversele lui  $SaP$ ;  $\neg SiP$  și  $\neg So \neg P$  sunt inversele lui  $SeP$ ).

Sintetizând toate relațiile logice stabilite prin efectuarea inferențelor imediate cu propoziții categorice, notăm următoarele **legi logice** (notate cu  $I_n$ ):

*Legile logice ale conversiunii*

- (I.1)  $SaP \rightarrow PiS$
- (I.2)  $SeP \leftrightarrow PeS$
- (I.3)  $SiP \leftrightarrow PiS$

*Legile logice ale obversiunii*

- (I.4)  $SaP \leftrightarrow Se \neg P$
- (I.5)  $SeP \leftrightarrow Sa \neg P$
- (I.6)  $SiP \leftrightarrow So \neg P$
- (I.7)  $SoP \leftrightarrow Si \neg P$

*Legile logice ale contrapozitiei parțiale*

- (I.8)  $SaP \leftrightarrow \neg PeS$
- (I.9)  $SeP \rightarrow \neg PiS$
- (I.10)  $SoP \leftrightarrow \neg PiS$

*Legile logice ale contrapozitiei totale*

- (I.11)  $SaP \leftrightarrow \neg Pa \neg S$
- (I.12)  $SeP \rightarrow \neg Po \neg S$
- (I.13)  $SoP \leftrightarrow \neg Po \neg S$

*Legile logice ale inversiunii*

(I.14)  $SaP \rightarrow \neg Si \neg P$

(I.15)  $SaP \rightarrow \neg SoP$

(I.16)  $SeP \rightarrow \neg SiP$

(I.17)  $SeP \rightarrow \neg So \neg P$

**Exerciții**

1. Construiți contrapusele parțiale și totale ale propozițiilor:

- a) Numerele impare au pătrate impare.
- b) Unii bursieri nu sunt căminiști.

2. (Keynes) Determinați relațiile logice dintre următoarele propoziții considerate două câte două:

- a) Toate cristalele sunt solide.
- b) Unele solide nu sunt cristale.
- c) Unele substanțe ce nu sunt cristale nu sunt solide.
- d) Nici un cristal nu este solid.
- e) Unele cristale sunt solide.
- g) Unele substanțe ce nu sunt solide nu sunt cristale.
- h) Toate solidele sunt cristale.

3. (P. Bieltz) Reformulați următoarele propoziții astfel încât ele să aibă același subiect și același predicat logic și arătați ce raporturi există între ele:

- (1) Toți A sunt non-B.
- (2) Unii non-A sunt B.
- (3) Nici un non-A nu este B.
- (4) Unii A sunt B.

4. (P. Bieltz) Să se formeze din următoarele propoziții toate perechile posibile și pentru fiecare pereche în parte să se arate dacă una din propoziții poate fi derivată corect din cealaltă prin inferențe imediate:

- (1) Orice acțiune inumană este nejustificabilă.
- (2) Orice acțiune nejustificabilă este inumană.
- (3) Unele acțiuni justificabile nu sunt inumane.
- (4) Nici o acțiune justificabilă nu este inumană.
- (5) Unele acțiuni inumane nu sunt nejustificabile.
- (6) Unele acțiuni care nu sunt inumane nu sunt nejustificabile.
- (7) Unele acțiuni justificabile sunt inumane.

### 3.13. Structura silogismului categoric

Cele mai simple raționamente cu propoziții categorice se numesc silogisme. Creat de către Aristotel, cu sensul de raționament deductiv în general, termenul *silogism* se folosește astăzi cel mai adesea cu sensul de inferență deductivă în care concluzia decurge din *două* (și numai două) *premise*.

După natura premiselor, se disting diferite *tipuri de silogisme*.

- Atunci când una din premise este o propoziție compusă condițională, vorbim de silogisme **ipotetice**; exemple pot fi luate *modus ponendo ponens* sau *modus tollendo tollens*.
- Atunci când una din premise este o propoziție compusă disjunctivă, avem de a face cu silogisme disjunctive sau **alternative**; de exemplu *modus tollendo ponens* sau *modus ponendo tollens*.
- Silogismele în care atât premisele, cât și concluzia sunt propoziții categorice se numesc, după natura premiselor, **categorice**.

Fie următorul exemplu de silogism categoric:

Toate patrulateralele sunt poligoane

Toate romburile sunt patrulatere

---

Deci, toate romburile sunt poligoane

Găsim în acest raționament *trei termeni*, fiecare prezent de câte două ori. Se numește termen **minor subiectul concluziei** (notat **S**) și **minoră premisa** în care se găsește acest termen; în exemplul nostru, S este termenul „romburi“, iar premisa minoră propoziția „Toate romburile sunt patrulatere“. Se numește termen **major predicatul concluziei** (notat **P**) și **majoră premisa** în care se găsește acest termen; în exemplul ales, P este termenul „poligoane“, iar premisa majoră propoziția „Toate patrulateralele sunt poligoane“. Minorul și majorul sunt **termenii extremi** ai silogismului. Stabilim prin *convenție* ca, în scrierea standard a silogismelor să începem totdeauna cu premisa majoră.

Cel de-al treilea termen al silogismului apare câte o dată în fiecare premisă; el nu figurează în concluzie, dar joacă un rol cheie în stabilirea relației dintre S și P, întrucât el – raportându-se atât la P, în premisa majoră, cât și la S, în premisa minoră – mijlocește relația dintre extremi; din acest motiv, el se numește termen **mediu** (notat **M**). În exemplul nostru, M este termenul „patrulatere“.

Forma simbolică a silogismului ales spre exemplificare este:

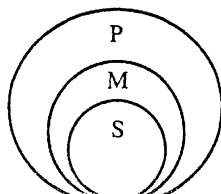
$$\begin{array}{l} M \text{ a } P \\ S \text{ a } M \\ \hline S \text{ a } P \end{array}$$




Figura reprezintă grafic relațiile extensionale dintre termenii unui silogism de această formă. P a fost numit termen „major“ deoarece are sfera cea mai cuprinzătoare, în vreme ce S, termenul „minor“, are sfera cea mai restrânsă. Figura ne arată foarte sugestiv că mecanismul inferențial al silogismului se bazează pe relațiile extensionale între sferele celor trei termeni: întrucât orice element din S aparține lui M și orice element din M aparține lui P, rezultă că orice element din S aparține lui P (altfel spus, S este o submulțime a lui M, M este la rândul său o submulțime a lui P, deci S este o submulțime a lui P).

### 3.14. Figuri și moduri silogistice

Dacă avem în vedere dispunerea termenilor S, M și P în cadrul premiselor, distingem patru structuri sau forme, numite **figuri silogistice**:

Fig. I	Fig. a II-a	Fig. a III-a	Fig. a IV-a
M – P	P – M	M – P	P – M
S – M	S – M	M – S	M – S
<hr/> S – P	<hr/> S – P	<hr/> S – P	<hr/> S – P

În figura I termenii extremi S și P au aceeași funcție logică, atât în premise, cât și în concluzie – astfel încât S este subiect logic și în minoră, ca și în concluzie, iar P este predicat logic și în majoră, ca și în concluzie – (de unde «firescul» sau «naturaletă» silogismelor din această figură). În figura a II-a, M este predicat logic în ambele premise; în figura a III-a, M este subiect logic în ambele premise; în figura a IV-a, termenii extremi au în concluzie funcții logice opuse celor pe care le dețin în premise (de unde caracterul mai greoi, oarecum forțat din perspectiva intuiției al deducțiilor silogistice din această figură).

Figurile silogistice se transformă din structuri abstracte în scheme de inferență numai dacă specificăm tipurile de propoziții (A, E, I sau O) ce apar drept premise și concluzie. De exemplu, o premisă majoră din figura I, de structura M–P, poate fi o propoziție de forma MaP, MeP, SiP sau SoP. Considerând acest aspect, în fiecare figură sunt posibile câte 64 de combinații, numite **moduri silogistice**. Numărul total de construcții sau moduri silogistice este considerabil:  $4 \times 64 = 256$ .

Pentru *notația simbolică* a fiecărui mod silogistic posibil adoptăm următorul procedeu: o succesiune de trei litere (*a*, *e*, *i* sau *o*) indică tipurile de propoziții care alcătuiesc premisele și concluzia modului silogistic respectiv, iar una din cifrele 1, 2, 3 sau 4, alăturată grupului de litere, indică figura silogistică, respectiv modul de dispunere a termenilor în premise. De exemplu, *aaa-1* redă simbolic un silogism de forma:

$$\frac{M a P}{\frac{S a M}{S a P}} \text{ sau } (MaP) \wedge (SaM) \rightarrow (SaP)$$

eio-2 reprezintă un silogism în figura a II-a, de forma:

$$\frac{P e M}{\frac{S i M}{S o P}} \text{ sau } (PeM) \wedge (SiM) \rightarrow (SoP)$$

Întrucât se pot construi 256 de moduri silogistice, se pune problema câte și câte și care dintre aceste scheme deductive posibile sunt valide? Sunt necesare anumite criterii sau **condiții de validitate**, pe baza cărora să putem determina cu certitudine (și, dacă se poate, sistematic) toate modurile valide. Teoria logicii clasice adoptă două metode principale de determinare a validității silogismelor. Prima a fost elaborată de către Aristotel, creatorul silogisticii antice: un mic număr de silogisme sunt acceptate drept valide fără demonstrație, în virtutea «evidenței» lor naturale quasiaxiomatic, iar celelalte moduri sunt stabilite prin *reducerea* (derivarea logică) a lor, folosind inferențele imediate, din schemele primitive. Imperfecțiunile și lacunele metodei aristotelice sunt depășite de o metodă mai generală, elaborată ulterior de către logicienii medievali, în care un rol esențial îl joacă distribuirea termenilor (neutilizată de către Aristotel). În continuare, vom expune silogistica mai întâi după cea de-a doua metodă, mai completă și mai bine articulată, după care vom prezenta și «reducerea» aristotelică.

### 3.15. Legile generale ale silogismului

Indiferent de particularitățile fiecărei figuri, orice schemă silogistică poate fi validă numai dacă se conformează unor cerințe sau reguli, numite **legi generale** ale silogismului categoric. Majoritatea acestor «legi» nu au o demonstrație formală în logica tradițională; ele sunt stabilite nesistematic, ilustrându-se prin exemplificări consecințele nerespectării lor.

După aspectul pe care îl reglementează, legile generale ale silogismului se pot împărți în trei clase:

#### 3.15.1. Legi referitoare la distribuirea termenilor

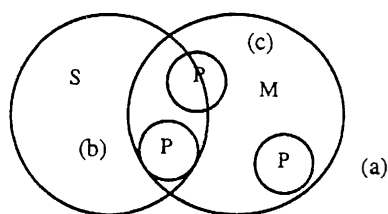
(L.1) Pentru ca un silogism să fie valid este necesar ca termenul mediu să fie distribuit în cel puțin una din premise.

Dacă nu s-ar respecta această cerință, atunci ar fi posibil ca fiecare dintre termenii extremi să fie pus în relație cu o altă parte din sfera lui M, astfel încât legătura dintre S și P nu ar fi logic determinată. Fie, de exemplu, premisele:

$$P \text{ a } M$$

$$S \text{ i } M$$

în care M este nedistribuit în ambele premise (ca predicat logic de propoziție afirmativă). Reprezentând grafic, prin diagrame Euler, cele două premise, avem de figurat un raport de încrucișare între sferile lui S și M, precum și un raport de subordonare a lui P față de M. Dar P, ca noțiune subordonată, poate ocupa în sfera lui M oricare dintre pozițiile (a), (b) sau (c).



Presupunem că ambele premise sunt adevărate. În ceea ce privește raportul dintre S și P, exprimat de concluzie, reprezentarea grafică ne oferă trei variante: (a) SeP; (b) SiP; (c) SiP sau SoP. Variantele (a) și (b) sunt *contradictorii*: una dintre concluziile SeP sau SiP este inevitabil falsă; or, în orice inferență validă, din premise adevărate se obțin întotdeauna *numai* concluzii adevărate. Rezultă că un silogism în care M nu este măcar o dată distribuit nu poate fi valid. Intuitiv, conținutul propozițiilor ne spune, de regulă, căre dintre variantele posibile trebuie aleasă pentru a avea o concluzie adevărată. Pe aceeași schemă silogistică putem construi următoarele înlănțuiri de propoziții:

(i)	<p>Toate pătratele sunt patrulatere</p> <hr/> <p>Unele poligoane regulate sunt patrulatere</p> <hr/> <p>Unele poligoane regulate sunt pătrate</p>	<p>PaM</p> <hr/> <p>SiM</p> <hr/> <p>SiP</p>
(ii)	<p>Toate ciorile sunt negre</p> <hr/> <p>Unele lebede sunt negre</p> <hr/> <p>Nici o lebdă nu este cioară</p>	<p>PaM</p> <hr/> <p>SiM</p> <hr/> <p>SeP</p>

În cazul (i) se potrivește soluția (b); în cazul (ii), soluția (a) – dar opțiunea pentru o concluzie sau alta nu se face în virtutea formei logice, ci a conținutului sau a sensului propozițiilor, cunoscut empiric.

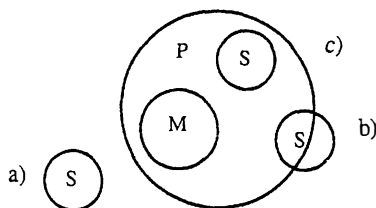
(L.2) Nici unul dintre termenii extremi ai silogismului nu poate fi distribuit în concluzie decât dacă este distribuit și în premisa în care apare.

Această cerință a fost enunțată și explicată ca regulă generală a tuturor inferențelor cu propoziții categorice. Nerespectarea acestei legi duce la comiterea următoarelor **erori logice**:

(a) *majorul ilicit*; fie silogismul:

Toți marinarii sunt bețivi	$M a P$
Nici un șofer nu este marinar	$-$
<hr/>	<hr/>
Nici un șofer nu este bețiv	$S e P$
	$+$

Termenul major P este distribuit în concluzie (ca predicat de propoziție negativă), dar nedistribuit în premisa majoră (ca predicat de afirmativă). Reprezentarea grafică a celor două premise face din nou posibile trei concluzii diferite:

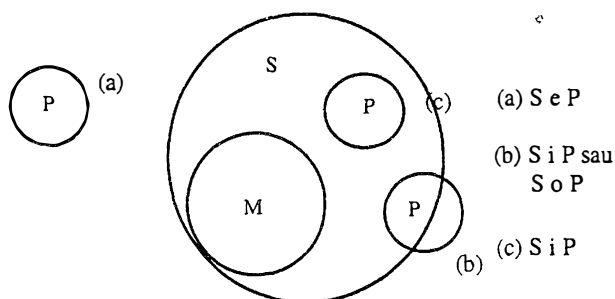


Concluziile posibile sunt: (a) SeP; (b) SiP sau SoP; (c) SaP. Găsim aici o pereche de contradicții logice, între SaP și SoP, pe de o parte, și între SeP și SiP, de cealaltă parte; prin urmare, schema silogistică nu este validă.

(b) *minorul ilicit*; fie silogismul:

Nici o pasăre nu e vivipară	$M e P$
Toate păsările sunt bipede	$M a S$
<hr/>	<hr/>
Nici un biped nu este vivipar	$S e P$
	$+$

Termenul minor S apare distribuit în concluzie (ca subiect logic de propoziție universală), dar este nedistribuit în premisa minoră (ca predicat logic de propoziție afirmativă). Din nou reprezentarea grafică a celor două premise face posibile mai multe concluzii, două dintre acestea fiind contradictorii; deci, raționamentul nu este valid.



### 3.15.2. Legi referitoare la calitatea premiselor și a concluziei

(L.3) Dacă ambele premise sunt afirmative, concluzia (presupunând că se poate extrage vreuna) nu poate fi decât afirmativă.

Motivația acestei legi este următoarea: ambele premise fiind afirmative, fiecare termen extrem este pus în concordanță cu termenul mediu, astfel încât premisele se referă numai la acele părți din sferile lui S și P care se suprapun cu M; stabilind un raport de excludere între extremi, o concluzie negativă s-ar referi la acele părți din sferile lui S și P nesuprapuse sferei lui M, părți despre care premisele nu oferă nici o informație.

(L.4) Cel puțin o premisă trebuie să fie afirmativă (sau, într-o formulare echivalentă: Un silogism cu două premise negative nu poate fi valid).

Rățiunea acestei legi este foarte simplă: dacă ambele premise sunt negative, atunci fiecare din ele se referă la ceea ce S, respectiv P nu au în comun cu M; în acest caz, termenul mediu, fiind separat atât de S, cât și de P, nu poate spune absolut nimic despre relația dintre termenii extremi, care se pot găsi în oricare din tipurile posibile de raporturi extensionale. Dacă „Nici un om nu este pasăre” și „Nici o pasăre nu are trei picioare”, din aceste două propoziții nu derivă logic nici o concluzie necesară, ci se poate spune orice sau nimic.

(L.5) Dintr-o premisă afirmativă și alta negativă nu poate rezulta decât o concluzie negativă.

Premisa afirmativă enunță un raport de concordanță între M și termenul extrem pe care îl conține. Cealaltă premisă fiind negativă, enunță un raport de opoziție între M și celălalt termen extrem. Implicit se stabilește un raport de opoziție între S și P, în sensul că acela dintre ei care se află în premisa negativă este separat de orice element aflat în zona de coincidență a sferei celuilalt termen extrem cu sfera termenului mediu.

### 3.15.3. Legi referitoare la cantitatea premiselor și a concluziei

Aceste legi, care reglementează condițiile de validitate a silogismelor în ceea ce privește cantitatea premiselor, pot fi demonstrate drept consecințe logice ale celor cinci legi anterior enunțate.

(L.6) Cel puțin una din premise trebuie să fie universală (sau, într-o formulare echivalentă, un silogism format din două premise particulare nu poate fi valid.)

Vom demonstra această lege *prin reducere la absurd*. Fie, așadar, acceptată ipoteza: ambele premise ale unui silogism pot fi propoziții categorice particulare. Urmează să analizăm *consecințele* acestei ipoteze, *luând în considerație și calitatea premiselor*. Se deschid trei posibilități:

- H<sub>1</sub> *ambele premise negative*; nu putem admite această posibilitate, deoarece este încălcată (L.4)
- H<sub>2</sub> *ambele premise afirmative*: în două propoziții particular afirmative nu există nici un termen distribuit, ceea ce duce la încălcarea (L.1)
- H<sub>3</sub> *o premisă afirmativă* (de tip I) *și o premisă negativă* (de tip O); în astfel de premise nu există decât un singur termen distribuit (predicatul premisei negative). Decurg de aici următoarele consecințe:
  - M trebuie să fie cel puțin o dată distribuit (L.1)
  - premisa negativă face ca și concluzia silogismului să fie tot negativă (L.5)
  - în concluzia negativă, P este distribuit (ca predicat de propoziție negativă)
  - distribuit în concluzie, P trebuie să fie distribuit și în premisa majoră (L.2)
  - sunt, prin urmare, *necesari doi termeni distribuiți în premise* (M și P), dar nu se poate distribui decât unul; deci, fie (L.1), fie (L.2) va fi încălcată.

Odată respinse toate cele trei posibilități, cade și ipoteza; conform principiului terțului exclus, este adevărată contradictoria ipotezei, adică enunțul lui (L.6).

(L.7) Dintr-o premisă universală și una particulară nu se poate extrage decât o concluzie particulară.

Demonstrația acestei legi este întrutotul similară celei precedente și o sugerăm ca *exercițiu*.

Logicienii medievali contopesc (L.5) și (L.7) într-o singură lege generală a silogismului, care este utilă din punct de vedere mnemotehnic: potrivit acestei formulări medievale, „concluzia urmează *partea cea mai slabă* din premise” –

considerând că sunt «slabe» propozițiile negative față de cele afirmative, respectiv propozițiile particulare față de cele universale. Prin urmare, într-un silogism valid, acolo unde apare o premisă negativă, concluzia (dacă se poate extrage vreuna) va fi neapărat negativă, iar dacă apare o premisă particulară, atunci concluzia nu poate fi, la rândul ei, decât particulară. Cu alte cuvinte, într-un silogism în care una dintre premise este o propoziție SoP, putem extrage numai o concluzie de același rang, adică tot SoP.

Din dorința de a scurta pe cât posibil expunerea silogisticii, nu am introdus în rândul legilor generale ale silogismului o regulă structurală care, de obicei, se enunță ca primă lege a silogismului categoric. Se cere, prin această regulă, ca *silogismul să nu aibă mai mult decât trei și numai trei termeni*. În speță, e vorba de eliminarea oricărei ambiguități a termenului mediu – căci dacă acesta se folosește cu două sensuri diferite, atunci se comite un sofism, numit *quaternio terminorum* sau eroarea celui de-al patrulea termen, în care M nu face decât o legătură artificială între termenii extremi ai silogismului. Fie, de exemplu, silogismul:

Albastru este un adjectiv

Cerul este albastru

Deci, cerul este un adjectiv

E limpede, în exemplul de mai sus, în ce constă eroarea: în premisa majoră, termenul „albastru” este luat ca parte de vorbire și i se precizează valoarea gramaticală; în premisa minoră, „albastru” este luat ca proprietate atribuită cerului real, astfel încât legătura pe care o face termenul mediu între sferele termenilor extremi este artificială.

O ultimă remarcă, înainte de a trece mai departe. Într-o expunere riguroasă axiomatică a silogisticii, primele cinci legi generale ale silogismului, așa cum le-am enunțat anterior, ar fi suficiente ca *axiome* ale sistemului. Întrucât, după cum am văzut, pot fi demonstrate pe baza primelor cinci legi generale ale silogismului, (L.6) și (L.7) ar trebui formulate ca teoreme ale sistemului axiomatic, la fel ca și alte proprietăți ale deducțiilor silogistice, așa cum sunt – vom vedea imediat în cele ce urmează – regulile speciale ale fiecărei figuri silogistice, pe baza cărora se determină toate modurile silogistice valide, precum și alte proprietăți, dintre care unele vor fi cerute a fi demonstrate ca exerciții.

### 3.16. Demonstrația modurilor silogistice valide

Cele șapte legi generale ale silogismului sunt suficiente pentru a testa validitatea oricărei scheme silogistice; a verifica însă 256 de moduri silogistice, eliminând treptat pe cele invalide, nu este o cale nici ușoară, nici elegantă. Pentru a stabili de la început, în mod sistematic, *toate* modurile valide, se aplică următoarea metodă:

- 1) Se deduc mai întâi *regulile speciale ale fiecărei figuri* silogistice; aceste reguli speciale sunt niște condiții suplimentare de validitate, impuse de aranjamentul termenilor în premise, care diferă de la o figură la alta.
- 2) Pe baza regulilor speciale se determină *toate perechile de premise acceptabile* în fiecare figură silogistică.
- 3) Tot pe baza legilor generale ale silogismului, se determină *concluziile* care decurg în mod valid din perechile de premise stabilite anterior.

### 3. 16. 1. Modurile valide în figura I

Reamintim aranjamentul structural al termenilor în figura I:

$$\begin{array}{r} M - P \\ S - M \\ \hline S - P \end{array}$$

(L.1) cere ca termenul mediu (M) să fie măcar o dată distribuit. Fie ca *ipoteză* în care această cerință ar fi satisfăcută:

(H<sub>1</sub>) premisa minoră este negativă. Consecințe logice:

- concluzia silogismului este o propoziție negativă (L.5)
- în concluzie, P este distribuit, ca predicat de propoziție negativă
- P trebuie să fie distribuit și în premisa majoră (L.2)
- întrucât P este predicat logic în premisa majoră, ar fi distribuit numai dacă și premisa majoră ar fi o propoziție negativă – situație în care silogismul ar avea două premise negative, ceea ce nu se poate accepta, conform (L.4)

Rezultă că minora unui silogism în figura I nu poate fi decât afirmativă; în acest caz, fiind nedistribuit în premisa minoră (ca predicat de propoziție afirmativă), termenul mediu nu poate fi distribuit decât în premisa majoră, dacă aceasta este o propoziție universală (în care M este subiect logic). Se pot enunța **regulile speciale ale figurii I:**

**R.1 (I)** *premise majoră universală*

**R.2 (I)** *premise minoră afirmativă*

Pe baza acestor reguli speciale, rezultă că singurele *perechi de premise acceptabile* în figura I sunt următoarele:

<i>a</i>	<i>a</i>	<i>e</i>	<i>e</i>
<i>a</i>	<i>i</i>	<i>a</i>	<i>i</i>

Stabilind, în conformitate cu legile generale ale silogismului, *concluziile*



care decurg din aceste perechi de premise, determinăm următoarele *moduri valide* în figura I:

$\frac{MaP}{SaM}$	$\frac{MaP}{SiM}$	$\frac{MeP}{SaM}$	$\frac{MeP}{SiM}$
$SaP$	$SiP$	$SeP$	$SoP$

Cunoscând raportul de *subalternare* (adevărul supraordonatei universale implică logic adevărul subalternei particulare) putem adăuga încă două moduri valide sub aspect *formal*, deși «slabe» sau redundante din punct de vedere informațional – numite *moduri subalterne*:

$\frac{MaP}{SaM}$	$\frac{MeP}{SaM}$
$SiP$	$SoP$

Recapitulând, am demonstrat că în figura I există următoarele șase moduri valide:

1(I)	$MaP \wedge SaM \rightarrow SaP$	sau	<i>aaa-1</i>
2(I)	$MaP \wedge SiM \rightarrow SiP$	sau	<i>a i i-1</i>
3(I)	$MeP \wedge SaM \rightarrow SeP$	sau	<i>eee-1</i>
4(I)	$MeP \wedge SiM \rightarrow SoP$	sau	<i>eio-1</i>

subalterne

5(I)	$MaP \wedge SaM \rightarrow SiP$	sau	<i>aai-1</i>
6(I)	$MeP \wedge SaM \rightarrow SoP$	sau	<i>ean-1</i>

Privind aceste șase moduri valide, se desprind câteva *caracteristici* interesante:

- În figura I pot fi concluzii *toate cele patru tipuri de propoziții categorice*: A, E, I și O; de notat și faptul remarcabil că *numai în figura I se poate deduce o concluzie universal afirmativă*.
- Figura I poate fi considerată *demonstrativă* prin excelență: premisa majoră fiind universală, enunță o regularitate sau o generalitate; premisa minoră fiind numai afirmativă și având drept predicat logic pe M (subiectul premisei majore), prezintă un caz, o ilustrare sau o aplicație particulară a generalității enunțate de premisa majoră. Concluzia formulează, deci, rezultatul aplicării generalității din premisa majoră la cazul particular din premisa minoră. Specificul argumentativ al figurii I este exprimat, în logica clasică, în două formule latinești: din punct de vedere extensional, *dictum de omni et nullo* (ceea ce se enunță, afirmativ sau negativ, despre toți membrii unei clase de obiecte este valabil și despre membrii oricărei specii a ei despre orice membru individual al ei; din punct de vedere intensional *nota notae est nota rei ipsius* (proprietatea genului aparține oricărui membru individual al oricărei specii subordonate genului respectiv).

### 3.16.2. Moduri valide în figura a II-a

Dispunerea termenilor în figura a II-a așează *termenul mediu* în funcția logică de *predicat logic în ambele premise*.

$$\begin{array}{r} P - M \\ S - M \\ \hline S - P \end{array}$$

Rezultă imediat că *una dintre premise* trebuie să fie *negativă*, căci numai astfel (ca predikat logic de propoziție negativă) M poate fi distribuit, așa cum o cere (L.1). De aici rezultă următoarele consecințe logice:

- având o premisă negativă, *concluzia* nu poate fi decât *negativă* (L.5)
- în concluzie, P este distribuit (ca predikat de propoziție negativă)
- distribuit în concluzie, P trebuie să fie distribuit și în premisa majoră (L.2)
- având în premisa majoră funcția logică de subiect, P poate fi distribuit numai dacă această premisă este o propoziție universală.

Regulile speciale ale figurii a II-a sunt, așadar, următoarele:

**R.1(II)** *premisă majoră universală*

**R.2(II)** *o premisă negativă*

Regulile speciale indică următoarele perechi de *premise acceptabile* în figura a II-a:

$$\begin{array}{cccc} a & a & e & e \\ e & o & a & i \end{array}$$

Determinând și concluziile care decurg din aceste premise, putem stabili următoarele *moduri valide* în figura a II-a:

$$\begin{array}{cccc} P a M & P a M & P e M & P e M \\ S e M & S o M & S a M & S i M \\ \hline S e P & S o P & S e P & S o P \end{array}$$

În virtutea raportului de subalternare, putem adăuga și în figura a II-a încă două *moduri* «slabe» sau *subalterne*:

$$\begin{array}{cc} P a M & P e M \\ S e M & S a M \\ \hline S o P & S o P \end{array}$$

Rezumând, și în figura a II-a se demonstrează tot șase moduri valide:

1(II)  $PaM \wedge SeM \rightarrow SeP$  sau *ae-2*

2(II)  $PaM \wedge SoM \rightarrow SoP$  sau *ao-2*

3(II)  $PeM \wedge SaM \rightarrow SeP$  sau *ae-2*

4(II)  $PeM \wedge SiM \rightarrow SoP$  sau *eio-2*

subalterne

5(II)  $PaM \wedge SeM \rightarrow SoP$  sau *aeo-2*

6(II)  $PeM \wedge SaM \rightarrow SoP$  sau *eao-2*

Iată și câteva din *caracteristicile* silogismelor din această figură:

- una dintre premise fiind în mod obligatoriu negativă, în figura a II-a nu se pot deduce decât *concluzii negative*;
- fiind o propoziție universală, premisa majoră a silogismelor din figura a II-a enunță, ca și în figura I, o generalitate: orice P are / nu are proprietatea M; întotdeauna de calitate opusă față de premisa majoră, minora spune că S are / nu are aceeași proprietate M. Cu alte cuvinte, S nu este un caz particular al lui P; prin raportul față de M, S se diferențiază față de P. Formula logicii clasice pentru această figură este: *dictum de diverso*.

### 3.16.3. Moduri silogistice valide în figura a III-a

În această figură, termenul mediu (M) este subiect logic în ambele premise.

$$\begin{array}{r} M - P \\ M - S \\ \hline S - P \end{array}$$

Deoarece, conform (L.6), cel puțin una dintre premise este o propoziție universală, termenul mediu (M) este automat distribuit în premisa respectivă, ca subiect de propoziție universală; astfel, (L.1) este respectată. Prin exact aceeași demonstrație la care am recurs și atunci când am dedus modurile silogistice valide din figura I se arată că și în figura a III-a premisa minoră trebuie să fie afirmativă, de unde rezultă următoarele consecințe:

- în premisa minoră afirmativă, S este nedistribuit, ca predicat de propoziție afirmativă
- rezultă că S trebuie să fie nedistribuit și în concluzie (L.2)
- așadar, concluzia va fi o propoziție particulară (căci numai în particulare subiectul logic este nedistribuit)

### Întă regurile speciale ale figurii a III-a:

**R.1(III)** *premise minoră afirmativă*

**R.2(III)** *concluzia particulară*

Particularitatea demonstrației modurilor valide din figura a III-a rezidă în faptul că regurile speciale ale acestei figuri nu ne oferă informații despre ambele premise; din ele se pot extrage perechi de minore afirmative și concluzii particulare. Acestea sunt:

?	?	?	?
$\frac{a}{i}$	$\frac{a}{o}$	$\frac{i}{i}$	$\frac{i}{o}$

Rămâne să determinăm, pe baza legilor generale ale silogismului, premisele majore necesare pentru construcția unor silogisme valide. Trecând în revistă toate posibilitățile, găsim și în figura a III-a următoarele moduri silogistice valide:

MaP	MiP	MeP	MoP	MaP	MeP
$\frac{\text{MaS}}{\text{SiP}}$	$\frac{\text{MaS}}{\text{SiP}}$	$\frac{\text{MaS}}{\text{SoP}}$	$\frac{\text{MaS}}{\text{SoP}}$	$\frac{\text{MiS}}{\text{SiP}}$	$\frac{\text{MiS}}{\text{SoP}}$

În figura a III-a nu putem avea moduri subalterne și nici una dintre aceste scheme silogistice nu este redundantă. În schimb, remarcăm că aceeași concluzie SiP se poate extrage atât din combinația de premise «tari»  $\text{MaP} \wedge \text{MaS}$ , cât și din combinația mai «slabă»  $\text{MiP} \wedge \text{MaS}$ ; similar, concluzia SoP rezultă și din combinația de premise universale  $\text{MeP} \wedge \text{MaS}$ , dar și din perechea în care o premisă este particulară  $\text{MoP} \wedge \text{MaS}$ . Modurile în care cele două premise universale dau aceeași concluzie ca și perechea de premise universală + particulară se numesc moduri «tari» sau *supraalterne*.

Sintetic, cele șase *moduri valide* în figura a III-a sunt următoarele:

- |        |   |     |              |
|--------|---|-----|--------------|
| 1(III) | $\text{MaP} \wedge \text{MaS} \rightarrow \text{SiP}$ | sau | <i>aai-e</i> |
| 2(III) | $\text{MiP} \wedge \text{MaS} \rightarrow \text{SiP}$ | sau | <i>iai-3</i> |
| 3(III) | $\text{MeP} \wedge \text{MaS} \rightarrow \text{SoP}$ | sau | <i>eao-3</i> |
| 4(III) | $\text{MoP} \wedge \text{MaS} \rightarrow \text{SoP}$ | sau | <i>oao-e</i> |
| 5(III) | $\text{MaP} \wedge \text{MiS} \rightarrow \text{SiP}$ | sau | <i>aii-3</i> |
| 6(III) | $\text{MeP} \wedge \text{MiS} \rightarrow \text{SoP}$ | sau | <i>eio-3</i> |

Și modurile figurii a III-a au câteva *caracteristici* argumentative:

- În figura a III-a *nu se pot deduce concluzii universale*;
- Atunci când *ambele premise* sunt *afirmative*, M având atât proprietatea P, cât și proprietatea S, întemeiază afirmația că *unele*

elemente din clasa S au proprietatea P; cu alte cuvinte, o afirmație generală este ilustrată prin producerea unui exemplu care o confirmă. Formula clasică pentru această funcție argumentativă este *dictum de exemplo*;

- Atunci când *premisea majoră* este *negativă*, silogismele din figura a III-a produc un contraexemplu care infirmă o teză generală; formula clasică pentru aceste moduri silogistice este *dictum de excepto*.

### 3.16.4. Moduri silogistice valide în figura a IV-a

În figura a IV-a, termenii extremi au în concluzie funcții logice opuse celor avute în premise:

$$\begin{array}{r} P - M \\ M - S \\ \hline S - P \end{array}$$

O particularitate a regulilor speciale ale acestei figuri este aceea că nici una nu impune restricții categorice vreunei premise ori concluziei; ele impun restricții fie unei premise în funcție de proprietățile celeilalte premise, fie concluziei în funcție de calitatea premisei minore. Din acest motiv, enunțurile regulilor speciale ale figurii a IV-a sunt de *formă condițională*.

H<sub>1</sub> Să admitem că *premisea majoră* este *negativă*; decurg următoarele *consecințe*:

- în *premisea majoră negativă*, M este distribuit (ca predicat logic de propoziție negativă)
- concluzia va fi tot o propoziție negativă (L.5)
- în *concluzia negativă*, P este distribuit (ca predicat de propoziție negativă)
- P trebuie să fie distribuit și în *premisea majoră* (L.2)
- aceasta presupune ca *premisea majoră* să fie *universală*.

H<sub>2</sub> Să presupunem apoi că *premisea minoră* este *negativă*; consecințe:

- având o *premisă negativă* (minora), cealaltă *premisă* (majora) trebuie să fie afirmativă (L.4)
- având în *premisea majoră afirmativă* funcția de predicat logic, M este nedistribuit în această *premisă*
- întrucât M trebuie să fie cel puțin o dată distribuit (L.1), singura posibilitate este ca *premisea minoră* (în care M este subiect logic) să fie *universală*
- având o *premisă negativă*, concluzia va fi tot negativă (L.5)
- în *concluzia negativă*, P este distribuit

- P trebuie să fie tot distribuit și în premisa majoră (L.2)
- aceasta nu se poate realiza decât dacă *premisea majoră* (în care P este subiect logic) este *universală*.

H<sub>3</sub> Ce se întâmplă dacă *premisea majoră* este *afirmativă*?

- în premisa majoră afirmativă, M este nedistribuit (ca predicat de propoziție afirmativă)
- întrucât M trebuie să fie măcar o dată distribuit (L.1), singura posibilitate în acest sens este ca *premisea minoră* (în care M este subiect logic) să fie o propoziție *universală*

H<sub>4</sub> În sfârșit, să presupunem că *premisea minoră* este o propoziție *afirmativă*.

- în premisa minoră, S este nedistribuit (ca predicat de propoziție afirmativă)
- rezultă că S trebuie să fie tot nedistribuit și în concluzie (L.2)
- *concluzia* va fi, deci, o propoziție *particulară*.

Putem sintetiza aceste demonstrații în numai trei **reguli speciale ale figurii a IV-a**:

**R.1(IV)** Dacă o *premisă* este *negativă*, atunci:

- acea *premisă* este și *universală* (ceea ce înseamnă că în silogismele din figura a IV-a nu se admit premise particulare negative)
- *premisea majoră* este o propoziție *universală*

**R.2(IV)** Dacă *premisea majoră* este *afirmativă*, atunci *premisea minoră* trebuie să fie o propoziție *universală*

**R.3(IV)** Dacă *premisea minoră* este *afirmativă*, atunci *concluzia* este o propoziție *particulară*

Pe baza acestor reguli speciale se determină următoarele *moduri valide*:

PaM	PaM	PiM	PeM	PeM
MaS	MeS	MaS	MaS	MiS
SiP	SeP	SiP	SoP	SoP

Două dintre aceste moduri sunt «tari» (primul și al patrulea); putem adăuga și în această figură un mod subaltern sau «slab»:

P a M
M e S
S o P

Iată că și în figura a IV-a există tot șase *moduri valide*:

- |       |   |     |              |
|-------|---|-----|--------------|
| 1(IV) | $\text{PaM} \wedge \text{MaS} \rightarrow \text{SiP}$ | sau | <i>aai-4</i> |
| 2(IV) | $\text{PaM} \wedge \text{MeS} \rightarrow \text{SeP}$ | sau | <i>aee-4</i> |
| 3(IV) | $\text{PiM} \wedge \text{MaS} \rightarrow \text{SiP}$ | sau | <i>iai-4</i> |
| 4(IV) | $\text{PeM} \wedge \text{MaS} \rightarrow \text{SoP}$ | sau | <i>eao-4</i> |
| 5(IV) | $\text{PeM} \wedge \text{MiS} \rightarrow \text{SoP}$ | sau | <i>eio-4</i> |
|       | subaltern   |     |              |
| 6(IV) | $\text{PaM} \wedge \text{MeS} \rightarrow \text{SoP}$ | sau | <i>aeo-4</i> |

Silogismele din figura a IV-a nu au o caracteristică argumentativă net conturată. Specific acestor silogisme este caracterul lor oarecum forțat, neintuitiv, datorat faptului că atât S, cât și P au în concluzie altă funcție logică decât aceea care le revine în premise.

### 3.17. Reducerea figurilor «imperfecte»

Demonstrația aristotelică a urmat o altă cale. Caracteristicile silogismelor din figura I l-au făcut pe creatorul silogisticii să le considere *moduri perfecte*, acceptând fără demonstrație validitatea lor, numai pe criteriul evidenței intuitive. Restul schemelor silogistice, considerate *moduri imperfecte*, se consideră demonstrate dacă pot fi «reduse» fiecare la câte un mod din figura I. Reducerea decurge în două modalități distincte.

#### 3.17.1. Reducerea directă

Iată principiile acestui mod de demonstrație: un mod imperfect se consideră valid dacă: (i) din premisele lui decurg (prin conversiune) premisele unui mod perfect; (ii) concluziile celor două moduri sunt identice sau concluzia modului perfect implică logic concluzia celui imperfect.

Îndeplinirea acestor condiții este suficientă pentru a proba că în modul imperfect concluzia decurge cu necesitate logică din premisele sale, modul, fiind, prin urmare, valid.

Iată câteva *exemple ilustrative*. Fie silogismul *eae-2*; desfășurat, el arată astfel:

$$\begin{array}{c} \text{P e M} \\ \text{S a M} \\ \hline \text{S e P} \end{array}$$

Convertind simplu majora, se obține un silogism «perfect»: *ee-1*, cu aceeași concluzie:

$$\begin{array}{c} M e P \\ S a M \\ \hline S e P \end{array}$$

Alteori, concluzia silogismului perfect, obținut prin transformarea premiselor celui inițial, este alta decât concluzia de demonstrat. Fie silogismul *iai-3*:

$$\begin{array}{c} M i P \\ M a S \\ \hline S i P \end{array}$$

Convertirea premisei minore se poate face numai prin accident;  $MaS \rightarrow SiM$ . Cu două premise particulare nu avem ce face. Pentru a aduce termenii în dispunerea specifică figurii I nu avem decât o singură soluție: inversarea premiselor și conversiunea simplă a premisei particulare. Se obține astfel un silogism perfect de forma:

$$\begin{array}{c} M a S \\ P i M \\ \hline P i S \end{array}$$

Concluzia modului perfect este  $PiS$ ; din aceasta decurge însă prin conversiune simplă exact concluzia silogismului imperfect de la care am pornit:  $PiS \rightarrow SiP$ . Și acest mod silogistic se consideră, prin urmare, valid.

**Tehnica reducerii** este complet exprimată prin intermediul unor denumiri codificate, pe care logicienii medievali le-au atribuit diferitelor moduri silogistice. Iată aceste denumiri:

Figura I	Figura II	Figura III	Figura IV
Barbara	Cesare	Darapti	Fresison
Celarent	Camestres	Datisi	Bramantip
Darii	Festino	Disamis	Camenes
Ferio	Baroco	Ferison	Fesapo
		Felapton	Dimaris
		Bocardo	

Silogismele *subalterne* nu au primit denumiri codificate, deoarece logicienii clasici le considerau redundante, neluându-le în considerație.

*Majoritatea literelor* din care sunt alcătuite aceste denumiri au o anumită semnificație:



- *vocalele* indică succesiunea propozițiilor din care este alcătuit modul respectiv; de exemplu, modul Barbara este un silogism de forma *aaa-1* sau modul Festino este un silogism de forma *eio-2*;
- *consoanele inițiale*, cu care încep denumirile modurilor imperfecte indică modul perfect la care se face reducția; de exemplu, modurile Cesare și Camestres din figura a II-a se reduc la modul perfect Celarent din figura I; Ferison și Felapton din figura a III-a se reduc la modul Ferio din figura I etc.;
- *consoanele din interiorul denumirilor* codificate ale modurilor imperfecte au următoarele semnificații:

**m** (*mutare*) = transpoziția (inversarea) premiselor;

**s** (*simpliciter*) = propoziția *precedentă* se convertește simplu;

**p** (*per accidens*) = propoziția *precedentă* se convertește prin accident.

Iată câteva exemple edificatoare:

Cesare (fig. II)  $\rightarrow$  Celarent (fig. I)

$$\begin{array}{c} \text{PeM} \quad \xrightarrow{c} \quad \text{PaM} \\ \hline \text{S a M} \\ \hline \text{S e P} \end{array} \quad \begin{array}{c} \text{PaM} \\ \hline \text{S a M} \\ \hline \text{S e P} \end{array}$$

Camestres (fig. II)  $\rightarrow$  Celarent (fig. I)

$$\begin{array}{c} \text{PaM} \quad \searrow \quad \text{S e M} \\ \text{S e M} \quad \nearrow \quad \text{P a M} \\ \hline \text{S e P} \end{array} \quad \xrightarrow{c} \quad \begin{array}{c} \text{M e S} \\ \hline \text{P a M} \\ \hline \text{P e S} \end{array} \quad \xrightarrow{c} \quad \text{SeP}$$

Dimaris (fig. IV)  $\xrightarrow{c}$  Darrii (fig. I)

$$\begin{array}{c} \text{P i M} \quad \searrow \quad \text{M a S} \\ \text{M a S} \quad \nearrow \quad \text{P i M} \\ \hline \text{S i P} \end{array} \quad \xrightarrow{c} \quad \begin{array}{c} \text{M a S} \\ \hline \text{P i S} \\ \hline \text{S i P} \end{array}$$

Metoda reducerii directe, prin transpoziție și conversiune, eșuează în cazul modurilor Baroco (*aoa-2*) și Bocardo (*oao-3*), deoarece propozițiile particular negative nu se convertește. Reducerea directă a acestor două moduri s-ar putea realiza dacă se utilizează și *obversiunea* – pe care anticii o cunoșteau, însă o considerau inaplicabilă în tehnica reducerii la modurile perfecte. Dacă se acceptă obversiunea – ceea ce este pe deplin justificat –, atunci este necesară o nouă consoană semnificativă și, implicit, noi denumiri codificate. Fie

**k** = obversiunea propoziției *precedente*;

Am putea denumi *Faksoko* modul *aoo-2* și *Doksamoks* modul *oao-3*.  
Combinăția de litere

**ks** = *contrapozitia parțială* (conversa obversei) a propoziției precedente.

Iată cum ar decurge reducerea:

*Faksoko* → *Ferio*

$$\begin{array}{lcl} \text{PaM} & \text{c} \rightarrow & \text{Pe} \text{ ]M} \\ \text{SoM} & \text{c} \rightarrow & \text{Si} \text{ ]M} \\ \hline \text{SoP} & & \end{array} \quad \begin{array}{lcl} & \text{c} \rightarrow & \text{]MeP} \\ & & \text{Si} \text{ ]M} \\ \hline & & \text{SoP} \end{array}$$

*Doksamoks* → *Darii*

$$\begin{array}{lcl} \text{MoP} & \swarrow & \text{MaS} \\ \text{MaS} & \searrow & \text{MoP} \end{array} \quad \begin{array}{lcl} \text{MaS} & & \text{MaS} \\ \text{MoP} & \text{o} \rightarrow & \text{Mi} \text{ ]P} \end{array} \quad \begin{array}{lcl} & \text{c} \rightarrow & \text{MaS} \\ & & \text{]PiM} \\ \hline & & \text{]PiS} \end{array} \quad \begin{array}{lcl} & \text{c} \rightarrow & \text{Si} \text{ ]P} \\ & & \text{o} \rightarrow & \text{SoP} \end{array}$$

### 3. 17. 2. Reducerea indirectă

Neacceptând utilizarea obversiunii în tehnica reducerii, Aristotel a elaborat o altă metodă de demonstrație *prin reducere la absurd* sau „*per impossibile*“, cunoscută și ca reducere indirectă. Această metodă se bazează pe principiul potrivit căruia din premise adevărate, printr-o schemă de inferență validă, se obține întotdeauna o concluzie adevărată – la care se adaugă principiul tertului exclus. Metoda începe prin a presupune, *prin ipoteză*, drept *adevărată contradictoria* tezei de demonstrat. Dacă în finalul unei suite de raționamente valide contradictoria tezei se dovedește a fi falsă, atunci – conform raportului de contradicție – rezultă că teza dată spre a fi demonstrată este adevărată. În cazul aplicării sale în dovedirea validității silogismelor imperfecte, baza demonstrației prin reducere la absurd o constituie modurile valide din figura I.

Iată, spre exemplificare, cum se demonstrează *per impossibile* sau indirect validitatea modului **Baroco**.

$$\begin{array}{lcl} \text{PaM} & \text{Ipoteza:} & \text{cele două premise sunt adevărate;} \\ \text{SoM} & \text{de demonstrat:} & \text{SoP este o propoziție adevărată} \\ \hline \text{SoP} & & \end{array}$$

- Presupunem că este *falsă concluzia* SoP; în acest caz, *contradictoria ei* SaP trebuie să fie *adevărată*.
- Combinăm contradictoria concluziei date cu una din cele două premise, în speță cu premisa majoră; se obține un silogism valid, de forma *aaa-1*:

P a M

S a P

S a M

- Noua concluzie, obținută printr-o inferență validă, este contradictoria premisei minore (SoM), despre care știm prin ipoteză că este adevărată.
- Cum printr-o inferență validă nu se poate ajunge la o concluzie falsă din premise adevărate, înseamnă că una dintre premisele silogismului derivat este falsă; care anume? Falsă nu poate fi decât minora SaP, deoarece despre majora PaM știm prin ipoteză că este adevărată.
- Dar dacă SaP este falsă, rezultă că propoziția contradictorie este adevărată; or, contradictoria este tocmai SoP. *Quod erat demonstrandum.*

Iată și demonstrația indirectă a modului **Bocardo**:

M o P    *Ipoteza*: cele două premise sunt adevărate;M a S    *de demonstrat*: SoP este o propoziție adevărată

S o P

- Presupunem că este falsă concluzia SoP; în acest caz, contradictoria ei SaP este adevărată.
- Combinăm contradictoria concluziei cu una dintre cele două premise, în speță cu cea minoră; se obține un silogism perfect, de forma *aaa-1*:

S a P

M a S

M a P

- Noua concluzie este contradictoria premisei majore MoP, despre care știm prin ipoteză că este adevărată; deci concluzia MaP este falsă.
- Cum printr-o inferență validă nu se poate obține o concluzie falsă din premise adevărate, rezultă că sursa falsului din concluzie trebuie să fie una dintre premise; aceasta nu poate fi decât majora SaP, căci minora MaS este adevărată prin ipoteză.
- Dacă SaP este falsă, atunci contradictoria ei SoP este adevărată. *Q. e. d.*

### 3.18. Forme eliptice și forme compuse de raționament silogistic

Ordinea în care se enunță, în *practica* argumentării, premisele și concluzia unui silogism nu coincide, cel mai adesea, cu forma standard, pe care am stabilit-o în mod convențional.

### 3.18.1. Entimema

Mai mult decât atât, în expunerea efectivă a diferitelor argumente, se manifestă frecvent tendința de a eluda ceea ce se consideră de la sine înțeles. De multe ori o concluzie este argumentată silogistic fără a se menționa explicit ambele premise; alteori se enunță numai premisele, extragerea concluziei fiind considerată de ordinul evidenței.

- (i) Atunci când spunem: „Unele patrulatere sunt poligoane regulate, deoarece au laturile și unghiurile congruente“, am început prin enunțarea *concluziei* unui silogism de forma *aii-1*, invocând apoi drept explicație *premisea minoră*, subînțeleasă fiind *premisea majoră* „Toate poligoanele cu laturi și unghiuri congruente sunt regulate“.
- (ii) Atunci când spunem: „Toate poligoanele cu laturi și unghiuri congruente sunt regulate, deci pătratele sunt poligoane regulate“, am expus eliptic un silogism de forma *aaa-1*, începând cu *premisea majoră*, urmată direct de *concluzie*, fiind subînțeleasă *premisea minoră*: „Toate pătratele au laturile și unghiurile congruente“.
- (iii) Este suficient să enunțăm împreună premisele unui silogism de forma *eio-1*: „Nici un recidivist nu poate fi angajat, or unii dintre candidați sunt recidiviști“, pentru a nu mai fi necesară și formularea (de la sine înțeleasă) a *concluziei*: „Unii candidați nu pot fi angajați“.

Astfel de argumentări silogistice prescurtate, în care una dintre premise ori concluzia nu sunt enunțate, fiind subînțelese, poartă numele de **entimeme** și se întâlnesc extrem de frecvent în discursul argumentativ practic, de uz curent.

### 3.18.2. Polisilogismul și soritul

Tendința gândirii naturale de a face «economie de efort», spunând cât mai multe prin cât mai puține cuvinte, eliminând fragmentele de discurs redundante, se manifestă și în alte modalități, atunci când este necesară expunerea unei succesiuni de argumente silogistice, toate conducând la o singură concluzie finală.

Se numește **polisilogism** un lanț de două sau mai multe silogisme simple, în care concluzia fiecărui silogism (afară, firește de ultimul) este folosită ca premisă în cel următor. Silogismele simple înlănțuite într-un polisilogism pot să fie toate de aceeași figură sau de figuri diferite. Iată două exemple schematice care ilustrează ambele situații:

Se numește **sorit** un polisilogism în care concluziile intermediare nu se enunță, ci se subînțeleg. Dacă în cele două exemple anterioare suprimăm concluziile tuturor silogismelor simple, afară de ultimul, se obțin soritii:

### 3.18.3. Epicherema

Nici un A nu este B, pentru că toți A sunt C  
Toți C sunt B, pentru că sunt D  
Unii E sunt C

---

Unii E nu sunt A

Validitatea unei epichereme depinde, pe de o parte, de validitatea entimemelor care intră în alcătuirea ei, iar pe de altă parte, de corectitudinea formală a extragerii concluziei finale din concluziile lor și din restul premiselor.

## Exerciții

1. Demonstrați pe baza legilor generale ale silogismului (L.1 – L.5) că dintr-o premisă universală și una particulară nu se poate deriva decât o concluzie particulară (L.7)

2. Știind că termenul major este distribuit în premisa majoră și nedistribuit în concluzia unui silogism valid, să se determine silogismul.

3. Să se demonstreze că dacă concluzia unui silogism valid este o propoziție universală, atunci termenul mediu poate fi distribuit numai o singură dată.

4. Dacă premisa minoră a unui silogism valid este negativă, ce știm despre poziția termenilor în premisa majoră?

5. În ce figuri avem un silogism valid în care un singur termen este distribuit și acela numai o singură dată?

6. Există în vreuna dintre figuri un mod silogistic valid în care termenul mediu să fie distribuit în ambele premise?

7. Să se demonstreze că dintr-o premisă majoră particular afirmativă și o minoră negativă nu se poate construi un silogism valid în nici o figură silogistică.

8. Dacă termenul major al unui silogism valid este predicat în premisa majoră, ce putem stabili cu privire la premisa minoră?

9. Să se demonstreze că dacă concluzia unui silogism valid este o propoziție universală, atunci termenul mediu nu poate fi distribuit decât o singură dată.

10. Să se demonstreze că dacă termenul minor este predicat logic în premisa minoră a unui silogism valid, atunci concluzia nu poate fi o propoziție universal afirmativă.

11. Dacă premisa minoră a unui silogism valid este o propoziție particular negativă, să se determine figura și modul silogismului.

12. Să se arate că modul *i e o* este invalid în orice figură silogistică.

13. Să se demonstreze că propozițiile universal afirmative pot fi concluzii numai în figura I.

14. Să se determine modurile silogistice valide care conțin numai doi termeni distribuiți, fiecare de câte două ori.

15. De ce, atunci când termenul minor este predicat în premisă, concluzia nu poate fi universală afirmativă?

# LOGICA MODERNĂ A PREDICATELOR

## 4

Logica modernă a termenilor este elaborată cu mijloace mai precise și mai sofisticate decât cele utilizabile în teoria clasică a silogismului.

Într-o *abordare extensională*, inferențele imediate cu propoziții categorice și raționamentele silogistice sunt analizate și demonstrate într-o *logică a claselor*. Clasa fiind o mulțime de elemente, grupate după anumite criterii de apartenență, poate fi asimilată cu sfera unei noțiuni. Propozițiile categorice enunță anumite relații între clase de obiecte, denumite prin noțiunile care sunt corelate în respectivele propoziții. Universalele afirmative, de forma SaP, spun că mulțimea sau clasa S este inclusă în mulțimea sau clasa P, astfel încât orice element care aparține lui S, aparține, totodată, și clasei mai cuprinzătoare P.

O clasă de obiecte se definește însă prin anumite criterii, în funcție de care să putem ști cu certitudine despre orice entitate oarecare  $x$  dacă aparține sau nu ca element clasei respective. Atunci când vorbim despre clasa mamiferelor, trebuie să indicăm cel puțin o caracteristică esențială, *sine qua non*, a cărei prezență face ca o viețuitoare să fie mamifer – respectiv a cărei absență să excludă orice animal din rândul mamiferelor. Cu alte cuvinte, sfera unei noțiuni se precizează în funcție de conținutul ei, iar teoria logică a claselor (despre care nu vom spune mai multe aici) presupune o teorie logică mai fundamentală, ca *abordare intensională* a propozițiilor categorice, numită *logica predicatelor*: un sistem din cadrul logicii simbolice sau matematice, construit ca instrument de analiză formală a propozițiilor *complexe*.

## 4.1. Vocabularul logicii predicatelor

Logica predicatelor este o extindere a calculului propozițional, pe care îl presupune, înglobând limbajul și legile sale logice. Elementele «atomare» în logica propozițiilor sunt propozițiile *simple*, a căror unică proprietate ce interesează este valoarea logică (adevărul sau falsitatea), în funcție de care, prin utilizarea operatorilor (inter)propoziționali, se construiesc propoziții «moleculare» sau *compuse*. Studiul logic al predicatelor «sparge» propozițiile simple, pătrunde în structura lor internă și elaborează un limbaj capabil să exprime elementele care alcătuiesc propozițiile categorice și proprietățile lor logice.

Fie propozițiile:

Ex<sub>1</sub> „Orice mamifer este o ființă sexuată“ ori, altfel spus, „Orice mamifer este sau mascul, sau femelă“ și

Ex<sub>2</sub> „Unele mamifere sunt asexuate“.

În limbajul calculului propozițional, propoziția Ex<sub>1</sub> ar fi notată  $p = 1$  (având valoarea logică «adevărat»), iar Ex<sub>2</sub>  $q = 0$  (fiind «falsă»). Dacă ne interesează alcătuirea sau structura interioară a acestor propoziții, limbajul calculului propozițional se dovedește insuficient și, din acest motiv, trebuie dezvoltat.

Atât în Ex<sub>1</sub>, cât și în Ex<sub>2</sub> se vorbește despre clasa (mulțimea) de obiecte „mamifere“, căroră li se atribuie ori li se respinge o anumită însușire sau proprietate comună – în speță, caracterul sexuat, exprimabil prin disjuncția exclusivă „sau mascul, sau femelă“. Această însușire se numește **predicat** – de unde și denumirea dată studiului formal al propozițiilor complexe. Aceste predicate sunt exprimate simbolic prin majuscule de la mijlocul alfabetului: F, G, H, ... , numite **variabile predicative**.

Mai constatăm că Ex<sub>1</sub> se referă la *toate* elementele clasei mamifere; cu alte cuvinte, sfera subiectului logic al propoziției (universală afirmativă) este determinată prin cuantorul universal – în vreme ce sfera subiectului logic din Ex<sub>2</sub> este specificată prin cuantorul existențial *unele* mamifere. Cel mai adesea, **cuantorii** sau cuantificatorii) se notează prin simbolurile  $\forall$  – cuantorul universal „orice, oricare, toți, toate, nici un, nici o“ și  $\exists$  – cuantorul existențial, specific propozițiilor particulare, introduse prin „unii“ sau „unele“, dar cu sensul mai precis (de la care îi vine și denumirea) „există cel puțin un ... „.

Acești cuantori, prin a căror prezență, marcată simbolic, propozițiile simple sau compuse devin **propoziții complexe**, se referă direct la *elementele individuale* din sfera subiectului logic, căroră le revine însușirea – predikat; toate la un loc, aceste elemente formează extensiunea clasei caracterizate și delimitate



de către o anumită însușire. Aceste elemente individuale se notează cu literele mici de la sfârșitul alfabetului:  $x, y, z$ , numindu-se **variabile individuale** sau variabile – obiect.

Disponem acum de tot ceea ce ne trebuie pentru a exprima simbolic propozițiile complexe  $Ex_1$  și  $Ex_2$ . Faptul că un element individual oarecare din clasa mamiferelor ( $x$ ) posedă însușirea sau predicatul de a fi sexuat ( $H$ ) se notează prin formula  $Hx$ , care se citește „ $x$  este  $H$ ” sau „ $x$  are proprietatea  $H$ ”. Cuantorul universal, prezent în  $Ex_1$ , se notează  $\forall x$  și se citește „pentru orice  $x...$ ” sau „oricare ar fi  $x...$ ”. Prin introducerea cuantorului,  $Ex_1$  devine o **schemă predicativă** de forma  $\forall x Hx$ , pe care o citim „oricare ar fi  $x$ ,  $x$  are proprietatea  $H$ ”. Dar în această notație nu am precizat criteriul de apartenență a oricărui element  $x$  la clasa „mamifere”; fără precizarea acestui aspect,  $x$  ar putea fi orice entitate din universul infinit, ceea ce ar face ca, în imensa majoritate a cazurilor, propoziția  $Ex_1$  să fie falsă. Specificând că orice  $x$  din clasa mamiferelor posedă proprietatea de a fi mascul sau femelă, construim o schemă predicativă de formă condițională, ce arată astfel:

$$Fm_1 \quad \forall x [ Fx \rightarrow (Gx + \neg Gx) ]$$

și care se citește: „oricare ar fi  $x$ , dacă  $x$  este mamifer, atunci  $x$  este sau mascul, sau femelă” – notațiile fiind evidente:  $F$  = *mamifer*,  $G$  = *mascul*,  $\neg G$  = non-mascul, adică *femelă*. După aceleași reguli,  $Ex_2$  se va nota simbolic astfel:

$$Fm_2 \quad \exists x [ Fx \wedge \neg (Gx + \neg Gx) ]$$

care se citește: „există cel puțin un  $x$ , astfel încât  $x$  este  $F$  (mamifer) și e fals că  $x$  sau este  $G$  (mascul) sau este  $\neg G$  (femelă)”.

Sintetic, iată ce notații simbolice sunt prezente în «vocabularul» logicii predicatelor:

- 1) *variabile propoziționale*:  $p, q, r, \dots$ ;
- 2) *operatori (conectori) interpropoziționali*:  $\neg, \wedge, \vee, +, \rightarrow, \leftrightarrow$  etc.;
- 3) *constante alethice*:  $1$  = adevărat,  $0$  = fals;
- 4) *paranteze*;

Până aici, avem simbolurile calculul propozițional; specifice logicii predicatelor sunt, în continuare:

- 1) *variabile predicative*:  $F, G, H, \dots$ ;
- 2) *variabile individuale*:  $x, y, z$ ;
- 3) *cuantori*:  $\forall, \exists$

În  $Ex_1$  și  $Ex_2$  am introdus numai *noțiuni absolute*: „mamifer“, „mascul“ sau „femelă“, astfel încât oricare element  $x$  din clasa mamiferelor poate avea sau nu proprietatea de a fi mascul sau femelă. Aceste predicate care stau în relație cu un singur element individual, exprimat printr-o variabilă obiect, se numesc *monadice* – de forma  $Fx$ ,  $Gy$ ,  $Gz$  etc. Atunci când în propozițiile complexe avem *noțiuni relative*, este necesară utilizarea unor predicate *poliadice* (diadice, triadice, ... ,  $n$ -adice) în care, pe lângă variabila predicativă stau  $n$  variabile individuale. De exemplu, fie propoziția:

$Ex_3$  „Unii bărbați sunt căsătoriți“,

exprimată simbolic astfel:

$$Fm_3 \quad \exists x (Fx \wedge \exists y Gy, x)$$

Notând  $F =$  „bărbat“ și  $G =$  „căsătorit“, remarcăm faptul că noțiunea „căsătorit“ este relativă, căci un bărbat nu poate fi în mod intrinsec însurat, așa cum este înalt, brunet sau diabetic, ci mariajul este o relație cu o persoană de sex opus (cel puțin până de curând o situație fără excepții – cine știe cum va fi de-acum înainte?!). Variabila predicativă  $G$  este, prin urmare, diadică, urmată fiind de două variabile individuale, între care se stabilește o proprietate relațională. Dacă  $x$  este un bărbat, el poate fi căsătorit numai dacă există cel puțin un  $y$  (adică o femeie) cu care să posede împreună atributele mariajului. De aceea, formula precizează că „există cel puțin un  $x$ , astfel încât  $x$  este bărbat și există cel puțin un  $y$  (femeie) cu care  $x$  este căsătorit“.

## 4.2. Valoarea logică a schemelor predicative

Distingem două tipuri de scheme predicative:

- În formele de genul  $Fx$ ,  $Gy$  sau  $\exists y G(y, x)$ , există cel puțin o variabilă individuală care nu intră în sfera de acțiune a nici unui cuantor. Astfel de variabile individuale se numesc *libere*, iar formulele care conțin cel puțin o variabilă individuală liberă se numesc *deschise*.
- În formule cum sunt  $Fm_1$  sau  $Fm_2$  nu există nici o variabilă individuală liberă; astfel de formule se numesc *închise*, iar variabilele individuale din cuprinsul lor, toate cuantificate, se numesc *variabile legate*.

Schemele predicative deschise sunt nedefinite sau nedeterminate sub aspectul valorii lor logice, deoarece nu le corespunde o extensiune precis delimitată. O formulă de genul  $Fx$ , în care  $F$  poate să însemne indiferent ce însușire predicat, iar  $x$  un lucru oarecare, nu este, ca atare, nici adevărată, nici falsă. Dacă, de exemplu,  $F = „patruler“$ ,  $Fx$  – care se citește „ $x$  este patruler“ – nu are valoare de adevăr atâta timp cât sfera lui  $x$  nu este precizată prin cuantificare.

Prin acțiunea cuantorilor asupra tuturor variabilelor individuale din schemele predicative închise, devine posibilă stabilirea valorii de adevăr a acestor scheme. Astfel,  $\forall x Fx = „oricare ar fi  $x$ ,  $x$  este patruler“$  este o expresie în mod evident falsă, în vreme ce  $\exists x Fx = „există cel puțin un  $x$  care este patruler“$  este o expresie adevărată.

Schemele predicative închise au valoare logică deoarece cunătorii, care «leagă» toate variabilele individuale, împreună cu interpretarea variabilelor predicative, pun întreaga formulă în relație cu o anumită extensiune, ce apare ca *gen* față de sferele noțiunilor exprimate prin literele predicat. Această extensiune la care se referă o schemă predicativă închisă se numește „*univers al discursului*“ și se notează cu  $U$ . În exemplul de mai sus,  $U = „clasa poligoanelor“$ , între care există elemente cărora le revine predicatul „patruler“. Pentru evitarea unor absurdități sau a unor consecințe inacceptabile, se stipulează condiția ca  $U$  să nu fie, în nici un caz, o mulțime vidă.

Prin raportare față de  $U$  (un „univers al discursului“ precis delimitat), valorile alethice ale schemelor predicative închise se prezintă astfel:

- $\forall x Fx = 1$  dacă și numai dacă extensiunea (clasa) delimitată de  $F$  epuizează pe  $U$ ; cu alte cuvinte, predicatul  $F$  revine fiecărui element  $x$  din mulțimea  $U$ . De exemplu, dacă  $U =$  clasa numerelor prime, este adevărată propoziția: „Orice număr prim se divide numai cu 1 și cu el însuși“.
- $\forall x Fx = 0$  dacă și numai dacă extensiunea clasei delimitate de  $F$  nu epuizează pe  $U$ , astfel încât există în mulțimea  $U$  elemente care nu au proprietatea  $F$ . De exemplu, în cadrul aceluiași  $U =$  mulțimea numerelor prime, propoziția „Orice număr prim este impar“ se dovedește a fi falsă, deoarece există o excepție, și anume numărul 2.
- $\exists x Fx = 1$  dacă și numai dacă există în sfera lui  $U$  cel puțin un element căruia îi revine predicatul  $F$ ; cu alte cuvinte, clasa delimitată de predicatul  $F$  nu este vidă. Conform celor stabilite anterior, propoziția „există numere prime pare“ se dovedește adevărată.
- $\exists x Fx = 0$  dacă și numai dacă extensiunea delimitată de predicatul  $F$  este o mulțime vidă (care nu conține nici un element). Este, de exemplu, falsă afirmația că „Există numere prime divizibile cu 2 și cu 3 în același timp“.

### 4.3. Câteva proprietăți ale cuantorilor

După cum am văzut, formulele și legile logice din calculul propozițional sunt asimilate în logica predicatelor. Între operatorii interpropoziționali și cuantori există o serie de relații deosebit de importante în construcția unui calcul al predicatelor.

#### 4.3.1. Relații de echivalență între cuantori

Este posibilă transformarea unui cuantor în celălalt, cu ajutorul negației, într-un mod analog legilor lui Augustus de Morgan. Se obțin astfel așa-numitele relații de echivalență între cuantori:

$$\text{LL.1} \quad \forall x Fx \leftrightarrow \neg \exists x \neg Fx$$

$$\text{LL.2} \quad \exists x Fx \leftrightarrow \neg \forall x \neg Fx$$

$$\text{LL.3} \quad \neg \forall x Fx \leftrightarrow \exists x \neg Fx$$

$$\text{LL.4} \quad \neg \exists x Fx \leftrightarrow \forall x \neg Fx$$

Ca și în cazul legilor lui De Morgan din calculul propozițional, transformările se fac în aceleași etape: considerând negația în fața cuantorului drept negație a întregii formule, pentru a transforma unul dintre cuantori în celălalt, se schimbă semnul cuantorului, se neagă întreaga formulă și, în sfârșit, se neagă formula de după cuantor (ținând cont, acolo unde este cazul, de dubla negație, echivalentă cu o afirmație).

Aceste formule apar nemijlocit evidente sub aspectul conținutului. Ele ne dau posibilitatea să aducem toate expresiile la formule în care să apară numai cuantorul universal, respectiv numai cel existențial.

În orice domeniu nevid sunt apoi valide implicațiile:

$$\text{LL.5} \quad \forall x Fx \rightarrow Fy \quad \text{și}$$

$$\text{LL.6} \quad Fy \rightarrow \exists x Fx$$

Și aceste legi sunt evidente în ceea ce privește conținutul lor. Prima spune că o proprietate ce revine tuturor indivizilor din clasa  $U$  revine și unui individ oarecare  $y$ . Relația este cuprinsă în prima parte a principiului clasic numit axioma silogismului *dictum de omni et nullo*. A doua implicație spune, în mod banal, că pentru o proprietate oarecare  $F$ , care revine unui individ oarecare  $y$  din clasa  $U$ , urmează că există și un  $x$  căruia îi revine proprietatea  $F$ .

Aplicând o lege demonstrabilă în calculul propozițional – *tranzitivitatea implicației* (dacă  $p \rightarrow q$  și  $q \rightarrow r$  sunt adevărate, atunci este adevărat și  $p \rightarrow r$ , pe care am întâlnit-o ca regulă a silogismului ipotetic, notată SI), rezultă din LL.5 și LL.6:

$$\text{LL.7} \quad \forall x Fx \rightarrow \exists x Fx$$

Din LL.7 rezultă limpede motivul pentru care trebuie stipulată condiția ca  $U$  să nu fie o mulțime vidă. Dacă în  $U$  nu s-ar găsi nici un element, antecedentul implicației LL.7 ar fi universal adevărat, deoarece nu s-ar putea găsi nici un individ în  $U$  care să nu aibă proprietatea  $F$ , anulând adevărul schemei predicative  $\forall x Fx$ . În schimb, consecventul implicației LL.7 ar fi în mod universal fals, deoarece nu s-ar putea găsi nici un individ în  $U$  care să aibă proprietatea  $F$ . Prin aceste consecințe, LL.7 ar fi o implicație de forma  $1 \rightarrow 0$  care, după cum știm din definiția matricială a conectorului, este falsă. (În practica argumentării, această restricție nu este esențială, deoarece în imensa majoritate a cazurilor avem de-a face cu domenii nevide.)

#### 4. 3. 2. Raporturile cuantorilor cu conjuncția și disjuncția

Condiția definirii acestor raporturi dintre cuantori, pe de o parte, conjuncție și disjuncție, pe de altă parte, este aceea ca «universul discursului» să conțină un număr limitat de elemente; simbolic

$$U = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$$

Cu această condiție, *cuantorul universal* poate fi exprimat în limbajul calculului propozițional ca o *conjuncție* a tuturor elementelor care aparțin lui  $U$ :

$$\text{LL.8} \quad \forall x Fx \leftrightarrow (Fa_1 \wedge Fa_2 \wedge \dots \wedge Fa_n)$$

Dacă orice  $x$  din mulțimea elementelor lui  $U$  are proprietatea  $F$ , atunci conjuncția tuturor schemelor predicative de forma  $Fx$  ( $x \in U$ ) este în orice caz adevărată, întrucât toți membrii conjuncției au valoarea logică 1.

Păstrând aceeași condiție a universului de discurs limitat, *cuantorul existențial* se poate asimila cu o *disjuncție neexclusivă* a tuturor elementelor care aparțin lui  $U$ .

$$\text{LL.9} \quad \exists x Fx \leftrightarrow (Fa_1 \vee Fa_2 \vee \dots \vee Fa_n)$$

Dacă cel puțin un element  $x$  din mulțimea  $U$  are proprietatea  $F$ , atunci disjuncția tuturor schemelor predicative de forma  $Fx$  ( $x \in U$ ) este în orice caz adevărată, odată ce măcar un membru al disjuncției are valoarea logică 1.

*Cuantorul universal este distributiv față de conjuncție, astfel încât:*

$$\text{LL.10 } \forall x (Fx \wedge Fx) \leftrightarrow \forall x Fx \wedge \forall x Gx$$

Demonstrația se bazează pe LL.8, conform căreia primul membru al echivalenței de mai sus devine:  $(Fa_1 \wedge Ga_1) \wedge (Fa_2 \wedge Ga_2) \wedge \dots \wedge (Fa_n \wedge Ga_n)$ , iar cel de-al doilea membru se transformă în:  $(Fa_1 \wedge Fa_2 \wedge \dots \wedge Fa_n) \wedge (Ga_1 \wedge Ga_2 \wedge \dots \wedge Ga_n)$ . Cei doi membri ai echivalenței LL.10 sunt expresii conjunctive care conțin exact aceleași elemente, aranjate însă în ordine diferită; întrucât conjuncția este comutativă și asociativă, cele două șiruri de conjuncții pot fi aduse la exact aceeași formă.

Prin același gen de demonstrație, folosind comutativitatea și asociativitatea disjuncției, se arată că și *cuantorul existențial*, la rândul său, *se distribuie pe lângă disjuncție*:

$$\text{LL.11 } \exists x (Fx \vee Gx) \leftrightarrow \exists x Fx \vee \exists x Gx$$

Cuantorul universal nu se distribuie față de expresiile disjunctive, nici cuantorul existențial nu se distribuie față de expresiile conjunctive. Sunt, totuși, legi logice următoarele implicații:

$$\text{LL.12 } (\forall x Fx \vee \forall x Gx) \rightarrow \forall x (Fx \vee Gx)$$

$$\text{LL.13 } \exists x (Fx \wedge Gx) \rightarrow (\exists x Fx \wedge \exists x Gx)$$

## Exerciții

1. Transpuneți următoarele propoziții din limbajul natural în limbajul simbolic al logicii predicatelor:

- Orice număr întreg este sau par, sau impar.
- Există cel puțin un număr prim divizibil cu 2.
- Oricare ar fi numărul  $x$ , există un număr  $y$  mai mare decât el.
- Cel mai mare număr nu există.
- Există astfel de numere  $x$ ,  $y$ ,  $z$  astfel încât diferența dintre  $x$  și  $y$  este mai mică decât produsul lui  $x$  cu  $z$ .
- Mihai nu poate cânta la nici un instrument.
- Mihai nu poate cânta la orice instrument.
- Orice om admiră cel puțin un actor de film.
- Nu există frizer care să bărbierească numai pe aceia care nu se bărbieresc singuri.
- Orice persoană care respectă cel puțin o persoană se respectă pe sine.

**2. Care este domeniul de acțiune al cuantorilor din următoarele exemple de scheme predicative?**

- a)  $\forall x Fx \wedge Gy$                       d)  $\forall x \exists y G(x,y) \wedge H(x,y)$   
 b)  $\forall x \exists x G(x,y)$                       e)  $\forall x [(Fx \rightarrow Gx) \vee \neg Hx] \rightarrow \exists y Gy$   
 c)  $\forall x (Fx \wedge Gy) \vee Hx$               f)  $\exists x \forall y (Fy \wedge Gx) \rightarrow H(x,y)$

**3. Care dintre expresiile următoare sunt corecte și care sunt incorecte, ținând seama de regula poziției și ordinii cuantorilor?**

- a)  $\forall x \forall y Fx,y \leftrightarrow \forall y \forall x Fx,y$       d)  $\forall y \exists x Fx,y \rightarrow \exists x \forall y Fx,y$   
 b)  $\exists x \forall y Fx,y \rightarrow \forall y \exists x Fx,y$       e)  $\forall x \exists y (y > x) \rightarrow \exists y \forall x (y > x)$   
 c)  $\exists x \exists y Fx,y \leftrightarrow \exists y \exists x Fx,y$

**4. Negați următoarele expresii cuantificate:**

- a)  $\forall x (Fx \rightarrow Gx)$                       e)  $\forall x Fx$   
 b)  $\exists x (Fx \vee Gx)$                       f)  $\exists x Fx$   
 c)  $\forall x (Fx \wedge Gx)$                       g)  $\forall x (Fx \vee Gx)$   
 d)  $\exists x (Fx \wedge Gx)$                       h)  $\exists x (Fx \rightarrow Gx)$

## 4.4. Problema deciziei în logica predicatelor

Metodele de decizie din calculul propozițional – prin care putem stabili dacă o expresie oarecare, bine formată în limbajul sistemului, este lege logică (tautologie), contradicție logică (inconsistentă) sau contingent realizabilă, funcționează și în logica predicatelor, cu o condiție suplimentară și prealabilă: aducerea expresiei a cărei valoare logică vrem să o determinăm la forma ei *prenexă*.

### 4.4.1. Forme prenexe

Prin *formă prenexă* se înțelege o schemă predicativă în care toți cuantorii din alcătuirea ei se află în fața schemei respective – ca un fel de «prefix»; nici un cuantor nu este negat, acoperind sau captând întreaga formulă care îi urmează.

Aducerea oricărei scheme predicative la forma prenexă se bazează pe câteva **reguli de transformare**, în rândul cărora intră:

- legile de distribuție a cuantorilor (LL.10 și LL.11);
- echivalențele cuantorilor (LL. 1 – 4),

la care se adaugă următoarele șase echivalențe:

LL.14  $\forall xFx \leftrightarrow \forall yFy \leftrightarrow \forall zFz$

LL.15  $\exists xFx \leftrightarrow \exists yFy \leftrightarrow \exists zFz$

- Numite *reguli de reliterare*, echivalențele de mai sus sunt evident valabile, dacă avem în vedere definițiile cuantorilor.  $\forall x$  înseamnă „oricare ar fi individul  $x$ ,  $y$ ,  $z$  etc. din clasa  $U$ , el are proprietatea  $F$ ”;  $\exists x$  înseamnă „există în clasa  $U$  cel puțin un individ, fie el  $x$ ,  $y$ ,  $z$  etc. căruia îi revine proprietatea  $F$ ”.

LL.16  $(\forall xFx \wedge p) \leftrightarrow \forall x(Fx \wedge p)$

Demonstrația o vom face prin *metoda deciziei prescurtate*:

$H_1 \quad p = 1$ ; consecințe:

- ambii termeni ai echivalenței se reduc la  $\forall xFx$ ;
- întrucât echivalența este reflexivă,  $\forall xFx \leftrightarrow \forall xFx$  este adevărată.

$H_2 \quad p = 0$ ; consecințe:

- ambii termeni ai echivalenței sunt falși;
- $0 \leftrightarrow 0$  este, din nou, egal cu un adevăr logic.

Similar se demonstrează și celelalte reguli de transformare:

LL.17  $(\forall xFx \vee p) \leftrightarrow \forall x(Fx \vee p)$

LL.18  $(\exists xFx \wedge p) \leftrightarrow \exists x(Fx \wedge p)$

LL.19  $(\exists xFx \vee p) \leftrightarrow \exists x(Fx \vee p)$

După cum se observă în echivalențele LL.16 – LL.19, schemele predicative admit printre componentele lor și variabile propoziționale. Trebuie procedat întotdeauna astfel încât să nu existe în cuprinsul vreunei formule propoziționale nici o variabilă liberă care să coincidă cu o altă variabilă legată din cuprinsul schemei predicative – deoarece, prin aducerea cuantorilor în fața schemei predicative, acea variabilă propozițională liberă ar intra în aria de referință a cuantorilor, ceea ce dă naștere la erori logice.

Din același motiv, este obligatoriu ca, în cazurile în care schema predicativă conține cel puțin o variabilă individuală liberă, să se evite transformarea ei în variabilă legată, prin aducerea cuantorilor în fața expresiei.

Având formula  $\forall xFx \vee Gx$ , am proceda greșit dacă am trece direct la formula  $\forall x(Fx \vee Gx)$ , deoarece  $x$  liber din  $Gx$  a devenit legat, căzând sub acțiunea cuantorului universal. Pentru evitarea unor astfel de erori, atunci când schema predicativă conține și variabile individuale libere, înainte de aducerea cuantorilor în fața schemei predicative, se va proceda la reliterarea tuturor acelor cuantori a căror mutare în prefix ar conduce la captarea de variabile libere. Procedând astfel, prin (LL.14) formula inițială devine mai întâi  $\forall yFy \vee Gx$  și abia ulterior  $\forall y(Fy \vee Gx)$ , care este un exemplu de formă prenexă.



Atunci când în schemele predicative apar alți operatori propoziționali decât conjuncția și disjuncția, precum  $+$ ,  $\rightarrow$ ,  $\leftrightarrow$  etc., ei sunt înlocuiți (utilizând D.1 – D.5 din capitolul 2, consacrat calculului propozițional) cu operatorii de bază – conjuncția sau disjuncția.

Fie, de exemplu, formula:

$$Fm_4 \quad \forall x(Fx \rightarrow \exists yGyx)$$

Pentru aducerea ei la forma prenexă, se efectuează următoarele transformări:

- se înlocuiește operatorul implicației, după modelul formulei  $p \rightarrow q \leftrightarrow \neg p \vee q$ , astfel încât  $Fm_4$  devine

$$Fm_* \quad \forall x(\neg Fx \vee \exists yGyx)$$

- prin aducerea cuantorilor în fața schemei predicative, se obține forma prenexă:

$$Fm_{**} \quad \forall x \exists y(\neg Fx \vee Gyx)$$

În cazul în care schema predicativă ar fi conținut o implicație negată, de forma:

$$Fm_5 \quad \forall x \neg(Fx \rightarrow \exists yGyx)$$

eliminarea implicației s-ar face mai ușor după formula  $\neg(p \rightarrow q) \leftrightarrow p \wedge \neg q$ . Aducerea la forma prenexă a formulei  $Fm_5$  ar parcurge următorii pași:

- $Fm_* \quad \forall x(Fx \wedge \neg \exists yGyx)$
- prin echivalențele cuantorilor, aplicând LL.4, obținem  $Fm_{**} \quad \forall x(Fx \wedge \forall y \neg Gyx)$
- aplicând LL.16, obținem forma prenexă  $Fm_{***} \quad \forall x \forall y(Fx \wedge \neg Gyx)$

#### 4.4.2. Decizia cu ajutorul formelor prenex

Atunci când avem de-a face cu inferențe de forma unor implicații în logica predicatelor, aducerea la forma prenexă a schemelor predicative ne poate proba direct dacă acestea sunt inconsistente sau nu. Forma prenexă nu ne poate însă arăta direct, în cazul unei scheme predicative realizabile sau consistente, dacă formula este tautologică sau numai contingentă. Această limită poate fi însă depășită printr-o suită de operații. Fie inferența imediată:

$Ex_4$  „Există cel puțin un poet pe care îl cunosc toți românii; prin urmare, orice român cunoaște cel puțin un poet.“

I. În primul rând, *se exprimă simbolic părțile inferenței: premisa și concluzia.*

a) *Premisa*, adică propoziția „Există cel puțin un poet pe care-l cunosc toți românii”, conține următoarele elemente:

- trei *noțiuni*, dintre care două, „poet” și „români” sunt absolute, putând fi redată prin schemele predicative:  $Fx = „x \text{ est poet}”$  și  $Gy = „y \text{ este român}”$ ; cea de-a treia noțiune, „a cunoaște”, este relativă și o putem exprima simbolic prin schema diadică  $Hyx = „y \text{ cunoaște } x”$ ;
- în premisă apar și doi *cuantori*: cel existențial „există cel puțin un...” se referă la  $x$  și cel universal „toți, oricare” se referă la  $y$ ;
- pronumele relativ „care” introduce o *conjunție*, deci un *operator propozițional*, la care se mai adaugă o *implicație*, pe care o evidențiem transcriind sensul premisei în forma ei logică pe deplin explicită: „Există cel puțin un  $x$  astfel încât  $x$  este poet și oricare ar fi  $y$ , dacă  $y$  este român, atunci  $y$  cunoaște  $x$ ”. Acestei expresii predicative îi corespunde formula:

$$\alpha) \quad \exists x [ Fx \wedge \forall y (Gy \rightarrow Hyx) ]$$

b) *Concluzia* este de forma logică explicită „Oricare ar fi  $y$ , dacă  $y$  este român, atunci există cel puțin un  $x$ , astfel încât  $x$  este poet și  $y$  cunoaște  $x$ ”. Găsim aici aceleași elemente ca și cele din premisă, pe care le redăm simbolic în formula:

$$\beta) \quad \forall y [ Gy \rightarrow \exists x (Fx \wedge Hyx) ]$$

Prin urmare, inferenței  $\alpha \Rightarrow \beta$  îi corespunde formula:

$$Fm_6 \quad \exists x [ Fx \wedge \forall y (Gy \rightarrow Hyx) ] \rightarrow \forall y [ Gy \rightarrow \exists x (Fx \wedge Hyx) ]$$

Prima etapă se încheie construind *negația implicației date spre verificare*:

$$\neg Fm_6 \quad \exists x [ Fx \wedge \forall y (Gy \rightarrow Hyx) ] \wedge \neg \forall y [ Gy \rightarrow \exists x (Fx \wedge Hyx) ]$$

II. Se transformă fiecare membru al conjuncției de mai sus în forma prenexă:

$$\alpha) \exists x [ Fx \wedge \forall y (Gy \rightarrow Hyx) ] \leftrightarrow \exists x \forall y [ Fx \wedge (Gy \rightarrow Hyx) ]$$

$$\beta) \neg \forall y [ Gy \rightarrow \exists x (Fx \wedge Hyx) ] \leftrightarrow \quad (\text{cf. LL.3})$$

$$\exists y \neg [ Gy \rightarrow \exists x (Fx \wedge Hyx) ] \leftrightarrow \quad (\text{cf. L.6})$$

$$\exists y [ Gy \wedge \neg \exists x (Fx \wedge Hyx) ] \leftrightarrow \quad (\text{cf. LL.4})$$

$$\exists y [ Gy \wedge \forall x \neg (Fx \wedge Hyx) ] \leftrightarrow \quad (\text{cf. LL.16})$$

$$\exists y \forall x [ Gy \wedge \neg (Fx \wedge Hyx) ]$$

III. În continuare se testează dacă formele prenexice astfel obținute formează sau nu o conjuncție inconsistentă – căci dacă negația schemei predicative de verificat se dovedește inconsistentă (cotradicție logică, în toate cazurile falsă), rezultă prin demonstrație indirectă, pe baza principiului terțului exclus, că schema predicativă inițială este în toate cazurile adevărată (lege logică sau tautologie); dacă nu, atunci este o funcție contingentă. În acest scop, trebuie parcurse următoarele etape:

a) În fiecare din formele prenexice se elimină cuantorii, ceea ce duce la obținerea unor scheme predicative deschise.

- *Eliminarea cuantorului universal* ia forma trecerii de la formula  $\forall xFx$  la formula  $Fy$ , printr-o inferență logic validă de forma: dacă este adevărat că oricare individ  $x$  ( $x \in U$ ) are însușirea  $F$ , atunci este adevărat și că un individ oarecare  $y$  din extensiunea lui  $U$  are această însușire.
- *Eliminarea cuantorului existențial* ia forma trecerii de la formula  $\exists xFx$  la  $Fy$ ; aceasta nu mai este o inferență validă, ci numai probabilă sau plauzibilă: nu putem afirma cu certitudine, dar putem presupune că  $y$  este tocmai acel  $x$  (din extensiunea lui  $U$ ) despre care  $\exists xFx$  ne spune că există, având proprietatea  $F$ .
- *Ordinea eliminării cuantoriilor* nu este oarecare. Dacă formula dată conține doi cuantori existențiali, care leagă fiecare altă variabilă individuală, de forma  $\exists x\exists yFxy$ , la reliterare se vor folosi litere distincte ( $Fuv$ ); în schimb, la eliminarea cuantoriilor universali – cu condiția necapturării unor variabile libere – reliterarea este indiferentă. Din acest motiv, eliminarea cuantoriilor și reliterarea încep cu cuantorii existențiali.

Aplicând aceste reguli, transformăm formele prenexice  $\alpha$  și  $\beta$  în scheme predicative deschise.

$$\alpha) \exists x\forall y [ Fx \wedge (Gy \rightarrow Hyx) ] \leftrightarrow \forall y [ Fu \wedge (Gy \rightarrow Hyu) ] \leftrightarrow \\ \leftrightarrow Fu \wedge Gv \rightarrow Hvu$$

$$\beta) \exists y\forall x [ Gy \wedge \neg(Fx \wedge Hyx) ] \leftrightarrow \forall x [ Gv \wedge \neg(Fx \wedge Hvx) ] \leftrightarrow \\ \leftrightarrow Gv \wedge \neg(Fu \wedge Hvu)$$

b) După transformarea formelor prenexice în scheme deschise, asupra lor se aplică procedeul deciziei prescurtate:

$$[ Fu \wedge (Gv \rightarrow Hvu) ] \wedge [ Gv \wedge \neg(Fu \wedge Hvu) ] \\ (Fu \wedge 1 \rightarrow Hvu) \wedge [ 1 \wedge \neg(Fu \wedge Hvu) ] \\ (Fu \wedge Hvu) \wedge \neg(Fu \wedge Hvu)$$

- $\beta$  nu poate fi adevărată decât dacă toți membrii conjuncției sunt adevărați; deci, în mod obligatoriu  $G_v = 1$ ; întreaga schemă se reduce la valoarea logică a lui  $\neg(Fu \wedge Hvu)$  (cf. R.1);
- în  $\alpha$ ,  $G_v = 1$  este antecedentul implicației care, conform R.7 se reduce la valoarea logică a lui  $Hvu$ , iar întreaga schemă predicativă se reduce la conjuncția  $Fu \wedge Hvu$ ;
- or, întreaga formulă este o contradicție logică – deci conjuncția formelor prenexe  $\alpha$  și  $\beta$  este inconsistentă; întrucât această conjuncție coincide cu negația implicației inițiale, rezultă că această implicație (și inferența pe care o reprezintă) este validă.

## Exerciții

1. Să se aducă la formele prenexe următoarele formule:

- $\neg(\exists x Fx \wedge \forall x Gx) \rightarrow \exists x (Fx \wedge Gx)$
- $\exists x \forall y Fx, y \rightarrow \forall x \exists y \neg Fx, y$
- $\exists y (\exists z Fy, z \rightarrow \forall x Fx, y) \vee \forall x \neg \exists z Fx, z$
- $\forall x (\exists y Fx, y \wedge Gx) \rightarrow (\exists y Fy \wedge Gx)$

2. Arătați dacă următoarele formule sunt sau nu legi logice:

- $\forall x Fx \rightarrow \exists x Fx$
- $[ \forall x Fx \rightarrow \exists y Gy ] \rightarrow [ \neg \exists y Gy \rightarrow \neg \forall x Fx ]$
- $[ \forall x Fx \rightarrow \exists y Gy ] \rightarrow [ \forall y \neg Gy \rightarrow \neg \exists x \neg Fx ]$
- $\exists x (Fx \wedge Gx) \leftrightarrow [ \exists x Fx \wedge \exists x Gx ]$

3. Să se determine prin metoda formelor prenexe dacă următoarele inferențe sunt sau nu valide:

a) Orice pătrat este un romb; deci, cine desenează pătrate, desenează rombur.

b) Oricine a jucat și fotbal și tenis preferă tenisul. Există însă unii oameni care au jucat tenis și nu preferă tenisul, deci, unii dintre cei care au jucat tenis n-au jucat fotbal.

c) Există o problemă de matematică pe care o rezolvă orice absolvent de liceu; prin urmare, orice absolvent de liceu rezolvă cel puțin o problemă de matematică.

d) Pentru orice număr  $x$  există un număr  $y$  astfel încât, dacă diferența dintre  $x$  și 5 este mai mică decât  $y$ , atunci diferența dintre  $x$  și 7 este mai mică decât 3.

e) Dacă există în București o femeie cu un frate la Brașov, atunci există un bărbat în Brașov cu o soră în București.

f) Dacă există un singur om care este mai înalt decât orice om, atunci există un om care este mai înalt decât el însuși.

g) Dacă în lot nu există sportivi competitivi, atunci nici unul dintre membrii lotului participanți la Olimpiadă nu este competitiv. Cei medaliați la Olimpiade sunt însă competitivi și, deci, dacă vreunul din membrii lotului participanți la Olimpiadă a fost medaliat, atunci în lot există sportivi competitivi.

## 4.5. Legi ale logicii clasice în logica predicatelor

Multe, dacă nu toate legile logicii clasice se regăsesc și sunt demonstrate în logica modernă a predicatelor – existând, însă, și neconcordanțe între cele două modalități de elaborare a ceea ce am denumit, cu un termen generic, *logica termenilor*.

### 4. 5. 1. Transcrierea propozițiilor categorice în limbajul logicii predicatelor

Cele patru tipuri de propoziții categorice pot fi exprimate simbolic în limbajul specific al logicii moderne a predicatelor. Astfel, vom valida următoarele definiții sau «traduceri»:

$$\text{T.1} \quad \text{SaP} =_{\text{df}} \forall x (Sx \rightarrow Px)$$

$$\text{T.2} \quad \text{SeP} =_{\text{df}} \forall x (Sx \rightarrow \neg Px)$$

$$\text{T.3} \quad \text{SiP} =_{\text{df}} \exists x (Sx \wedge Px)$$

$$\text{T.4} \quad \text{SoP} =_{\text{df}} \exists x (Sx \wedge \neg Px)$$

Aceste traduceri nu surprind, din păcate, foarte exact toate nuanțele enunțării propozițiilor categorice în limbajul natural. Astfel, dacă luăm propoziția universal afirmativă „Toți studenții sunt politicoși” și îi stabilim obversa „Nici un student nu este nepolitic” în limbajul simbolic al logicii clasice se observă deosebirea dintre cele două propoziții:  $\text{SaP} \circ \rightarrow \text{Se} \neg P$ . În limbajul logicii predicatelor, atât propoziția  $\text{SeP}$  cât și obversa propoziției  $\text{SaP}$  au exact aceeași formulă:  $\forall x (Sx \rightarrow \neg Px)$ .

Cu toate acestea, formulele T.1 – T.4 realizează o traducere destul de fidelă pentru a permite utilizarea metodelor de decizie din logica predicatelor pentru verificarea validității inferențelor cu propoziții categorice (ceea ce este cu deosebire folositor în cazul polisilogismelor cu multe linii, a căror corectitudine este foarte greu de verificat cu metodele logicii clasice, fie acestea grafice sau prin reducere la absurd).

#### 4.5.2. Conversiunea propozițiilor categorice

În afară de faptul că obversele nu-și găsesc în limbajul logicii predicatelor o expresie simbolică distinctă, alte dificultăți se ivesc în ceea ce privește conversiunea propozițiilor categorice. În logica predicatelor, *trecerea de la premise universale* (care pot fi universale adevărate chiar dacă  $U$  este o mulțime vidă) la *concluzii existențiale* (care pot fi adevărate numai dacă  $U$  este nevid) nu se poate face direct. Putem afirma, de exemplu, „Oricare dintre regii Elveției trebuie să știe să călărească”, fără a enunța o imposibilitate logică sau o absurditate. Nicidecum nu putem extrage însă din această afirmație vreo propoziție adevărată referitoare la un oarecare sau anume  $x$ , care *este* regele Elveției, afară de cazul în care ar fi dovedită drept adevărată o propoziție existențială care să certifice că „Există cel puțin un  $x$  care este regele Elveției” – ceea ce nu este cazul.

(i) Iată de ce conversiunea *per accidens* a propozițiilor *universale affirmative* nu se poate demonstra direct în logica predicatelor.

Conform T.1 și T.3,  $SaP \rightarrow PiS$  s-ar nota simbolic astfel:

$$\forall x (Sx \rightarrow Px) \rightarrow \exists x (Px \wedge Sx)$$

Aducem formula dată la forma prenexă, eliminăm cuantorii, substituim schemele predicative deschise cu variabile propoziționale și analizăm prin metodele de decizie din calculul propozițional validitatea formulei astfel transformate.

$$\forall y (Sy \rightarrow Py) \rightarrow \exists y (Py \wedge Sy) \leftrightarrow \quad (\text{reliterare})$$

$$\forall y \exists y [(Sy \rightarrow Py) \rightarrow (Py \wedge Sy)] \leftrightarrow \quad (\text{aducerea cuantorilor în față})$$

$$\forall y \exists y [(\neg Sy \vee Py) \rightarrow (Py \wedge Sy)] \leftrightarrow \quad (\text{cf. D.1})$$

$$\forall y \exists y [\neg(\neg Sy \vee Py) \vee (Py \wedge Sy)] \leftrightarrow \quad (\text{cf. D.1})$$

$$\forall y \exists y [(Sy \wedge \neg Py) \vee (Py \wedge Sy)]$$

Prin substituirea schemelor deschise cu variabile propoziționale obținem:

$$(s \wedge \neg p) \vee (p \wedge s) \leftrightarrow (s \wedge \neg p) \vee (s \wedge p)$$

Este o formă normală disjunctivă (f. n. d.) care, după cum se vede, este o expresie contingentă.

Ce se întâmplă dacă încercăm, după modelul din paragraful anterior, o *demonstrație indirectă*? În acest scop, scriem *negația* implicației date și o aducem la forma prenexă.

$$\begin{aligned} \forall y (Sy \rightarrow Py) \wedge \neg \exists y (Py \wedge Sy) &\leftrightarrow \\ \forall y (Sy \rightarrow Py) \wedge \forall y \neg (Py \wedge Sy) &\leftrightarrow \quad (\text{cf. LL.4}) \\ \forall y (\neg Sy \vee Py) \wedge \forall y (\neg Py \vee \neg Sy) &\quad (\text{cf. D.1 și L.9}) \\ \forall y [(\neg Sy \vee Py) \wedge (\neg Py \vee \neg Sy)] \\ (\neg s \vee p) \wedge (\neg s \vee \neg p) \end{aligned}$$

Am obținut de această dată o f. n. c. care, de asemenea, este o funcție realizabilă contingentă.

Conversiunea *per accidens* a propozițiilor categorice universale afirmative se poate demonstra dacă și numai dacă introducem în demonstrația de mai sus încă o premisă suplimentară, prin care să precizăm explicit că sfera lui S nu este vidă:  $\exists x Sx$ . Demonstrația se desfășoară acum astfel, pornind de la următoarea implicație:

$$[\forall x (Sx \rightarrow Px) \wedge \exists x Sx] \rightarrow \exists x (Px \wedge Sx)$$

În continuare, nu mai reliterăm, deoarece în cazul de față nu s-ar produce nici o clarificare necesară, ci s-ar introduce numai un pas inutil în demonstrație. Construim negația formulei asupra căreia trebuie să decidem și o aducem la forma prenexă.

$$\begin{aligned} \forall x (Sx \rightarrow Px) \wedge \exists x Sx \wedge \neg \exists x (Px \wedge Sx) &\leftrightarrow \\ \leftrightarrow \forall x (Sx \rightarrow Px) \wedge \exists x Sx \wedge \forall x \neg (Px \wedge Sx) &\leftrightarrow \\ \leftrightarrow \forall x \exists x [(Sx \rightarrow Px) \wedge Sx \wedge \neg (Px \wedge Sx)] \end{aligned}$$

Substituim schemele predicative deschise cu variabilele propoziționale și obținem formula:

$$(s \rightarrow p) \wedge s \wedge \neg (p \wedge s) \leftrightarrow (\neg s \vee p) \wedge s \wedge (\neg p \vee \neg s)$$

Aplicăm metoda reducerii progresive a variabilelor.

$$\begin{array}{lcl} H_1 & \text{dacă } p = 1 & \Rightarrow (\neg s \vee 1) \wedge s \wedge (0 \vee \neg s) \\ & & \quad 1 \wedge (s \wedge \neg s) \\ & & \quad 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} H_2 & \text{dacă } p = 0 & \Rightarrow (\neg s \vee 0) \wedge s \wedge (1 \vee \neg s) \\ & & \quad (\neg s \wedge s) \wedge 1 \\ & & \quad 0 \end{array}$$

Întrucât negația formulei inițiale este inconsistentă, rezultă că, astfel îmbogățită cu o premisă existențială, conversiunea *per accidens* a fost demonstrată ca lege logică.

(ii) Demonstrația directă a conversiunii propozițiilor *universale negative*, de forma  $SeP \rightarrow PeS$ , nu întâmpină dificultăți. Avem de demonstrat nu o implicație, ci o echivalență logică:

$$\forall x (Sx \rightarrow \neg Px) \leftrightarrow \forall x (Px \rightarrow \neg Sx)$$

Cum echivalența logică este o dublă implicație reciprocă, va trebui să demonstrăm pe rând cele două implicații.

$$\begin{aligned} \alpha) \quad & \forall x (Sx \rightarrow \neg Px) \rightarrow \forall x (Px \rightarrow \neg Sx) \leftrightarrow \\ & \leftrightarrow \neg \forall x (Sx \rightarrow \neg Px) \vee \forall x (Px \rightarrow \neg Sx) \leftrightarrow \\ & \leftrightarrow \exists x \neg (Sx \rightarrow \neg Px) \vee \forall x (Px \rightarrow \neg Sx) \leftrightarrow \\ & \leftrightarrow \exists x \forall x [\neg (Sx \rightarrow \neg Px) \vee (Px \rightarrow \neg Sx)] \end{aligned}$$

Prin substituirea schemelor deschise cu variabile propoziționale, obținem:

$$\neg (s \rightarrow \neg p) \vee (p \rightarrow \neg s) \leftrightarrow (s \wedge p) \vee \neg p \vee \neg s$$

$$\begin{aligned} H_1 \quad \text{dacă } p = 1 \quad & \Rightarrow \quad (s \wedge 1) \vee 0 \vee \neg s \\ & \quad \quad \quad s \vee 0 \vee \neg s \\ & \quad \quad \quad s \vee \neg s \\ & \quad \quad \quad 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} H_2 \quad \text{dacă } p = 0 \quad & \Rightarrow \quad (s \wedge 0) \vee 1 \vee \neg s \\ & \quad \quad \quad 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \beta) \quad & \forall x (Px \rightarrow \neg Sx) \rightarrow \forall x (Sx \rightarrow \neg Px) \leftrightarrow \\ & \leftrightarrow \neg \forall x (Px \rightarrow \neg Sx) \vee \forall x (Sx \rightarrow \neg Px) \leftrightarrow \\ & \leftrightarrow \exists x \neg (Px \rightarrow \neg Sx) \vee \forall x (Sx \rightarrow \neg Px) \leftrightarrow \\ & \leftrightarrow \exists x \forall x [\neg (Px \rightarrow \neg Sx) \vee (Sx \rightarrow \neg Px)] \end{aligned}$$

Prin substituirea schemelor deschise cu variabile propoziționale, obținem:

$$\neg (p \rightarrow \neg s) \vee (s \rightarrow \neg p) \leftrightarrow (p \wedge s) \vee \neg s \vee \neg p$$

$$\begin{aligned} H_1 \quad \text{dacă } p = 1 \quad & \Rightarrow \quad (1 \wedge s) \vee \neg s \vee 0 \\ & \quad \quad \quad s \vee \neg s \vee 0 \\ & \quad \quad \quad 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} H_2 \quad \text{dacă } p = 0 \quad & \Rightarrow \quad (0 \wedge s) \vee \neg s \vee 1 \\ & \quad \quad \quad 1 \end{aligned}$$

De vreme ce ambele implicații sunt legi logice, rezultă că echivalența de demonstrat este validă.



(iii) Demonstrația directă a conversiunii propozițiilor *particulare afirmative* este și mai simplă. Conversiunea SiP  $c \rightarrow$  PiS este, în logica predicatelor, tot o echivalență, de forma:

$$\exists x (Sx \wedge Px) \leftrightarrow \exists x (Px \wedge Sx)$$

care se aduce imediat la forma prenexă:

$$\exists x [(Sx \wedge Px) \leftrightarrow (Px \wedge Sx)]$$

Aplicând comutativitatea conjuncției, echivalența este evidentă.

### 4.5.3. Demonstrarea modurilor silogistice valide în logica predicatelor

Problemele, dificultățile, neconcordanțele și metodele de soluționare a lor, pe care le-am întâlnit la demonstrarea validității conversiunii propozițiilor categorice în logica predicatelor, se regăsesc întrutotul atunci când aplicăm regulile din logica predicatelor pentru verificarea modurilor silogistice valide.

Înainte de a prezenta câteva demonstrații ilustrative, să spunem de la început că, în logica predicatelor, se pot demonstra direct numai 15 moduri silogistice: *Barbara*, *Celarent*, *Darii* și *Ferio* în figura I; *Cesare*, *Camestres*, *Festino* și *Baroco* în figura a II-a; *Disamis*, *Datisi*, *Bocardo* și *Ferison* în figura a III-a; *Camenes*, *Dimaris* și *Fresison* în figura a IV-a. Lipsesc, după cum se poate observa, toate modurile în care din premise universale se extrag concluzii particulare. La fel ca și în cazul conversiunii *per accidens*, se poate face, totuși, o demonstrație indirectă și a «validității condiționate» a acestor moduri subalterne («slabe») sau supraalterne («tari»), introducând în conjuncție cu premisele date ale silogismului încă o premisă suplimentară – o propoziție existențială care enunță explicit faptul că extensiunea lui S, M sau P (în funcție de cerințele demonstrației) nu este vidă.

Iată, spre ilustrare, cum se demonstrează direct și indirect câteva dintre modurile silogistice.

I. În **figura I** se demonstrează direct modurile *aaa-1*, *eae-1*, *aai-1* și *eio-1*. Să alegem modul *Celarent*.

$$\begin{aligned} & \forall x (Mx \rightarrow \neg Px) \wedge \forall x (Sx \rightarrow Mx) \rightarrow \forall x (Sx \rightarrow \neg Px) \leftrightarrow \\ & \leftrightarrow \neg [\forall x (Mx \rightarrow \neg Px) \wedge \forall x (Sx \rightarrow Mx)] \vee \forall x (Sx \rightarrow \neg Px) \leftrightarrow \\ & \leftrightarrow \neg \forall x (Mx \rightarrow \neg Px) \vee \neg \forall x (Sx \rightarrow Mx) \vee \forall x (Sx \rightarrow \neg Px) \leftrightarrow \\ & \leftrightarrow \exists x \neg (Mx \rightarrow \neg Px) \vee \exists x \neg (Sx \rightarrow Mx) \vee \forall x (Sx \rightarrow \neg Px) \leftrightarrow \\ & \leftrightarrow \exists x (Mx \wedge Px) \vee \exists x (Sx \wedge \neg Mx) \vee \forall x (Sx \rightarrow \neg Px) \leftrightarrow \\ & \leftrightarrow \exists x \forall x [(Mx \wedge Px) \vee (Sx \wedge \neg Mx) \vee (Sx \rightarrow \neg Px)] \end{aligned}$$

După eliminarea cuantorilor și substituirea schemelor deschise cu variabile propoziționale, se obține formula:

$$(m \wedge p) \vee (s \wedge \neg m) \vee (s \rightarrow \neg p) \leftrightarrow (m \wedge p) \vee (s \wedge \neg m) \vee \neg s \vee \neg p$$

$$H_1 \quad \text{dacă } m = 1 \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{c} (1 \wedge p) \vee (s \wedge 0) \vee \neg s \vee \neg p \\ p \vee 0 \vee \neg s \vee \neg p \end{array}$$

$$\underbrace{\hspace{10em}}_{p \vee \neg p}$$

$$H_2 \quad \text{dacă } m = 0 \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{c} (0 \wedge p) \vee (s \wedge 1) \vee \neg s \vee \neg p \\ 0 \vee s \vee \neg s \vee \neg p \end{array}$$

$$\underbrace{\hspace{10em}}_1$$

La fel se demonstrează și celelalte trei moduri menționate din figura I. Vom prezenta în continuare cum se demonstrează indirect validitatea unuia dintre modurile subalterne din figura I – fie acesta *aai-1*. Pentru reușita demonstrației, este necesară adăugarea unei *premise suplimentare*:  $\exists x Sx$ .

$$\forall x (Mx \rightarrow Px) \wedge \forall x (Sx \rightarrow Mx) \wedge \exists x Sx \rightarrow \exists x (Sx \wedge Px)$$

Construim negația expresiei de mai sus:

$$\begin{aligned} & \forall x (Mx \rightarrow Px) \wedge \forall x (Sx \rightarrow Mx) \wedge \exists x Sx \wedge \neg \exists x (Sx \wedge Px) \leftrightarrow \\ & \leftrightarrow \forall x (Mx \rightarrow Px) \wedge \forall x (Sx \rightarrow Mx) \wedge \exists x Sx \wedge \forall x \neg (Sx \wedge Px) \leftrightarrow \\ & \leftrightarrow \forall x \exists x [(Mx \rightarrow Px) \wedge (Sx \rightarrow Mx) \wedge Sx \wedge \neg (Sx \wedge Px)] \end{aligned}$$

Eliminăm cuantorii și substituim schemele deschise cu variabile propoziționale; rezultă formula:

$$(m \rightarrow p) \wedge (s \rightarrow m) \wedge s \wedge \neg (s \wedge p)$$

Aplicând comutativitatea conjuncției, inversăm ordinea primilor membri ai formulei conjunctive;  $(s \rightarrow m) \wedge (m \rightarrow p)$  ne permite să deducem, prin tranzitivitatea implicației, formula  $(s \rightarrow p)$ .

$$(s \rightarrow p) \wedge s \wedge \neg (s \wedge p) \leftrightarrow (\neg s \vee p) \wedge s \wedge (\neg s \vee \neg p)$$

$$H_1 \quad \text{dacă } p = 1 \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{c} (\neg s \vee 1) \wedge s \wedge (\neg s \vee 0) \\ 1 \wedge s \wedge \neg s \end{array}$$

$$H_2 \quad \text{dacă } p = 0 \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{c} (\neg s \vee 0) \wedge s \wedge (\neg s \vee 1) \\ \neg s \wedge s \wedge 1 \end{array}$$

$$\underbrace{\hspace{10em}}_0$$

Negația fiind inconsistentă, rezultă că implicația inițială este tautologică.

II. În figura a II-a se demonstrează direct validitatea modurilor *eae-2*, *aee-2*, *eio-2* și *aoo-2*. Să alegem un mod care, în silogistica aristotelică, nu putea primi decât o demonstrație prin reducere la absurd: *Baroco*; în logica predicatelor, acest mod poate primi o validare directă.

$$\begin{aligned}
 & \forall x (Px \rightarrow Mx) \wedge \exists x (Sx \wedge \neg Mx) \rightarrow \exists x (Sx \wedge \neg Px) \leftrightarrow \\
 & \leftrightarrow \neg [\forall x (Px \rightarrow Mx) \wedge \exists x (Sx \wedge \neg Mx)] \vee \exists x (Sx \wedge \neg Px) \leftrightarrow \\
 & \leftrightarrow \neg \forall x (Px \rightarrow Mx) \vee \neg \exists x (Sx \wedge \neg Mx) \vee \exists x (Sx \wedge \neg Px) \leftrightarrow \\
 & \leftrightarrow \exists x \neg (Px \rightarrow Mx) \vee \forall x \neg (Sx \wedge \neg Mx) \vee \exists x (Sx \wedge \neg Px) \leftrightarrow \\
 & \leftrightarrow \exists x (Px \wedge \neg Mx) \vee \forall x (\neg Sx \vee Mx) \vee \exists x (Sx \wedge \neg Px) \leftrightarrow \\
 & \leftrightarrow \exists x \forall x [(Px \wedge \neg Mx) \vee (\neg Sx \vee Mx) \vee (Sx \wedge \neg Px)]
 \end{aligned}$$

După eliminarea cuantorilor și substituirea schemelor deschise cu variabile propoziționale obținem formula:

$$\begin{aligned}
 & (p \wedge \neg m) \vee \neg s \vee m \vee (s \wedge \neg p) \\
 H_1 \quad \text{dacă } p = 1 & \Rightarrow \begin{array}{c} (1 \wedge \neg m) \vee \neg s \vee m \vee (s \wedge 0) \\ \neg m \quad \vee \neg s \vee m \vee \quad 0 \\ \hline \neg m \vee m \\ 1 \end{array} \\
 H_2 \quad \text{dacă } p = 0 & \Rightarrow \begin{array}{c} (0 \wedge \neg m) \vee \neg s \vee m \vee (s \wedge 1) \\ 0 \quad \vee \neg s \vee m \vee \quad s \\ \hline \neg s \vee s \\ 1 \end{array}
 \end{aligned}$$

Indirect se demonstrează modurile «slabe»; fie, de exemplu, *aeo-2*.

$$\forall x (Px \rightarrow Mx) \wedge \forall x (Sx \rightarrow \neg Mx) \wedge \exists x Sx \rightarrow \exists x (Sx \wedge \neg Px)$$

Verificăm validitatea negației expresiei date.

$$\begin{aligned}
 & \forall x (Px \rightarrow Mx) \wedge \forall x (Sx \rightarrow \neg Mx) \wedge \exists x Sx \wedge \neg \exists x (Sx \wedge \neg Px) \leftrightarrow \\
 & \leftrightarrow \forall x (Px \rightarrow Mx) \wedge \forall x (Sx \rightarrow \neg Mx) \wedge \exists x Sx \wedge \forall x \neg (Sx \wedge \neg Px) \leftrightarrow \\
 & \leftrightarrow \forall x (\neg Px \vee Mx) \wedge \forall x (\neg Sx \vee \neg Mx) \wedge \exists x Sx \wedge \forall x (\neg Sx \vee Px) \leftrightarrow \\
 & \leftrightarrow \forall x \exists x [(\neg Px \vee Mx) \wedge (\neg Sx \vee \neg Mx) \wedge Sx \wedge (\neg Sx \vee Px)]
 \end{aligned}$$

Se elimină cuantorii și se substituie schemele deschise cu variabile propoziționale. Rezultă formula:

$$(\neg p \vee m) \wedge (\neg s \vee \neg m) \wedge s \wedge (\neg s \vee p)$$

$$\begin{array}{lll}
 H_1 & \text{dacă } m = 1 & \Rightarrow \quad ( \underbrace{\begin{array}{c} \neg p \vee 1 \\ 1 \end{array} \wedge ( \begin{array}{c} \neg s \vee 0 \\ \neg s \end{array} \wedge s \wedge ( \begin{array}{c} \neg s \vee p \\ \neg s \vee p \end{array} ) }_0 \\
 H_2 & \text{dacă } m = 0 & \Rightarrow \quad ( \begin{array}{c} \neg p \vee 0 \\ \neg p \end{array} \wedge ( \begin{array}{c} \neg s \vee 1 \\ 1 \end{array} \wedge s \wedge ( \begin{array}{c} \neg s \vee p \\ \neg s \vee p \end{array} ) \\
 H_3 & \text{dacă } p = 1 & \Rightarrow \quad \underbrace{\begin{array}{c} 0 \wedge 1 \\ 0 \end{array}}_0 \wedge s \wedge ( \begin{array}{c} \neg s \vee p \\ \neg s \vee p \end{array} ) \\
 H_4 & \text{dacă } p = 0 & \Rightarrow \quad \underbrace{\begin{array}{c} 1 \wedge 1 \\ 1 \wedge 1 \end{array}}_0 \wedge s \wedge ( \begin{array}{c} \neg s \vee 0 \\ \neg s \end{array} )
 \end{array}$$

III. În figura a III-a se demonstrează direct modurile *aii-3*, *eio-3*, *iai-3* și *oao-3*. Fie, de exemplu, modul *Ferison*:

$$\begin{aligned}
 & \forall x (Mx \rightarrow \neg Px) \wedge \exists x (Mx \wedge Sx) \rightarrow \exists x (Sx \wedge \neg Px) \leftrightarrow \\
 & \leftrightarrow \neg [\forall x (Mx \rightarrow \neg Px) \wedge \exists x (Mx \wedge Sx)] \vee \exists x (Sx \wedge \neg Px) \leftrightarrow \\
 & \leftrightarrow \neg \forall x (Mx \rightarrow \neg Px) \vee \neg \exists x (Mx \wedge Sx) \vee \exists x (Sx \wedge \neg Px) \leftrightarrow \\
 & \leftrightarrow \exists x \neg (Mx \rightarrow \neg Px) \vee \forall x \neg (Mx \wedge Sx) \vee \exists x (Sx \wedge \neg Px) \leftrightarrow \\
 & \leftrightarrow \exists x (Mx \wedge Px) \vee \forall x (\neg Mx \vee \neg Sx) \vee \exists x (Sx \wedge \neg Px) \leftrightarrow \\
 & \leftrightarrow \exists x \forall x [(Mx \wedge Px) \vee (\neg Mx \vee \neg Sx) \vee (Sx \wedge \neg Px)]
 \end{aligned}$$

După eliminarea cuantorilor și substituirea schemelor deschise cu variabile propoziționale obținem formula:

$$\begin{array}{lll}
 & & (m \wedge p) \vee \neg m \vee \neg s \vee (s \wedge \neg p) \\
 H_1 & \text{dacă } p = 1 & \Rightarrow \quad \underbrace{\begin{array}{c} (m \wedge 1) \vee \neg m \vee \neg s \vee (s \wedge 0) \\ m \vee \neg m \vee \neg s \vee 0 \end{array}}_1 \\
 H_2 & \text{dacă } p = 0 & \Rightarrow \quad \underbrace{\begin{array}{c} (m \wedge 0) \vee \neg m \vee \neg s \vee (s \wedge 1) \\ 0 \vee \neg m \vee \neg s \vee s \end{array}}_1
 \end{array}$$

Indirect se demonstrează modurile «tari»; fie, de exemplu, *Darapti*:

$$\forall x (Mx \rightarrow Px) \wedge \forall x (Mx \rightarrow Sx) \wedge \exists x Mx \rightarrow \exists x (Sx \wedge Px)$$

Negația expresiei este:

$$\begin{aligned} & \forall x (Mx \rightarrow Px) \wedge \forall x (Mx \rightarrow Sx) \wedge \exists x Mx \wedge \neg \exists x (Sx \wedge Px) \leftrightarrow \\ & \leftrightarrow \forall x (Mx \rightarrow Px) \wedge \forall x (Mx \rightarrow Sx) \wedge \exists x Mx \wedge \forall x \neg (Sx \wedge Px) \leftrightarrow \\ & \leftrightarrow \forall x \exists x [(Mx \rightarrow Px) \wedge (Mx \rightarrow Sx) \wedge Mx \wedge (Sx \wedge Px)] \end{aligned}$$

După eliminarea cuantorilor și substituirea schemelor deschise cu variabile propoziționale obținem formula:

$$\begin{aligned} & (m \rightarrow p) \wedge (m \rightarrow s) \wedge m \wedge \neg (s \wedge p) \leftrightarrow \\ & \leftrightarrow (\neg m \vee p) \wedge (\neg m \vee s) \wedge m \wedge \neg (s \wedge p) \end{aligned}$$

Expresia conjunctivă nu poate fi adevărată decât dacă  $m = 1$ .

$$\begin{aligned} & (0 \vee p) \wedge (0 \vee s) \wedge 1 \wedge \neg (s \wedge p) \\ & p \wedge s \wedge 1 \wedge \neg (s \wedge p) \end{aligned}$$

Aplicând comutativitatea conjuncției la primii doi membri ai expresiei, obținem contradicția:  $(s \wedge p) \wedge \neg (s \wedge p) = 0$ . Negația fiind inconsistentă, rezultă că expresia dată este lege logică.

**IV.** În figura a IV-a se pot demonstra direct numai trei moduri: *ae-e-4*, *iai-4* și *eio-4*; fie, spre ilustrare, modul *Camenes*.

$$\begin{aligned} & \forall x (Px \rightarrow Mx) \wedge \forall x (Mx \rightarrow \neg Sx) \rightarrow \exists x (Sx \rightarrow \neg Px) \leftrightarrow \\ & \leftrightarrow \neg [\forall x (Px \rightarrow Mx) \wedge \forall x (Mx \rightarrow \neg Sx)] \vee \exists x (Sx \rightarrow \neg Px) \leftrightarrow \\ & \leftrightarrow \neg \forall x (Px \rightarrow Mx) \vee \neg \forall x (Mx \rightarrow \neg Sx) \vee \exists x (Sx \rightarrow \neg Px) \leftrightarrow \\ & \leftrightarrow \exists x \neg (Px \rightarrow Mx) \vee \exists x \neg (Mx \rightarrow \neg Sx) \vee \exists x (Sx \rightarrow \neg Px) \leftrightarrow \\ & \leftrightarrow \exists x (Px \wedge \neg Mx) \vee \exists x (Mx \wedge Sx) \vee \exists x (\neg Sx \vee \neg Px) \leftrightarrow \\ & \leftrightarrow \exists x [(Px \wedge \neg Mx) \vee (Mx \wedge Sx) \vee \neg Sx \vee \neg Px] \end{aligned}$$

După eliminarea cuantorului și substituția schemelor deschise rămânem cu expresia propozițională:

$$(p \wedge \neg m) \vee (m \wedge s) \vee \neg s \vee \neg p$$

$$\begin{array}{lll} H_1 & \text{dacă } m = 1 & \Rightarrow \quad (p \wedge 0) \vee (1 \wedge s) \vee \neg s \vee \neg p \\ & & \quad \quad \quad 0 \vee s \vee \neg s \vee \neg p \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} H_2 & \text{dacă } m = 0 & \Rightarrow \quad (p \wedge 1) \vee (0 \wedge s) \vee \neg s \vee \neg p \\ & & \quad \quad \quad p \vee 0 \vee \neg s \vee \neg p \end{array}$$

1

1

*Bramantip* este singurul mod a cărui demonstrație indirectă presupune introducerea premisei suplimentare  $\exists x Px$ . În simbolistica logicii predicatelor, silogismul se prezintă astfel:

$$\forall x (Px \rightarrow Mx) \wedge \forall x (Mx \rightarrow Sx) \wedge \exists x Px \rightarrow \exists x (Sx \wedge Px)$$

Construim și verificăm negația silogismului *aai-4*.

$$\begin{aligned} \forall x (Px \rightarrow Mx) \wedge \forall x (Mx \rightarrow Sx) \wedge \exists x Px \wedge \neg \exists x (Sx \wedge Px) &\leftrightarrow \\ \leftrightarrow \forall x (Px \rightarrow Mx) \wedge \forall x (Mx \rightarrow Sx) \wedge \exists x Px \wedge \forall x \neg (Sx \wedge Px) &\leftrightarrow \\ \leftrightarrow \forall x \exists x [(Px \rightarrow Mx) \wedge (Mx \rightarrow Sx) \wedge Px \wedge \neg (Sx \wedge Px)] & \end{aligned}$$

După eliminarea cuantorilor și substituția schemelor deschise rămânem cu formula:

$$(p \rightarrow m) \wedge (m \rightarrow s) \wedge p \wedge \neg (s \wedge p)$$

Prin tranzitivitatea implicației, primii doi membri ai expresiei conjunctive se reduc la  $(p \rightarrow s)$ .

$$(p \rightarrow s) \wedge p \wedge (\neg s \vee \neg p) \leftrightarrow (\neg p \vee s) \wedge p \wedge (\neg s \vee \neg p)$$

Pentru ca expresia conjunctivă să poată fi consistentă, este necesar  $p = 1$ .

$$\begin{array}{c} (0 \vee s) \wedge 1 \wedge (\neg s \vee 0) \\ s \quad \wedge 1 \wedge \quad \neg s \\ \hline 0 \end{array}$$

## Exerciții

Să se demonstreze validitatea modurilor silogistice care nu au fost verificate în paragraful precedent.

# LOGICA INFERENȚELOR PROBABILE

5

Rigoarea inferențelor deductive, în care concluziile rezultă cu necesitate logică din premise în virtutea unor forme valide de raționament, pare să eclipseze și să pună într-o poziție de inferioritate inferențele «mai slabe», în care premisele nu întemeiază concluzii absolut certe, ci numai probabile. Am arătat, însă, că logica își propune să fie nu numai un joc gratuit al minții, ci un instrument de descoperire și argumentare a unor idei adevărate; or, certitudinea unei concluzii extrase prin deducție este garantată nu numai de validitatea schemelor inferențiale (ceea ce am numit condiția *formală* a demonstrației), ci și de adevărul premiselor (condiția *materială*).

Or, aici se ivește o problemă de primă importanță, de care Aristotel era pe deplin conștient: cum obținem premisele adevărate, din care să putem deduce concluzii absolut certe? În matematică, putem construi sisteme deductive de mare întindere și maximă rigoare, pornind lanțul demonstrațiilor de la câteva axiome, câteva reguli de deducție și câteva definiții. Dar matematica nu descrie obiecte și fenomene empirice, date în experiență, ci entități ideale, abstracte. Ce se întâmplă însă atunci când formele gândirii corecte se aplică unor conținuturi empirice – cu alte cuvinte, atunci când construim raționamente în care atât premisele, cât și concluzia conțin informații despre obiecte și fenomene reale, date în experiență?

Fie silogismul categoric:

Toate mamiferele sunt vertebrate.

Toate balenele sunt mamifere.

Toate balenele sunt vertebrate.

Concluzia este cu certitudine adevărată în virtutea formei logice, dar numai *dacă* ambele premise sunt, la rândul lor, adevărate. De unde știm, însă, că „toate mamiferele sunt vertebrate” – atâta timp cât, prin definiție, conceptul de mamifer presupune doar reproducerea sexuală, gestația intrauterină, nașterea puilor vii și hrănirea lor cu lapte? Evident, nimeni nu a putut și n-a încercat

vreodată să inspecteze mulțimea practic inepuizabilă a tuturor mamiferelor care au fost, sunt și vor fi pe lume, pentru a constata, prin epuizarea întregii clase de mamifere, că *toate* sunt, fără excepție, vertebrate. Și totuși, nu este o afirmație gratuită – nici măcar îndoielnică; dimpotrivă, putem fi și *practic* suntem siguri de adevărul premisei majore din silogismul analizat, premisă stabilită prin observarea unui foarte mare număr de mamifere și coroborată cu o sumă de alte cunoștințe biologice care demonstrează o conexiune de loc întâmplătoare între structura osoasă vertebrată a viețuitoarelor și posibilitatea reproducerii în modalitatea specifică mamiferelor – cunoștințe în lumina cărora posibilitatea unor organisme nevertebrate, precum moluștele sau caracatițele, de a naște pui vii și de a-i hrăni cu lapte este *practic* exclusă și, dacă s-ar produce, ar fi un miracol; or, știința nu crede în miracole.

În ceea ce privește premisa minoră a silogismului, credibilitatea ei se bazează tot pe observarea și inventarierea unor fapte empirice. Date fiind forma, mediul de viață acvatic și modul de locomoție, balenele și delfinii au fost considerați multă vreme a face parte din categoria peștilor și numai sesizarea treptată a modului (mai greu accesibil observației) în care se reproduc și respiră aceste animale marine a dus la corectarea opiniei eronate și la înțelegerea condiției lor de mamifere.

Esențial este faptul că nici una dintre premisele silogismului analizat nu este în mod *absolut cert adevărată*, după canonul logicii deductive, căci ambele propoziții din care se extrage concluzia silogismului sunt niște *generalizări empirice*, pe care le acceptăm nu prin evidență axiomatică și nici prin definiție, ci în virtutea experienței care le susține. Având în vedere dependența adevărului concluziilor extrase deductiv de adevărul premiselor și faptul că, atât în gândirea vieții cotidiene, cât mai ales în științele naturii sau în cele socio-umane avem de-a face cu raționamente și argumente alcătuite din propoziții factuale, trebuie să reevaluăm importanța inferențelor cu concluzii probabile, deoarece numai prin intermediul acestora putem spori gradul de plauzibilitate a propozițiilor generale din care se pot deduce consecințe cel mult la fel de plauzibile. În zadar construim deducții valide dacă ne bazuim pe niște premise îndoielnice sau de-a dreptul false.

*Logica inferențelor probabile* cuprinde toate acele tipuri de raționamente prin care construim, pornind de la constatarea unor fapte singulare, date în experiență, propoziții din ce în ce mai generale și cu un grad sporit de probabilitate. Deși aceste inferențe nu pot conduce la certitudini *absolute* (în sensul deplin al cuvântului), ele sunt singurele mijloace de care dispunem pentru a întemeia legi și principii generale, pe care să ne putem baza cu relativă siguranță – apropiată, în multe cazuri, de probabilitatea maximă și, ca atare, de o certitudine *practic acceptabilă*.

În cele ce urmează, vom analiza cele mai importante și cel mai des utilizate inferențe probabile – indispensabile în soluționarea problemelor reale cu care se confruntă gândirea comună, cercetarea științifică, investigațiile judiciare, dezbaterile politice și morale etc.: inducția, analogia, raționamentele statistice și testarea ipotezelor.



## 5.1. Specificul inferențelor inductive

Științele formale, logica și matematica, operează exclusiv cu inferențe deductive, dar aceste științe nu se raportează direct la realitatea fenomenală și nu vehiculează informații despre lumea empirică, ci studiază numai structuri de relații posibile și necesare între obiecte în genere, între entități ideale, abstracte. Cunoașterea proprietăților și relațiilor obiectelor concrete din lumea empirică, dobândirea, prelucrarea și utilizarea informațiilor despre nenumăratele categorii de fenomene și procese naturale, psihice, sociale etc. presupun recursul la raționamente inductive. Într-o primă definiție, inducția este o metodă de raționament prin care se inferă o lege generală sau un principiu din observarea unor cazuri particulare. Termenul „inducție” derivă din traducerea latină a cuvântului grecesc *epagoge*, folosit pentru a desemna toate raționamentele în care, deși adevărul premiselor nu implică logic adevărul concluziei, dă impresia că reprezintă un bun temei pentru acceptarea ei.

Așadar, două sunt **caracteristicile esențiale** ale tuturor inferențelor inductive:

a) *Concluzia este mai generală decât premisele*; inducția este acel tip de inferență prin care se trece de la observarea unor cazuri individuale la o generalizare presupus valabilă pentru toate cazurile de același gen.

b) Din acest motiv, *premisele unui argument inductiv nu implică formal concluzia*, chiar dacă oferă temeuri, oricât de solide, pentru acceptarea concluziei.

Iată câteva exemple de propoziții întemeiate inductiv:

1/1 Există patru grupe sanguine.

2/1 Greutatea specifică a aurului este 19,3.

3/1 Toți oamenii sunt muritori.

4/1 Cometele evoluează pe orbite eliptice.

5/1 Triburile australiene au o mentalitate primitivă.

6/1 Cine a furat o dată, va mai fura.

7/1 E periculos să înoți imediat după masă.

8/1 Toți studenții de la secția „Relații economice internaționale” vorbesc limba engleză.

Nu toate aceste generalizări sunt juste, iar cele acceptabile ca justificate nu au toate același grad de credibilitate. Toate au însă în comun faptul că, invocând un număr finit de cazuri individuale, a căror cunoaștere dă certitudine afirmației că „Unii A sunt B”, se afirmă că „Toți A sunt B” – trecerea de la particular la general neavând necesitate logică.

Există însă rigoare și în raționamentele inductive, care nu exclud orice canon metodic; dimpotrivă, inducția se poate efectua mai mult sau mai puțin

metodic și în funcție de acuratețea argumentării se disting mai multe tipuri de inducție, fiecare conferind un grad mai înalt sau mai scăzut de plauzibilitate concluziilor pe care le întemeiază.

## 5.2. Inducția completă

Vom începe scurta trecere în revistă a principalelor tipuri de inferențe inductive cu un fel de generalizare ce poartă numele de inducție, deși îi lipsesc atributele definitorii ale raționamentelor inductive.

*Inducția completă* constă în afirmarea (negarea) unei anumite proprietăți în legătură cu *toate* elementele unei clase de obiecte, după inventarierea, unul câte unul, a *tuturor* elementelor clasei respective. Întrucât satisface această condiție, inducția completă face posibilă derivarea unor concluzii necesare, care decurg logic din ansamblul premiselor.

*Schema inferențială* a inducției complete poate fi redată astfel: fie o clasă de obiecte ( $A$ ), formată din  $n$  elemente:

$$A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$$

Cercetând în care element în parte, se constată că oricare dintre obiectele care aparțin clasei  $A$  posedă însușirea  $F$ , ceea ce notăm  $Fa$ .

$$A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$$

$$(a_1 \in A) \wedge Fa_1$$

$$(a_2 \in A) \wedge Fa_2$$

$$(a_n \in A) \wedge Fa_n$$

Generalizând rezultatele acestei treceri în revistă a tuturor elementelor din clasa  $A$ , putem scrie (utilizând notația matematică a cuantorului universal):

$$\forall x \{ (x \in A) \leftrightarrow [(x = a_1) \vee (x = a_2) \vee \dots \vee (x = a_n)] \}$$

$$\forall x [(x \in A) \rightarrow Fx]$$

Propoziția 8/1 ar putea fi dovedită ca adevărată prin inducție completă, adică verificând dacă fiecare student de la secția „Relația economice internaționale” vorbește englezește. La fel, atunci când caporalul raportează ofițerului că „Toți militarii din plutonul  $P$  sunt prezenți în formație”, el exprimă concluzia unei inducții complete.

Evident, o astfel de inducție nu este posibilă decât în cazul unor clase finite, cu un număr restrâns de elemente; din acest motiv, inducția completă – chiar în rarele situații în care este realizabilă – are o valoare cognitivă foarte redusă; în fond, concluzia unor astfel de inferențe nu face altceva decât să exprime concis ceea ce premisele exprimă în detaliu.

### 5.3. Inducția incompletă (amplificatoare)

În mod obișnuit, clasele de obiecte pe care încercăm să le cunoaștem sunt inepuizabile prin examinarea fiecărui caz individual în parte. Uneori, clasele ce fac obiectul cercetării au un număr finit de elemente, dar nu le putem investiga pe toate; atunci când a formulat legile mișcării planetelor, Kepler nu dispunea de o lunetă suficient de puternică pentru a-i fi permis observarea tuturor planetelor din sistemul nostru solar. Alteori (și cel mai adesea), clasele care fac obiectul cercetării au un număr infinit de elemente și, ca atare, sunt inaccesibile inducției complete; pentru formularea faimoasei legi a atracției universale, Newton s-a bazat pe cercetarea unui număr de «fapte» absolut infim în raport cu infinitatea corpurilor cerești pe care le acoperă această lege.

În astfel de situații, afirmațiile generale nu se pot baza decât pe o *inducție incompletă*: afirmarea (negarea) unei proprietăți în legătură cu *toate* elementele unei clase de obiecte, după cercetarea, unul câte unul, doar a *unor* elemente din clasa respectivă. Notând cu  $A$  clasa infinită și cu  $a_n$  ultimul element din clasa  $A$  care a fost studiat, putem reda astfel *schema inferențială* a inducției incomplete:

$$A = a_1, a_2, \dots, a_n$$

$$(a_1 \in A) \wedge Fa_1$$

$$(a_2 \in A) \wedge Fa_2$$

$$(a_n \in A) \wedge Fa_n$$

$$\frac{\exists x \{ (x \in A) \leftrightarrow [(x = a_1) \vee (x = a_2) \vee \dots \vee (x = a_n)] \}}{\forall x [(x \in A) \rightarrow Fx]}$$

Suma observațiilor directe întemeiază în mod cert un enunț particular (semnalat de cuantorul existențial  $\exists x$ ): există (unele) elemente ale clasei  $A$  cu proprietatea  $F$ . Concluzia «amplifică» rezultatul observațiilor directe, făcând saltul de la particular (cert) la general: orice element din clasa  $A$  are proprietatea  $F$ . Concluzia inducției incomplete este mai tare decât premisele, afirmă mai mult decât rezultă logic din acestea și, din acest motiv, schema inferențială nu este validă (tautologică), ci realizabilă, iar concluzia astfel derivată nu este niciodată absolut certă, ci numai probabilă sau ipotetică.

Cu toată imperfecțiunea sa formală, inducția incompletă sau amplificatoare reprezintă cel mai puternic instrument de cunoaștere a lumii fenomenale de care dispunem, de neînlocuit în științele experimentale. Cât de plauzibile sunt concluziile întemeiate prin inducție amplificatoare depinde în mare măsură de rigoarea metodică a proceselor de generalizare utilizate. Studiul raționamentelor inductive nu mai ține propriu-zis de logica *pură*, ci de metodologia științei, dar expunerea sistematică și generalizată a rezultatelor aparține, în virtutea tradiției, logicii *generale*. Problema principală este căutarea și descoperirea condițiilor care, odată respectate cu maximă strictețe și consecvență, măresc probabilitatea concluziei. În funcție de mulțimea, stringența și susținerea reciprocă a acestor condiții, se pot distinge câteva tipuri de inducție amplificatoare, ierarhizate după criteriul credibilității sau plauzibilității concluziilor pe care le întemeiază.

## 5.4. Inducția enumerativă

La nivelul conștiinței comune, inducția incompletă se efectuează de obicei nesistematic, ca simplă enumerare a cazurilor înregistrate. Generalizările astfel obținute se bazează pe simpla repetare a unor constatări, înregistrându-se absența oricărui contraexemplu. Premisele acestui gen de inducție sunt însă rezultatul unor observații neordonate științific, care de cele mai multe ori nu sesizează proprietăți și relații esențiale, ci aspecte superficiale, accidentale; din acest motiv, probabilitatea de adevăr a concluziilor desprinse prin simplă enumerare este scăzută, oricând fiind posibilă apariția unor contraexemple care să infirme aceste concluzii (să ne reamintim de lebedele negre din emisfera australă).

Există, firește, și reușite quasi certe ale acestui gen de inducție; propozițiile  $1/1 - 4/1$  sunt ilustrative în acest sens, dar plauzibilitatea lor foarte ridicată se bazează pe coroborarea generalizărilor enumerative cu o serie de legi științifice foarte solide, care explică rațiunea (cauzalitatea) pe care se întemeiază.

În inducția enumerativă (care se mai numește și «populară», deoarece se realizează spontan, în limitele simțului comun) concluziile prezintă o credibilitate redusă, datorită frecvenței unor erori de raționament, între care cele mai frecvente sunt *generalizarea pripită* și confuzia între simpla succesiune a unor fenomene cu o relație cauzală.

- În gândirea vieții cotidiene se întâlnesc la tot pasul raționamente inductive de genul: „Eu nu am văzut până acum copii cărora să le placă învățătura, așa că toți copiii sunt stresați de școală“ sau „N-am întâlnit arbitru corect și fotbalist cult, așa că toți arbitrii sunt niște hoți și toți fotbalistii niște ignoranți“ sau – cum din păcate gândesc mulți occidentali – „N-am văzut străin cu pașaport românesc care să nu fie un țigan hoț, așa că toți românii sunt niște țigani și niște hoți“.

- Gândirea comună se mulțumește cu aproximații practic utile, câteodată, însă logic inconsistente, întărindu-și erorile și prejudecățile cu dictonul potrivit căruia «*excepția întărește regula*». Contrar raționalității logice, în care o singură excepție este suficientă pentru a anula o regulă *cu regulă*, transformând-o dintr-o propoziție universală într-una particulară, simțul comun se mulțumește cu majorități vagi, ignorând în mod deliberat cazurile – mai puțin numeroase – care, într-o simplă enumerare, nu se înscriu în seria de repetiții constatate. Astfel încât, dacă se poate arăta că băiețelul X sau fetița Y învață cu plăcere, se va răspunde: „Astea sunt excepții, domnule – *«cu o floare nu se face primăvară»*; în rest, îți spun eu, copiii *normali* fug de școală ca dracul de tămâie“. Cea mai mare parte a proverbelor și zicătorilor în care se condensează înțelepciunea populară suferă de acest viciu al generalizării pripite, care acceptă și trece cu vederea excepțiile, considerând că puținătatea lor nu infirmă, ci consolidează generalizările empirice. Pe această schemă de generalizare pripită se articulează, în mod premeditat sau nu, multe dintre tezele pentru care pledează unii politicieni sau ziariști (să nu comitem noi înșine eroarea de care vorbim!), atunci când, semnalând un număr limitat și nu totdeauna reprezentativ de cazuri singulare sau particulare, se vorbește în numele «întregului popor» sau al «maselor largi», avansându-se în mod propagandistic și sofistic afirmații despre „toți tinerii“, „toți intelectualii“, „toți pensionarii“, „toți creștinii ortodocși“ etc.
- Uneori se generalizează chiar de la un singur caz cunoscut, ridicându-se imediat singularul la universal – precum se întâmplă în exemple de genul: „Calul lui Costică bea bere și țuică, deci caii sunt amatori de băuturi spirtoase“ sau „Am condus eu o singură dată o Dacie care mergea execrabil, deci toate Daciile sunt mașini foarte proaste“ sau „Am cunoscut un profesor care m-a înnebunit toată seara cu niște aiureli despre extraterestri; îți spun eu, profesorii ăștia nu sunt întregi la minte“. Toate aceste exemple sunt de tipul «*Cine s-a fript o dată cu ciorbă, suflă și-n iaurt*». În alte cazuri, se trece de la un comportament singular la o caracterizare generală a unui individ: „Am discutat și eu o dată cu el despre cotațiile la bursă și mi-a explicat niște lucruri pe care nu le știam; e un om foarte inteligent“ sau „Vecinul X l-a ajutat pe Y să-și care mobila în apartament; e un om foarte săritor“. Prototipul acestor generalizări amplificatoare îl dă proverbul «*Cine fură azi un ou, mâine va fura un bou*».
- În anumite cazuri, inducția enumerativă poartă limitele stadiului cunoașterii la un moment dat. Așa stau lucrurile în clasicul caz al generalizării „Toate lebedele sunt albe“ (câtă vreme europenii nu întâlniseră lebede negre) sau în ceea ce privește afirmații precum

„Toate metalele sunt mai grele decât apa“ (nu se știa că există și metale mai ușoare) sau „Toate metalele sunt solide“ (neștiindu-se că mercurul, deși lichid, este un metal).

Aceste slăbiciuni ale inducției «populare» pot fi eliminate sau măcar atenuate prin respectarea anumitor reguli și principii, utilizate sistematic în cercetarea științifică.

## 5.5. Inducția științifică. Metode de cercetare inductivă

Prudentă, riguroasă, metodică – inducția științifică nu se mulțumește cu simpla repetare întâmplătoare, ci caută să determine dacă aspectele repetabile constatate au sau nu un caracter necesar. În acest scop, cercetarea științifică recurge la *observații sistematice* (utilizând o aparatură tehnică din ce în ce mai sofisticată), la *experiment* (provocarea controlată a unui fenomen, în condiții prestabilite) și la modelare teoretică, ceea ce conferă inducțiilor științifice un grad sporit de probabilitate. Superioritatea demersului științific față de cunoașterea comună se explică, așadar, prin utilizarea unor metode precise de cercetare inductivă și, pe de altă parte, întrucât concluziile întemeiate inductiv nu sunt ușor acceptate drept certitudini, ci sunt luate ca ipoteze supuse verificării.

Metodele de cercetare inductivă se bazează pe așa-numitele «canoane ale inducției», a căror investigație este inițiată de către Francis Bacon (1561 – 1626), primind formulările clasice în scrierile lui John Stuart Mill (1806 – 1873).

În lucrarea sa *Novum Organum* – «Noul Organon» al științelor experimentale ale naturii, opus anticului *Organon* aristotelic, transformat de scolastica medievală într-un instrument al speculațiilor dogmatice și *a priori*, Bacon expune pentru prima oară un canon al inferențelor inductive sistematice, menite să depășească naivitatea inducției populare, pe care el o numește «*res puerilis*», căci „acest fel de inducție, care procedează prin simplă enumerare, nu e decât o metodă bună pentru copii, o metodă care duce numai la concluzii slabe și care este expusă primejdiei îndată ce se prezintă primul fapt contradictoriu”.<sup>1</sup> Intenția lui Bacon este aceea de a face ca știința să progreseze de la observarea faptelor individuale, prin generalizări prudente și treptate, până la enunțuri universale, care să exprime cât mai fidel «natura» generală și specifică a unei categorii de fenomene. Această cercetare a *esenței* fenomenelor poate avansa pe un teren sigur dacă se înscriu observațiile – prin care, după Bacon, se poate citi „cartea Naturii” – în trei tipuri de tabele:

<sup>1</sup> Francis Bacon, *Noul Organon*, București, 1957, p. 85

- În tabela prezenței (*tabula presentiae*) se trec toate cazurile de lucruri, fenomene și procese în care proprietatea sau «esența» căutată se regăsește. Cercetând „natura caldului“, Bacon notează 27 de cazuri care concordă prin faptul că au proprietatea căldurii (razele soarelui, îndeosebi vara și la amiază, lumina solară reflectată de suprafața unei oglinzi sau condensată printr-o lentilă, meteoriții incandescenti etc.).
- În tabela absenței (*tabula absentiae*) se trec toate cazurile de lucruri, fenomene și procese în care ne-am aștepta să fie prezentă proprietatea cercetată și în care, totuși, aceasta lipsește. Astfel, căldura este absentă din lumina împrăștiată de Lună, stele sau comete, deși primim și de la aceste corpuri cerești raze luminoase.
- În sfârșit, tabela gradației (*tabula graduum*) cuprinde toate cazurile observate în care proprietatea studiată suferă anumite variații de grad și intensitate, în anumite condiții repetabile. De exemplu, în corpurile solide inerte nu găsim, de regulă, o căldură proprie, generată de corpurile respective; în anumite substanțe există o căldură virtuală, care se poate degaja prin ardere (sulful, petrolul); alte corpuri păstrează mai mult timp decât altele căldura primită din afară (bălegarul).

Odată întocmite aceste tabele, urmează „să găsim o astfel de însușire care este totdeauna prezentă sau absentă o dată cu însușirea dată și totdeauna crește sau descrește cu ea“.<sup>2</sup> În acest fel, Bacon ajunge la concluzia că fenomenul căldurii este o mișcare de extindere, împiedicată și răspândită în părțile mai mici ale corpurilor. El formulează trei reguli în ceea ce privește relațiile dintre fenomenul A și natura lui B:

1. Dacă A este prezent, B este prezent.
2. Dacă A este absent, B este absent.
3. Dacă A crește (descrește), B crește (descrește).

În exemplul cercetării sale, căldura se află în astfel de raporturi cu mișcarea.

Reluând cercetările lui Bacon într-un stadiu mult mai avansat al științelor naturale, în lucrarea sa *A System of Logic* (1843) John Stuart Mill perfecționează considerabil canonul inducției, ținând nu atât determinarea «naturii» sau «esenței» fenomenelor – o reminiscență a gândirii aristotelico-scolastice, de care Bacon nu s-a putut elibera pe deplin, ci mai ales *cauzele* obiective, a căror cunoaștere permite explicarea științifică, prin legi generale, a fenomenelor empirice observabile.

---

<sup>2</sup> *ibidem*, p. 132

Fundamentală în gândirea științifică modernă, *cauzalitatea* este o relație între două fenomene A și B, astfel încât A face să se producă existența lui B. Fenomenul A se numește „cauză“, iar B – „efect“. Astfel, încălzirea metalelor determină (provoacă) dilatarea lor, deci încălzirea metalelor este cauza dilatării lor. Știința modernă are la bază *principiul cauzalității*: «Nimic nu există fără o cauză – orice fenomen se produce ca efect al unei cauze, generând, la rândul său, efecte». Operând cu idealizări ale fenomenelor reale, teoria științifică definește un concept pur de cauzalitate, în care sunt eliminați (se face abstracție de) factorii neesențiali și accidentali, postulându-se principiul echivalenței cauzei cu efectul. Gheorghe Enescu detaliază consecințele acestui principiu astfel:

- „a) ori de câte ori apare cauza apare și efectul; dispare cauza, dispare și efectul;
- b) în orice circumstanță apare cauza, apare și efectul (independența cauzei de circumstanță);
- c) dacă se schimbă cantitativ cauza, se schimbă cantitativ efectul;
- d) dacă diferă efectele, diferă cauzele, fiecărui efect îi corespunde o cauză unică;
- e) la efecte asemănătoare corespund cauze asemănătoare.“<sup>3</sup>

În realitate, fenomenele concrete sunt produse de acțiunea conjugată a unei pluralități de cauze, ce acționează într-un ansamblu de condiții sau de circumstanțe variabile. Încălzirea este cauza dilatării metalelor, dar fenomenul dilatării depinde, în datele efective ale producerii sale, de structura atomică și moleculară a fiecărui metal, de puritatea substanței, de presiune, de particularități ale mediului în care se produce dilatarea prin încălzire ș. a. Conceptul ideal al cauzalității pur teoretice este formulat, în orice știință deterministă, într-o propoziție universală, care exprimă o *lege științifică* (în speță: „încălzirea provoacă dilatarea metalelor“), dar această lege se realizează în cazuri (situații, fenomene) individuale, numite *instanțe*, influențate totdeauna de un complex de circumstanțe (condiții) specifice.<sup>4</sup>

În cercetarea cauzelor și formularea legilor cauzale, John Stuart Mill enunță următoarele patru metode de inferență inductivă incompletă:

### 5.5.1. Metoda concordanței

Ne punem, de pildă, întrebarea: care este cauza faptului că oscilațiile unui pendul au aceeași perioadă? Vom construi câteva pendule din materiale diferite (lemn, metal, plastic, carton etc.) și de forme diferite (regulate – sferice, cubice, piramidale etc. și neregulate), astfel încât obținem un pendul din materialul A și

<sup>3</sup> Gheorghe Enescu, *Tratat de logică*, Lider, București, (f. a.), p. 166

<sup>4</sup> Pentru o analiză mai detaliată a cauzalității, vezi Gheorghe Enescu, *Filosofie și logică*, Editura Științifică, București, 1973



forma X, un altul din materialul B și de forma Y, al treilea din materialul C și de forma Z etc. Dacă în toate cazurile un singur parametru rămâne neschimbat, și anume lungimea pendulului, se constată că aceeași lungime determină egalitatea perioadelor. De aici conchidem că fenomenul cercetat se explică printr-o relație cauzală universală: perioada oscilațiilor unui pendul este determinată (numai) de lungimea pendulului.

Tot astfel, dacă studiem nefericitul și oribilul fenomen al pedofiliei, care ia, în ultimul timp, o alarmantă amploare, se constată că în toate cazurile pedofiliei – oricât de diferiți ca vârstă, mediu socio-profesional și rezidențial, situație economică ș.a.m.d. – au fost, la rândul lor, abuzați sexual în copilărie de către persoane din familie sau de către copii mai mari și adolescenți din casele de copii, orfelinate, școli de reeducare pentru minori etc. Se poate trage de aici concluzia că principala (dacă nu singura) cauză a pedofiliei este un traumatism infantil provocat de abuzul sexual la care a fost supus cândva pedofilul însuși.

Metoda concordanței se bazează pe însușirea relației cauzale ideale sau teoretice că dacă este prezentă cauza, atunci se produce neapărat și efectul. Ea se conformează unui principiu pe care Mill îl formulează astfel: „Dacă două sau mai multe cazuri în care se produce fenomenul investigației au o singură circumstanță comună, acea unică circumstanță prin care toate cazurile concordă este cauza (sau efectul) fenomenului dat”.<sup>5</sup> În expresia lui Jevons, „singurul antecedent invariabil al unui fenomen este probabil cauza lui”.

Dacă notăm cu *a* fenomenul investigat și cu K, L, M, ... diferitele caracteristici constatabile empiric în producerile succesive ale fenomenului *a*, putem schița *mecanismul inferențial* astfel:

K, L, M .....*a*

K, M, N .....*a*

M, N, P .....*a*

L, M, N .....*a*

K, M, P .....*a*

---

M este cauza (efectul) lui *a*

Exemplul invocat de Mill în ilustrarea metodei concordanței este descoperirea faptului că diferitele substanțe dobândesc o structură cristalină în procesul trecerii lor de la starea lichidă la cea solidă – deci cauza cristalizării este modificarea stării de agregare.

Sir David Brewster a descoperit prin aceeași metodă cauza culorii irizate a scoicilor purtătoare de perle: luând amprente ale suprafețelor acestor scoici în substanțe diferite – ceară și metal – a obținut același efect, dovedind astfel că fenomenul se explică nu prin anumite particularități chimice ale cochiliei, ci prin profilul suprafeței sale.

<sup>5</sup> apud Antony Flew (editor), *Dicționar de filozofie și logică*, trad. rom. Dragan Stoianovici, Humanitas, București, 1996, p. 228

Fertilă ca sursă de ipoteze și direcții de cercetare, această metodă are limite considerabile și se confruntă cu câteva dificultăți de principiu.

1) În primul rând, metoda concordanței nu este un test relevant al cauzei eficiente, deoarece un fenomen poate fi (și este, cel mai adesea) rezultatul unei pluralități de cauze. Marea dificultate în aplicarea metodei concordanței rezidă în posibilitatea redusă de a izola acea unică trăsătură comună – presupusa cauză a fenomenului investigat. Uneori trăsătura comună evidențiată nu este cauza, ci o condiție necesară pentru producerea fenomenului; de exemplu, menținerea oului de găină timp de 21 de zile la temperatura de 36° C este condiția, dar nu cauza apariției puilor.

În legătură cu dificultățile metodei concordanței, este celebră anecdota pusă în circulație de Chesterton și Hilaire Belloc: bând coniac și apă, cei doi s-au îmbătat; același lucru s-a întâmplat și atunci când au băut scotch cu apă, gin cu apă, vodcă cu apă etc.; potrivit metodei în discuție, ar reieși că apa este cauza beției!

2) Pe de altă parte, metoda concordanței presupune antecedența cauzei față de efect; există, însă, și situații în care fenomenele despre care se poate presupune că sunt interconectate ne apar ca simultane, nu succesive. Sărăcia se asociază în mod frecvent cu ignoranța, alcoolismul și delincvența. Metoda concordanței nu ne semnalează întotdeauna care este, între acești factori, cauza și care sunt efectele. Se pot imagina și chiar se întâlnesc efectiv situații în care lipsa de educație stă la originea consumului de alcool, care generează infracționalitatea (nu neapărat și sărăcia, din păcate!); alteori, dimpotrivă, sărăcia împiedică educația și duce la dependența de alcool și la sărăcie etc.

3) În sfârșit, metoda concordanței nu ne ferește de comiterea unei erori numite în latinește *post hoc, ergo propter hoc*, „după aceea, deci din acea cauză”: eroarea constă în a lua simpla succesiune drept o relație cauzală. Ziua urmează întotdeauna după noapte, însă noaptea nu este cauza care dă naștere zilei; înainte de producerea unui cutremur major, șobolanii ies din ascunzătorile lor și animalele se agită, dar panica lor nu este cauza cutremurului, ci numai un semnal care poate fi un indiciu de avertizare.

### 5.5.2. Metoda diferenței

Dacă un clopoțel se agită într-un recipient în care se găsește aer, se aude clinchetul clopoțelului; dacă același clopoțel se agită într-un recipient vidat, din care s-a scos aerul, sunetul nu se mai aude. Putem extrage concluzia că există o legătură cauzală sau, în orice caz, esențială între propagarea sunetului și existența unui mediu elastic (în speță aerul) în care se propagă undele acustice.

În lumina unor observații curente, se știe că diferite corpuri, care se deosebesc între ele în ceea ce privește masa și greutatea specifică, lăsate libere cad spre centrul Pământului cu viteze variabile: de la aceeași înălțime, o ghiulea de plumb cade mult mai repede pe Pământ decât un fulg sau o frunză. Atunci când căderea liberă se produce în vid, se observă că toate corpurile cad cu aceeași

viteză. Din aceste observații – dintre care ultima nu se poate realiza decât în condiții experimentale, de laborator – se desprinde o singură concluzie: cauza căderii corpurilor cu viteze diferite este rezistența aerului, care frânează mai mult sau mai puțin accelerația gravitațională.

Așadar, metoda diferenței nu urmărește să descopere un factor invariant, prezent ori de câte ori se produce un fenomen, ci caută să depisteze un factor care este prezent în orice producere a fenomenului și absent ori de câte ori fenomenul nu se produce. În formularea lui Mill, principiul acestei metode afirmă că „dacă un caz în care fenomenul se produce și un caz în care el nu se produce au în comun toate circumstanțele în afară de una, [aceea circumstanță] este efectul, sau cauza, sau o parte indispensabilă a cauzei”.<sup>6</sup> *Schema inferențială* s-ar putea formula astfel:

$$\begin{array}{r} K, L, M \dots\dots\dots a \\ - , L, M \dots\dots\dots a \\ \hline K \text{ este cauza (efectul) lui } a \end{array}$$

Galenus, celebrul medic al Antichității, a observat că pulsul unui paciente creștea brusc numai atunci când se discuta despre un faimos actor, de unde a inferat pasiunea onorabilei patriciene față de cuceritorul slujitor al Thaliei. Un alt exemplu de aplicare reușită a metodei diferenței: în timpul războiului hispano-american a izbucnit în rândurile trupelor americane o epidemie de friguri galbene; se bănuia că boala ar putea să fie provocată fie prin contactul cu alți bolnavi, fie de mușcătura țânțarului anofel. Experimentul a decis: câțiva militari au stat închiși într-o cameră ticsită cu haine și obiecte ale unor bolnavi, iar un alt grup a fost închis într-o încăpere plină de țânțari; cei din prima grupă au rămas sănătoși, ceilalți s-au îmbolnăvit – prin urmare, transmiterea frigurilor are drept cauză mușcătura țânțarului anofel.

Și această metodă este o sursă fertilă de ipoteze, dar trebuie coroborată cu metoda concordanței pentru eliminarea factorilor necauzali, care pot pune cercetarea pe o pistă falsă. Și diferența este practic greu de stabilit, evidențiindu-se că toți factorii sunt comuni, în afară de unul singur și acela precis identificabil.

Un grad sporit de plauzibilitate revine formulărilor negative: nimic nu poate fi cauza unui fenomen dacă fenomenul nu se produce atunci când apare presupusa lui cauză (dar nici în acest caz nu putem avea de la început o certitudine, deoarece neapăriția fenomenului – efect se poate datora absenței unor condiții necesare ale relației cauzale).

### 5.5.3. Metoda variațiilor concomitente

Legea după care încălzirea provoacă dilatarea metalelor a fost descoperită prin această metodă, care a pus în evidență faptul că ori de câte ori se produce o

<sup>6</sup> *idem*

creștere sau descreștere măsurabilă a temperaturii, dimensiunile unor bare de metalice (indiferent despre care metal ar fi vorba) se dilată ori se contractă. Tot prin observație s-a stabilit că schimbarea stării de agregare a apei se produce ori de câte ori sunt atinse și depășite anumite praguri critice de temperatură: sub  $-4^{\circ}\text{C}$  apa îngheață, peste  $100^{\circ}\text{C}$  apa fierbe, transformându-se în vapori.

În termenii folosiți de către Mill, metoda variațiilor concomitente se bazează pe următorul principiu: „Un fenomen care variază într-un fel oarecare ori de câte ori un alt fenomen variază într-un anumit mod este fie o cauză fie un efect al celui fenomen, fie este legat cu acesta printr-un fapt de cauzare”.<sup>7</sup> Schematic, procedura se prezintă astfel:

K, L, M <sub>0</sub> , N, P .....	a <sub>0</sub>
K, L, M <sub>1</sub> , N, P .....	a <sub>1</sub>
K, L, M <sub>n</sub> , N, P .....	a <sub>n</sub>
<hr/>	
M este cauza (efectul) lui a	

Prin această metodă s-au formulat o serie de ipoteze fertile, confirmate ulterior, oferind explicații unor fenomene precum: frecarea tinde să frâneze mișcarea corpurilor; furtunile magnetice sunt corelate cu exploziile solare, perturbând comunicațiile electro-magnetice (radio, TV); fumatul este un factor favorizant al cancerului pulmonar etc.

Și această metodă are limitele ei; variația concomitentă nu ne arată neapărat o legătură cauzală necesară – poate fi vorba și despre o simplă coincidență. Metoda nu evidențiază fără greș factorii esențiali; de exemplu, incidența sporită a cancerului pulmonar poate fi pusă în relație și cu sporirea numărului de persoane în vârstă, datorită unor factori cu totul independenți de fumat etc. Același lucru se poate spune și despre aparenta corelație între consumul exagerat de alcool și incidența cirozei. Observațiile arată că există o legătură cauzală între creșterea criminalității și accentuarea sărăciei – dar la creșterea numărului de infracțiuni pot contribui și alți factori, precum incapacitatea operațională sau / și corupția poliției și a sistemului judiciar, atenuarea credinței religioase etc.

#### 5.5.4. Metoda resturilor

Această metodă se poate aplica numai atunci când fenomenul studiat face parte dintr-un complex cauzal și unele relații din acest complex sunt deja cunoscute. Mill propune următorul principiu: „Scăzând dintr-un fenomen acea parte despre care am aflat prin inducții anterioare că este efectul anumitor antecedente, ceea ce rămâne din fenomen este efectul restului antecedentelor”.<sup>8</sup>

<sup>7</sup> *idem*

<sup>8</sup> *idem*

Schematic, inferența se produce astfel:

K, L, M, N, P ..... *a, b, c, d, e*

K este cauza lui *b*

L ..... *c*

N ..... *d*

P ..... *e*

---

M este cauza lui *a*

Exemplul clasic al aplicării cu succes a metodei resturilor este descoperirea prin calcul matematic de către astronomul Le Verrier a planetei Neptun (1845). Mișcarea pe orbită a planetei Uranus (ultima planetă din sistemul solar observabilă cu instrumentele optice ale epocii) prezenta anumite abateri față de evoluția calculată în funcție de atracția Soarelui și a celorlalte planete observabile. Le Verrier a presupus că abaterile se datorează atracției exercitate de către un alt corp ceresc, situat pe o orbită exterioară orbitei lui Uranus și a pus în acord observațiile și calculul, determinând masa și ecuația de mișcare a planetei ipotetice. Utilizând apoi un telescop mai puternic, germanul Galle a confirmat calculele matematice ale lui Le Verrier, identificând prin observație planeta Neptun (1846).

Gheorghe Enescu argumentează convingător ideea că, în acest caz, avem de-a face numai aparent cu o inferență inductivă, în care se aplică metoda resturilor. În realitate avem de-a face cu o deducție: fiind stabilită anterior legea universală potrivit căreia perturbațiile ce apar în mișcarea pe orbită a planetelor se datorează atracției exercitate de alte planete, Le Verrier a dedus că acest adevăr universal se aplică și în cazul planetei Uranus, calculând matematic (deci fără nici o legătură cu observația fenomenelor) parametrii unei planete ipotetice, a cărei forță de atracție, corelată cu atracția planetelor deja cunoscute, ar aduce orbita lui Uranus la parametrii constatați prin observații astronomice. Punctul de plecare al deducțiilor matematice ale lui Le Verrier l-a constituit o analogie: știindu-se că în alte cazuri perturbațiile orbitelor sunt produse de vecinătatea altor corpuri cerești, s-a presupus că același lucru se întâmplă și în cazul planetei Uranus.<sup>9</sup>

G. E Creighton a conceput un exemplu mai apropiat de ideea asociată de Mill cu metoda resturilor. Stau timp mai îndelungat într-o cameră luminată electric cu un număr de becuri având o anumită putere și observ că, după un anumit interval, temperatura camerei crește cu 3 °C; în același timp, într-o cameră alăturată, de aceeași dimensiuni și luminată cu o putere electrică egală, dar în care nu se mai află nimeni, temperatura crește cu numai 2°C. E foarte probabil că diferența de 1°C se explică prin căldura emanată de corpul meu. Aici se aplică, însă, mai degrabă, metoda diferențelor, prin care se constată că plusul de temperatură (efectul constat) se produce dacă apare o unică diferență între cele două camere: prezența corpului meu într-una din ele.

<sup>9</sup> Gheorghe Enescu, *op. cit.*, p. 181

Limita principală a metodei resturilor rezidă în faptul că ea se poate aplica numai complexelor cauzale, presupunând existența unor cunoștințe deja dobândite și confirmate, precum și o îmbinare a procedurilor inductive și a celor deductive.

### 5.5.5. Inducție, observație și experiment

Metodele inductive utilizate în cercetarea științifică în vederea stabilirii cu un grad sporit de probabilitate a unor conexiuni cauzale se bazează pe observație și experiment.

Trebuie să distingem **observația** științifică de cea întâmplătoare, datorată hazardului – deși este posibil ca și aceasta din urmă să fie o sursă fertilă de problematizare și de emiteră a unor ipoteze interesante. *Observația științifică* este o suită de percepări sistematice a producerii și a caracteristicilor unei clase de obiecte, fenomene sau procese, orientate de anumite ipoteze asupra mecanismelor legic cauzale, presupuse a sta la baza caracteristicilor supuse observației. Contrar credințelor naive, potrivit cărora savantul «privește» natura fără idei preconcepute, până ce șansa și inspirația îl fac să sesizeze dintr-o dată ceva frapant, care îi sugerează subit o «idee», în realitate cercetarea științifică pornește întotdeauna de la o ipoteză, adică de la o explicație cauzală conceptibilă și plauzibilă a unei clase de fenomene, iar observațiile sunt proiectate și focalizate asupra unor anumite aspecte anticipate a se produce în cazul în care ipoteza emisă ar fi corectă. Omul de știință nu caută să observe tot ceea ce se petrece în mod natural în producerea unui fenomen, ci este atent numai asupra anumitor parametri semnificativi din perspectiva ipotezelor sale asupra cauzelor și condițiilor care determină, prin acțiunea lor, fenomenul studiat.

Observația poate fi *simplică*, atunci când recurge numai la organele de simț, sau *amplificată*, dacă se utilizează aparate special construite pentru a spori și completa capacitățile noastre perceptive. De exemplu, microscopul optic permite perceperea unor obiecte infim de mici, inobservabile cu ochiul liber, după cum telescopul permite perceperea unor corpuri cerești aflate la mari distanțe, de asemenea inaccesibile privirii noastre. O serie întreagă de aparate sofisticate înregistrează vibrații, unde, emisii pe care simțurile noastre nu le percep câtuși de puțin și le «traduc» în semnale optice sau auditive ce sunt accesibile facultăților noastre perceptive.

Din alt punct de vedere, observația se poate orienta asupra unor fenomene care se produc de la sine, într-un cadru sau mediu neinfluențat de către observator – de pildă așa procedează biologii atunci când supun observației un ecosistem sau sociologii atunci când fac observații asupra unor fenomene sociale – sau poate viza producerea și evoluția unui proces realizat experimental, în condiții de laborator.

**Experimentul** este o suită de operații, provocate în mod deliberat în anumite condiții, care, prin transformarea obiectului studiat și a relațiilor sale cu alte «forțe» și «entități», permite observarea anumitor însușiri caracteristice. De regulă,

experimentul se produce în anumite condiții ideale, în care se elimină circumstanțele presupus accidentale și nerelevante din perspectiva ipotezelor ce stau la baza conceperii și realizării unui experiment. Astfel, în biologie și în medicină organismele sunt cercetate în anumite condiții de laborator, urmărindu-se rolul exercitat de anumite substanțe, alimente, fenomene mecanice, chimice etc. asupra metabolismului; în psihologie, subiecții investigați sunt plasați într-un anumit context pentru a li se observa modificările și reacțiile comportamentale, eliminându-se influențele perturbatoare ale unor factori neinteresanti pentru cercetător etc. Recurgerea la experimente amplifică în mod considerabil probabilitatea inferențelor inductive, apropiind-o de certitudinea *practică*. Aplicate în cercetarea experimentală, regulile metodologiei inductive se pot reformula astfel:

1. Dacă se provoacă producerea unui fenomen în diferite circumstanțe, astfel încât o singură proprietate este comună tuturor contextelor circumstanțiale, atunci acea caracteristică este cauza fenomenului.

2. Dacă, prin introducerea acțiunii unui anumit factor printre alți parametri observabili, se produce de fiecare dată un anumit efect, iar suprimând acțiunea acelui factor facem să dispară de fiecare dată respectivul efect, atunci acel factor este cauza fenomenului.

3. Dacă variația cantitativă, observabilă și măsurabilă, a unui anumit parametru sau factor se asociază întotdeauna cu variații corespundente ale unui anumit efect, atunci parametrul respectiv este cauza fenomenului.

4. Dacă se produc  $n$  circumstanțe din care rezultă  $n$  efecte și dacă pentru  $n - 1$  circumstanțe și  $n - 1$  efecte am constatat anterior o conexiune cauzală, atunci putem presupune că ultima circumstanță este cauza ultimului efect.

### 5.5.6. Trăsături comune metodelor inductive

Deși se individualizează prin caracteristici clar definite, metodele de cercetare inductivă posedă anumite trăsături generale comune.

a) Oricare dintre metodele menționate este o *inducție prin eliminare*; astfel:

- metoda concordanței elimină treptat împrejurările antecedente care nu apar de fiecare dată în producerea fenomenului investigat;
- în metoda diferenței se elimină împrejurările antecedente care apar în ambele situații, adică și atunci când se produce, și când nu se produce fenomenul studiat;
- în metoda variațiilor concomitente sunt eliminate antecedentele constante, precum și acelea a căror variație nu concordă cu variația fenomenului studiat;
- metoda resturilor se bazează pe eliminarea factorilor cunoscuți drept cauze ale unor fenomene corelate cu cel investigat.

b) Oricare metodă poate fi utilizată și în sens *negativ*, demonstrând că nici unul dintre factorii eliminați nu poate fi cauza fenomenului studiat, contribuind la înlăturarea ipotezelor și a explicațiilor false.

c) Fiecare metodă sporește gradul de probabilitate a adevărului concluziei, dar nici una nu conferă concluziei certitudine, rezultatele fiind în toate cazurile ipotetice și necesitând verificări riguroase; metoda concordanței se fundamentează explicit pe observație, pe când celelalte trei se bazează, în principal, pe experiment.

Este evident că aceste metode de cercetare inductivă nu sunt suficiente pentru a conduce automat la descoperiri semnificative; fantezia, imaginația, ingeniozitatea cercetătorului rămân factori de neînlocuit în producerea unor rezultate teoretice cât de cât valoroase. Aceste metode își asumă un rol mai modest decât acela de a garanta succesul investigației științifice, însă de loc neglijabil: controlul logic strict al fanteziei, astfel încât aceasta să nu se irosească pentru cauze dinainte pierdute, exercitându-se în teritorii nesigure, dar nu lipsite de șansele unor rezultate valabile.

### 5.5.7. Alte reguli și criterii de validitate ale inducției sistematice

Pe lângă aceste canoane ale inducției incomplete formulate de către Mill, în practica cercetării științifice s-au conturat și alte condiții a căror satisfacere asigură un spor de plauzibilitate a concluziilor extrase prin inferențe inductive, mai ales în domeniul științelor socio-umane.

Spre deosebire de inducția populară, în care factorul întâmplător joacă un rol decisiv, înregistrându-se apariția de la sine a unor fapte oarecare și a unor corelații, asemănări sau deosebiri neesențiale, inducția științifică procedează la o selecție cât mai riguroasă a cazurilor avute în vedere, precum și la o definire cât mai clară a factorilor (însușirilor) semnificative. Ceea ce se caută a se stabili prin inducție sistematică nu este doar un număr de cazuri – cât mai multe, dar nu importă care, ci acele cazuri care semnalează diferențe sau asemănări semnificative pentru fenomenul investigat.

1) O primă regulă de întărire a temeiurilor care susțin generalizări inductive amplificatoare solicită o *clasificare prealabilă*, după criterii cât mai semnificative a fenomenelor de investigat. Faptele nu sunt înregistrate la întâmplare, contând numai numărul lor, ci trebuie căutate cazurile care semnalează diferențe semnificative pentru cercetarea întreprinsă. Dacă studiem, de pildă, rata nupțialității și a divorțului într-o anumită țară și într-o perioadă suficient de relevantă, vom fi atenți la diferențele și concordanțele, precum și variațiile care apar în funcție de mediul rezidențial, categorii de vârstă și profesionale, grupuri etnice și regionale, nivelul de instrucție, starea economică etc. Dacă toate cazurile analizate din diferite clase satisfac conexiunea vizată, putem conchide că putem formula o concluzie generală adevărată cu o mare probabilitate. De exemplu, se



poate desprinde concluzia că nupțialitatea scade, respectiv rata divorțurilor crește în corelație cu anumiți factori, precum: deplasarea populației spre mediul urban, creșterea gradului de calificare profesională, instabilitatea și precaritatea situației economice a cuplurilor ș.a.m.d.

2) Dacă se pot dispune fenomenele investigate într-o anumită ordine, astfel încât să se distingă cu suficientă claritate *cazurile extreme*, și dacă extremele prezintă aceleași proprietăți și conexiuni cauzale ca și cazurile banale, medii, atunci crește probabilitatea ca toate cazurile să prezinte aceleași proprietăți și relații. De exemplu, dacă și oamenii total incuți și cei foarte instruiți au auzit de numele lui Gheorghe Hagi, atunci se poate presupune că probabil toată lumea îl cunoaște pe marele fotbalist; dacă și extrema dreaptă și extrema stângă sunt de acord în ceea ce privește apărarea integrității teritoriale a României sau în ceea ce privește integrarea europeană a țării noastre, se poate presupune cu destulă temei că toate orientările politice sunt de acord măcar în ceea ce privește aceste interese majore ale țării în momentul de față și în viitorul previzibil.

3) Probabilitatea unei concluzii întemeiate inductiv sporește în mod considerabil dacă se aplică *regula cazului cel mai puțin așteptat*: dacă se dovedește că și cazurile cele mai neașteptate satisfac o anumită proprietate, atunci *a fortiori* (cu atât mai mult) ceea ce este mai probabil să se întâmple prezintă proprietatea respectivă. Dacă, de exemplu, până și sfinții au vise erotice și gânduri necuvioase, atunci orice om este, măcar în ascunzișurile sufletului său și măcar din când în când, păcătos. Dacă și analfabeții cunosc valoarea nominală a banilor și pot face socoteli cu sume de bani, atunci orice om este apt de operații aritmetice elementare. Dacă și oamenii cei mai temerari (cascadori, parașutiști, exploratori, alpiști, militari din trupele speciale etc.) cunosc momente de teamă, atunci orice om este, cel puțin câteodată, fricos. Regula este deosebit de eficace atunci când aplicarea ei dă rezultate negative, obligându-ne să nuanțăm ori să renunțăm la anumite generalizări aparent foarte solide. De exemplu, am fi înclinați să presupunem că au șanse mai mari de a câștiga la pronostic oamenii pricepuți la fotbal și / sau la calcule probabiliste; de multe ori se întâmplă că acești oameni nu câștigă, ceea ce reușesc, din întâmplare, alți oameni care nu au habar despre sport și matematică.

4) Probabilitatea concluziilor întemeiate inductiv sporește și dacă se aplică *regula selecției aleatoare*: dacă toate cazurile alese la întâmplare din mulțimea fenomenelor studiate satisfac o anumită proprietate sau relație, atunci e foarte plauzibil că orice obiect din mulțimea care ne interesează are acea proprietate sau relație. Desigur, aplicarea acestei metode presupune a lua în considerație un număr semnificativ de cazuri – altminteri e foarte posibil să generalizăm pe baza unor coincidențe întâmplătoare; de asemenea, trebuie să ne asigurăm ca selecția aleatoare să se distribuie pe întreaga clasă de fenomene studiate și nu doar pe o secțiune a ei. Pe acest mecanism logic se bazează tehnicile de sondare a opiniei publice. Atingem aici o problemă dificilă, însă importantă din perspectiva logicii: ce raporturi se pot defini între calculele statistice și generalizările inductive?

## 5.6. Raționamente statistice și inferențe inductive

Raționamentele statistice sunt, la rândul lor, scheme inferențiale probabile, în care „cel puțin una din premise are caracter statistic, adică este o propoziție referitoare la frecvența distribuirii unor proprietăți în raport cu o clasă determinată. Vom spune că proprietatea este satisfăcută de  $m$  obiecte din  $n$ , unde  $m$  reprezintă numărul cazurilor favorabile, iar  $n$  numărul total al cazurilor din clasa dată”.<sup>10</sup> De exemplu, având în vedere mulțimea  $K$  a bolnavilor de cancer pulmonar din România, se poate stabili că din numărul total  $n$  al celor care suferă de această maladie,  $m$  indivizi sunt fumători înrăiți, dependenți de intoxicația cu nicotină. Acest raport se exprimă, de regulă, procentual:  $K\%$ .

Clasa studiată poate primi diferite denumiri: «colectivitate», «populație», «lot», «masă» etc. Întrucât, de foarte multe ori, se cer investigate mulțimi cu un număr foarte mare de elemente, calculele statistice se efectuează asupra unei subclase cât mai reprezentative pentru întreaga «populație» sau «colectivitate», subclasă numită, cel mai adesea, «eșantion» sau «probă». Această subclasă supusă investigației își propune să fie o proiecție sau imagine tipică a întregii mulțimi de fenomene avute în vedere. Această imagine trebuie să aibă calitativ și cantitativ un grad de omogenitate cât mai apropiat de cel al colectivității, astfel încât eșantionul să fie reprezentativ, redând cât mai fidel structura populației și proporțiile dintre diferitele categorii din cadrul acesteia. După definirea criteriilor de eșantionare, selecția indivizilor care intră în subclasa de probă se face la întâmplare. Cu cât eșantionul reprezintă mai bine colectivitatea, cu atât concluziile valabile la scara eșantionului se pot extinde cu sporită probabilitate la scara întregii populații.

Tehnicile de investigare statistică dețin un rol foarte important în metodologia științelor socio-umane, printre care sociologia, psihologia socială, demografia etc. Între calculul statistic și inferențele inductive există o înrudită importantă: în ambele tipuri de raționamente se întemeiază concluzii probabile. Există însă și deosebiri importante între sensul probabilității în statistică și probabilitatea inferențelor inductive care conduc la generalizări ale cazurilor particulare.

Condiționat de legea numerelor mari și de rigoarea eșantionării corecte, calculul statistic determină raporturi cantitative de distribuție a unor proprietăți la nivelul unor mase (mulțimi) de fenomene, luate *global*, oferind de fiecare dată o estimare *precisă* a probabilității, exprimată în procente. De exemplu, să spunem că într-o țară cu o populație de 10 milioane de locuitori, 2% dintre aceștia mor prematur de cancer pulmonar – ceea ce dă o probabilitate redusă de îmbolnăvire la nivelul întregii populații, fără să ofere, însă, nici o certitudine în ceea ce privește șansele de îmbolnăvire ale fiecărui individ în parte. Cu alte cuvinte, nimeni nu poate conta în proporție de 98% pe faptul că el însuși, ca persoană singulară, nu este amenințat de boală. Pe de altă parte, calculul statistic arată că, dintre cei 2% din populație care mor de cancer pulmonar, 70% (să spunem) sunt fumători și că, pe măsură ce numărul anilor de fumat și al țigărilor consumate zilnic sporește, crește și procentul celor

<sup>10</sup> *ibidem*, p. 192

răpuși prematur de această boală. Rezultă de aici o foarte mare probabilitate a unei conexiuni directe între fumat și cancerul pulmonar, din care un individ oarecare poate să extragă cu temei un avertisment în ceea ce privește riscurile la care se expune fumând, dar nu și posibilitatea de a măsura pe propria persoană coeficientul de risc, care diferă considerabil de la un individ la altul.

Tot astfel, dacă durata medie de viață într-o țară *X* este, să spunem, de 68 de ani, acest fapt este semnificativ raportat la nivelul întregii populații. Presupunând că există alte țări, în care durata medie de viață este de 75 sau 79 de ani, se poate aprecia, aproape fără dubii, că nivelul general de dezvoltare al țării *X* (în ceea ce privește condițiile materiale de viață, de muncă, alimentație, igienă, asistență medicală și socială etc.) este inferior nivelului atins de acele țări în care oamenii trăiesc în medie mai mult. De asemenea, dacă în decursul ultimilor 50 de ani durata medie de viață din țara *X* a scăzut, să zicem, de la 74 la 68 de ani (fără să fi avut loc în acest interval războaie, cataclisme naturale sau epidemii devastatoare) se poate afirma cu deplin temei că nivelul general de civilizație din țara *X* a scăzut dramatic în secolul respectiv. Semnificative la nivelul *global* al întregii populații, datele statistice nu au câtuși de puțin aceeași relevanță în raport cu individul. Nimeni din țara *X* nu-și poate face proiecte contând pe 68 de ani de viață, deoarece această cifră este o medie stabilită la nivelul a zece milioane de locuitori, fiind foarte posibil ca nici unul dintre membrii acestei populații să nu se stingă exact la această vârstă; majoritatea mor la vârste apropiate de medie, existând însă numeroase cazuri de indivizi care mor în primul an de viață, în plină tinerețe sau la o bătrânețe foarte avansată, de peste un secol. Iar dacă media de viață într-o țară *Y* este cu zece ani mai mare decât aceea din țara *X*, aceasta nu înseamnă câtuși de puțin că *oricare* individ din *Y* trăiește cu zece ani mai mult decât *oricare* individ din *X*.

Așadar, în statistică nu ne interesează fiecare obiect sau element al clasei, ci subiectul cercetat este însăși clasa de fenomene. Aplicarea metodelor statistice presupune două condiții: (i) obiectul investigat trebuie să poată fi divizat în părți sau elemente; (ii) concluzia căutată este imposibil de descoperit direct, ca atare, prin studierea unui singur element luat izolat. Altfel spus, metodele statistice scot la iveală, cu probabilități precis determinate (întrucât sunt de ordin pur cantitativ) proprietăți *emergente*, care aparțin întregului sau mulțimii totale de fenomene, fără să aparțină ca atare și în egală măsură fiecărui element individual în parte.

Inferențele inductive urmăresc altceva decât calculele statistice: nu măsura cantitativă a posibilului, raportat la o mulțime globală de elemente, ci enunțuri *universale*, care afirmă că fiecare element dintr-o mulțime, fără excepție, posedă o anumită proprietate. Probabilitatea acestor enunțuri decurge din faptul că ne asumăm riscul de a spune despre «*toți x*» ceea ce nu știm cu siguranță decât despre «*unii x*» – existând totdeauna posibilitatea unor cazuri, încă neinspectate, care să ne contrazică afirmația universală. Această probabilitate poate fi apreciată ca fiind mai mică sau mai mare, însă estimările nu sunt niciodată precis măsurabile și exprimabile în procente, ci au un caracter vag, aproximativ, înscriindu-se pe o scală în care distingem – fără delimitări exacte – generalizări «*practic* cu totul improbabile» sau

«*practic imposibile*», «puțin probabile», «cu o oarecare probabilitate», «destul de probabile», «cu o mare probabilitate» și, la limită, «*practic certe*». Până la descoperirea lebedelor negre, era crezută afirmația că «*toate lebedele sunt albe*» deoarece nici un european nu văzuse, niciodată, măcar o singură lebdă neagră. Apariția excepțiilor nu s-a soldat cu o scădere a probabilității culorii albe de la 100% la, să spunem, 90% ci cu dovedirea falsității unei propoziții universale și cu înlocuirea ei de către o propoziție particulară, de forma «*unele lebede sunt albe*», chiar dacă putem indica vag o sporită incidență a culorii albe, spunând «*cele mai multe dintre lebede*», «*în majoritatea cazurilor*», «*de cele mai multe ori*», «*de regulă*» sau «*în mod obișnuit*» etc. lebedele sunt albe, ceea ce, din punctul de vedere al teoriei logice, nu schimbă absolut nimic.

Statistic putem stabili, prin sondaje de opinie, că 50% din electorat susține la momentul  $t$ , anterior alegerilor, un anumit partid politic  $P$ . Presupunând că estimarea este corectă la nivelul întregii populații cu drept de vot, ea nu ne permite să decidem numai prin calcul despre oricare individ ales la întâmplare din masa de alegători dacă face parte sau nu dintre susținătorii partidului respectiv. Dacă estimarea nu este corectă, numărătoarea voturilor va aduce o corecție măsurabilă – să zicem că numai 45% sau că 69% dintre alegători au votat în realitate partidul  $P$ .

În ceea ce privește inferențele inductive în sensul anterior definit, ele ne permit, de pildă, să afirmăm, cu mare probabilitate că «*orice român a auzit de Eminescu și știe măcar un vers din opera marelui nostru poet național*». Dacă afirmația este adevărată, ea ne permite să presupunem că oricare individ cu atributele definitorii ale unui român va confirma, fără excepție, ceea ce am spus. Apariția unui număr de contraexemple, oricât de puțin numeroase, nu corectează precizia afirmației, ci o anulează pur și simplu, obligându-ne să afirmăm o propoziție particulară în locul uneia universale.

*Generalizarea* în calculul statistic este o trecere de la o *parte* a mulțimii studiate la *întregul* mulțimii de fenomene studiate. Distribuțiile constatate pe un eșantion sunt extinse asupra întregii mulțimi din care s-a extras – mai mult sau mai puțin judicios – eșantionul avut în vedere. Dacă pe o parte a populației se constată că incidența unei caracteristici este de 35%, se presupune că la nivelul întregii populații procentul de incidență a caracteristicii respective va fi același, cu o marjă, la rândul ei calculabilă, de eroare. În inferențele inductive înaintarea se face de la *individual* spre *particular* și *universal*: dacă și numai dacă toate cazurile cercetate unul câte unul prezintă, fără excepție, o anumită proprietate, atunci se presupune că toate cazurile dintr-o mulțime definită au acea proprietate.

Sintetizând această deosebire esențială dintre raționamentele statistice și inferențele inductive, Gh. Enescu arată că „una este să spui «50% din cei cercetați sunt *pentru*» și alta e să spui «fiecare din cei cercetați este *pentru*». În primul caz, nu interesează dacă există sau nu cazuri care se neagă reciproc (« $x$  este *pentru*», « $y$  nu este *pentru*»); în inducție cercetarea se oprește la primul caz opus, concluzionând «nu toți»; inducția avansează numai dacă orice caz cercetat este favorabil concluziei generale.”<sup>11</sup>

<sup>11</sup> *ibidem*. p. 161

## 5.7. Analogia

Frecvent utilizată, atât de gândirea comună, cât și în cercetarea științifică, este inferența prin analogie. Este un raționament probabil bazat pe raporturi de asemănare. Schematic, putem defini *analogia* drept o comparare a cel puțin două obiecte care posedă anumite însușiri comune, inferând pe baza acestora că *orice* proprietate, care s-ar constata numai la unul dintre obiectele comparate, trebuie să aparțină și celuilalt. Fie obiectele comparate *a* și *b*, iar diferitele lor proprietăți *F*, *G*, *H* etc. *Schema inferențială* ar arăta astfel:

$$\begin{array}{c} Fa \wedge Ga \wedge Ha \\ Fb \wedge Gb \wedge Hb \\ \hline Ia \\ Ib \end{array}$$

Un exemplu intuitiv ar putea fi:

Tudor, George și Mihai sunt inteligenți, serioși,  
iubesc lectura și sunt foarte buni la matematică.

Tudor și George joacă șah.

(De presupus că) și Mihai joacă șah.

Gradul de probabilitate ca o concluzie întemeiată analogic să fie adevărată este, cel mai adesea, destul de scăzut. Gândirea comună comite adeseori eroarea de a considera concluziile analogice fie adevărate, fie de o probabilitate apropiată de certitudine. Gândirea științifică, mai prudentă, mai circumspectă, nu-și poate îngădui să acorde analogiei mai mult decât o valoare ipotetică, ce urmează a fi testată în fel și chip, apoi coroborată cu alte cunoștințe teoretice înainte de a se putea înscrie printre rezultatele confirmate ale cercetării.

Uneori, analogia poate fi *întâmplătoare*, nefiind rezultatul unor căutări orientate de anumite ipoteze. De exemplu, s-a observat că o anumită regiune din Australia prezintă asemănări frapante cu peisajul californian; știindu-se că în California existau zăcăminte aurifere, s-a presupus că s-ar putea găsi aur și în acea regiune australiană – presupunere ce s-a confirmat. Chiar dacă se realizează din întâmplare, inferența analogică reușită nu este un dar al norocului, ci presupune inspirația unui spirit înzestrat cu o anumită experiență și cu o mare capacitate de observație. Se spune că Galileo Galilei ar fi descoperit oscilațiile izocrone ale pendulului pornind de la observarea mișcărilor lustrei. Rămâne probabil exemplară legenda potrivit căreia Newton ar fi avut ideea gravitației universale observând în grădină căderea unui măr din pom; legenda spune că Newton s-ar fi întrebat subit de ce mărul, care este atât de mic și atât de ușor, cade pe suprafața Pământului, în vreme ce Luna, atât de mare și de grea prin comparație cu mărul, nu face același lucru? Căutând răspunsul la această aparent simplă întrebare, Newton ar fi înțeles

că satelitul planetei noastre se menține pe orbită deoarece forța de gravitație a Pământului este perfect egală cu impulsul care proiectează Luna pe o traiectorie rectilinie. (Pe lângă faptul că nu este adevărată, această anecdotă nu ne oferă un exemplu de gândire pur analogică; pornind de la o presupusă asemănare între măr și Lună, din care s-ar deduce că ambele corpuri ar trebui să se comporte identic în câmpul gravitațional al Pământului, se constată o deosebire, care necesită o explicație.) Mulți oameni au observat mișcarea oscilatorie a unor corpuri suspendate sau căderea liberă a unor corpuri, dar a fost nevoie de geniul unor savanți de talia lui Galileo sau Newton pentru conceperea unor ipoteze ulterior confirmate, care au devenit legi fundamentale în științele moderne.

Analogia *sistematică* presupune cercetarea unui obiect, proces sau fenomen în lumina unor ipoteze, care conduc la căutarea sau la construcția unui model (experimental, grafic, matematic etc.) al obiectului, pentru a-l studia pe baza acestuia. Cercetarea analogică se poate interesa fie de anumite *însușiri* comune, fie de anumite *relații* ale unor fenomene comparabile.

Un exemplu de raționament analogic bazat pe constatarea unor însușiri comune găsim la filosoful scoțian Thomas Reid (sec. al XVIII-lea): „Putem observa o foarte mare similitudine între Pământul pe care locuim noi și celelalte planete – Saturn, Jupiter, Marte, Venus și Mercur. Toate se rotesc în jurul Soarelui, ca și Pământul. Câteva din ele se știe că se rotesc în jurul propriei lor axe, ca și Pământul, ceea ce înseamnă că trebuie să aibă o succesiune asemănătoare a zilei și a nopții. Unele au luni (sateliți) care le furnizează lumina în absența Soarelui, așa cum ne furnizează nouă Luna noastră. Toate se supun, în mișcările lor, aceleiași legi a gravitației, ca și Pământul. Pornind de la toate aceste similitudini, nu este nerezonabil să ne gândim că aceste planete s-ar putea să fie, asemenea Pământului nostru, locuite de diverse genuri de ființe vii. Această concluzie prin analogie are oarecare probabilitate.” Analizând raționamentul lui Reid prin prisma cunoștințelor actuale, observăm că în analogia lui figurează unele elemente irelevante iar, pe de altă parte, sunt ignorate câteva disanalogii de importanță capitală, cum ar fi intervalele de temperatură, prezența atmosferei și compoziția chimică a acesteia etc.

Mai importante sunt, de regulă, analogiile bazate pe relații comune. Acestea pot fi interne (între părțile unui întreg) sau externe (între entități independente).

a) *Analogia structurală* se bazează pe faptul că două sisteme se aseamănă în privința unor corelații interne, de unde se extrage concluzia că și alte corelații sunt asemănătoare. Astfel, pornind de la analogia structurală între câmpul gravitațional și câmpul electric, Coulomb a ajuns la concluzia că și pentru câmpul electric trebuie să fie valabilă o lege asemănătoare cu legea newtoniană a gravitației. Tot astfel, pornind de la succesul teoriei acustice, care explică prin legi universale, confirmate experimental, propagarea sunetului ca vibrație a unui mediu elastic, fizicienii perioadei clasice au presupus că și fenomenele optice ar trebui să se bazeze pe același tip de explicație – lumina fiind, așadar, ca și sunetul, un fenomen exclusiv

ondulatoriu. Cum, însă, în spațiul interstelar nu există aer – motiv pentru care sunetul nu se propagă în vidul cosmic, s-a postulat existența unui mediu elastic invizibil, eterul – prin a cărui vibrație se propagă razele luminoase. Abia descoperirea efectului fotoelectric de către Einstein a eliminat falsa ipoteză a eterului, conducând la teoria actuală, potrivit căreia emisia și propagarea luminii este un fenomen paradoxal, corpuscular în anumite experimente și ondulatoriu în altele.

Analogia poate presupune că elementele din alcătuirea entităților comparate sunt de aceeași natură (de exemplu, analogia eronată între delfini și pești, corectată apoi de analogia corectă între delfini și celelalte specii de mamifere). Alteori, analogia este pur structurală, presupunând că asemănarea nu privește natura elementelor componente ale fenomenelor comparate, ci exclusiv schema de organizare, ansamblul relațiilor interne dintre componente de naturi diferite. Între semnele grafice înscrise pe o partitură și muzica interpretată fie la instrumente acustice, fie electronice nu există asemănări de ordin fizic, ci numai asemănări structurale. Tot astfel, creierul omenesc și calculatorul electronic nu sunt alcătuite din elemente de aceeași natură, dar prezintă numeroase analogii la nivelul schemelor de organizare. Tot pe o analogie structurală se bazează și modelul planetar al atomului, conceput de Rutherford.

b) *Analogia morfo-funcțională* ia în considerare atât proprietăți care țin de formă, cât și proprietăți funcționale corelate cu acestea. Antichitatea greco-romană stabilea o analogie explicită între societate și corpul omenesc, gândind că în ambele există o parte conducătoare (mintea, respectiv elitele), organe efectoare (membrile superioare și inferioare în organism, clasele sociale subordonate în societate), funcții și activități comune, precum producerea și consumarea hranei, circulația și prelucrarea informației, reproducerea, învățarea din experiență, lupta pentru supremație etc. Din astfel de asemănări analogice erau deduse și alte similitudini «invizibile», care justificau inegalitatea socială, subordonarea individului față de întregul social ș. a. În vremuri mai apropiate de noi, așa-numitul «darwinism social» presupune că, date fiind asemănările dintre specia umană și celelalte specii de viețuitoare – toate având o origine comună, viața socială se supune acelorași legi evoluționiste, nefiind altceva decât luptă pentru existență și selecție naturală a celor mai tari din punct de vedere biologic. În medicină și farmacologie se utilizează astăzi pe scară largă analogia dintre om și animale în testarea medicamentelor. Cobaii sau anumite specii de maimuțe inferioare se aseamănă cu omul sub aspect morfo-funcțional, de unde se presupune că dacă organismele acestor specii de animale reacționează într-un anumit mod la medicamentele testate, probabil și organismul uman va reacționa în același fel.

c) În cercetarea științifică se utilizează frecvent *analogia causală*: de la efecte asemănătoare la cauze asemănătoare sau, invers, de la cauze similare la efecte similare. Observându-se anumite simptome identice, se presupune în medicină că maladiile comparate au aceleași cauze; invers, se presupune că, administrând aceleași medicamente omului și unor animale înrudite morfo-funcțional cu omul, efectele curative vor fi aceleași. Și în istorie sau în teoria socială se fac numeroase analogii

între revoluții, restaurații, războaie, crize, personalități etc., presupunându-se că ceea ce s-a întâmplat o dată se repetă, mai mult sau mai puțin la fel.

Concluziile raționamentelor prin analogie sunt cu atât mai solide cu cât satisfac mai deplin o serie de *condiții*:

- proprietățile prin care se aseamănă obiectele comparate sunt mai *numeroase* decât acelea prin care se deosebesc;
- proprietățile comune sunt mai *importante* decât cele necomune, iar între însușirile comune și cea generalizată analogic există o relație esențială;
- plauzibilitatea concluziei sporește o dată cu *numărul obiectelor comparate*;
- de asemenea, concluzia este cu atât mai plauzibilă cu cât *adaosul analogic* este mai *redus*;
- *diferențele* dintre obiectele comparate sunt *mai puțin importante*, nefiind de natură să contrazică afirmația susținută analogic.

Ceea ce deosebește raționamentul prin analogie de inducția amplificatoare este faptul că, în cazul analogiei, concluzia nu este o propoziție generală, ci se trece de la un caz particular la altul. Ceea ce le apropie este însă mai esențial: premisele prezintă cazuri particulare, iar concluzia – întrucât extrapolează – nu decurge cu necesitate logică din premise, ci doar cu o probabilitate oarecare. De altfel, concluzia raționamentului analogic, deși se referă la un caz individual, este *potențial* generală, în sensul că am fi dispuși să o repetăm pentru *orice* alt caz individual suficient de asemănător cu termenul de comparație.

## 5.8. Verificarea ipotezelor

Spuneam în paragrafele anterioare că spiritul științific își interzice să ignore caracterul ipotetic al concluziilor întemeiate inductiv; neacceptând drept certitudini niște afirmații numai probabile sau plauzibile, cercetarea științifică se bazează pe o vastă metodologie prin care se testează valoarea de adevăr a diferitelor ipoteze.

### 5.8.1. Două sensuri ale termenului «ipoteză»

Termenul *ipoteză* are două sensuri principale: (i) enunț sau sistem de enunțuri utilizat ca fundament în demonstrații sau ca premise în inferențe deductive; (ii) enunț care trebuie testat prin consecințele sale pentru a-i fi verificată valoarea de adevăr.



Primul sens, adecvat deducției, exprimă faptul că pentru a demonstra analitic o propoziție trebuie ca propoziția respectivă să fie derivată prin scheme inferențiale valide dintr-un număr de propoziții acceptate anterior drept adevărate. Adevărul fundamentului sau ipotezei este o condiție a adevărului tezei care derivă analitic din ea. *Metoda ipotetico-categorică* de elaborare a teoriilor științifice are la bază acest prim sens al termenului «ipoteză».

În al doilea sens, prin ipoteză se înțelege nu numai o singură propoziție doar plauzibilă (deci concluzia singulară a unei inducții incomplete), ci un ansamblu de propoziții care, laolaltă, integrate într-un lanț de raționamente inductive și deductive, oferă o explicație posibilă unui fenomen încă insuficient cunoscut. Acesta este sensul pe care îl avem în vedere în cele ce urmează.

### 5.8.2. Condițiile ipotezei raționale

Ipoteza științifică nu este niciodată un enunț arbitrar, asumat fără nici un temei, din capriciu sau printr-o decizie gratuită. În gândirea științifică, emiterea de ipoteze se realizează întotdeauna pe fundalul unor teorii anterior verificate și acceptate, a căror considerare impune anumite criterii de raționalitate, în absența cărora ipoteza nu merită a fi luată în serios.

a) În primul rând, o ipoteză vrednică de luat în seamă trebuie să fie în sine consistentă, adică să nu conțină o contradicție logică. Ipoteza originii extraterestre a umanității, a culturii și civilizației, emisă în virtutea postulatului că spiritul sau conștiința nu pot să apară spontan prin evoluția unor procese pur naturale, oarbe și inconștiente, e de nesusținut atâta timp cât admite (tacit) că apariția formelor inteligente de viață s-a putut realiza, totuși, pe căi naturale, nu supranaturale, în alte constelații, pe alte planete. Ipoteza devine rezonabilă – deși cu probabilitate foarte redusă, dacă susține doar că evoluția biologică de pe planeta noastră s-a realizat potrivit unor legi și în anumite condiții care, prin ele însele, n-ar fi putut sau n-ar fi trebuit să conducă în mod legic la apariția vieții conștiente, proces datorat unei intervenții a unor ființe evolute venite din altă parte, care au modificat în mod deliberat cursul firesc al evoluției terestre.

b) În al doilea rând, o ipoteză rațională nu poate să contrazică în totalitate cunoștințele anterior verificate și stabilite cu mare probabilitate drept adevărate. Descoperirile revoluționare în istoria științelor provoacă temporar adevărate «scandaluri» teoretice, răvășind în aparență întregul corp de cunoștințe anterior consacrate drept adevărate de consensul comunității științifice. Aceste răsturnări revoluționare produse de confirmarea unor ipoteze îndrăznețe l-au făcut pe Thomas Kuhn să elaboreze o teorie epistemologică de largă notorietate, potrivit căreia revoluțiile științifice se consumă, după întregi perioade de «criză» într-un domeniu sau altul, ca schimbări radicale de «paradigmă»: întregul eșafodaj de categorii și de postulate ontologice, precum și ansamblul de metode și criterii de raționalitate în care se edifică teoriile științifice se restructurează. Fără îndoială, astfel de mutații radicale marchează etapele mari ale gândirii științifice, însă

discontinuitățile nu sunt niciodată atât de radicale, încât să fie anulate absolut toate cunoștințele anterior dobândite.

Un exemplu clasic se referă la mecanica relativistă a lui Einstein, care aparent modifică radical mecanica galileano-newtoniană. De fapt, teoria relativității nu contrazice principiile fizico-matematice ale mecanicii clasice, ci anulează sau modifică anumite postulate filosofice și anumite principii de metodă care alcătuiesc, cum ar spune Kuhn, «paradigma» fizicii moderne (aspecte privind natura spațiului, timpului și a mișcării, raportul dintre necesitate și hazard în producerea fenomenelor naturale, rolul predicției fenomenelor etc.). Mecanica lui Newton poate fi asimilată, din punct de vedere strict fizico-matematic, teoriei relativiste, ca un caz particular al acesteia, în care se descriu fenomene de deplasare în spațiu a unor macrocorpuri, cu viteze infim de mici în comparație cu valoarea vitezei luminii în vid.

S-a crezut, de asemenea, că geometriile non-euclidiene contrazic radical sistemul clasic euclidian; în realitate, nu se modifică principiile demonstrației geometrice, ci se modifică unele dintre postulatele lui Euclid, începând cu faimosul postulat al paralelelor, a cărui contrazicere – presupunându-se că printr-un punct exterior unei drepte se pot duce două paralele, o infinitate de paralele sau nici o paralelă – nu a condus la contradicții (ceea ce, printr-o demonstrație indirectă sau prin reducere la absurd, ar fi transformat postulatul într-o teoremă a sistemului euclidian), ci la construcții axiomatiche consistente. În cele din urmă, s-a conturat ideea că geometria euclidiană este un caz particular al celor neeuclidiene, teoremele acestora din urmă transformându-se în cele clasice într-un spațiu de curbura nulă.

c) În sfârșit, o ipoteză cât de cât promițătoare din punct de vedere științific trebuie să aibă o anumită «forță explicativă» și să fie, măcar în principiu, verificabilă. Sunt aici două aspecte. Pe de o parte, nu avem ce face cu o ipoteză care, dacă ar fi adevărată, nu ne-ar ajuta să explicăm mare lucru; bună pare a fi o ipoteză capabilă să ofere o lege universală cu mare arie de cuprindere, prin a cărei aplicare s-ar dezvălui cauzalitatea esențială ce produce un câmp de fenomene. Ipoteza (ridicată de diferitele doctrine teologice la rangul de dogmă inatacabilă) că toate sunt așa cum sunt prin voința, puterea și înțelepciunea infinită a lui Dumnezeu nu ne oferă decât aparent o explicație universal valabilă a fenomenelor naturale, psihice și sociale, deoarece, la rândul său, Dumnezeu este o ființă absolută și misterioasă pentru noi, întrucât ființa și atributele Sale depășesc puterile unor minți finite și imperfecte cum sunt ale noastre.

Pe de altă parte, nu avem ce face nici cu o ipoteză foarte tare sub aspectul puterii sale explicative, dacă ipoteza respectivă nu este, măcar în principiu, verificabilă. Se pot construi prin speculații pur matematice modele cosmologice în care se respinge postulatul teoriei relativității, potrivit căruia viteza luminii este o limită absolută, de nedepășit în universul fizic, acceptându-se existența așa-numiților *tahioni* – particule ce se deplasează mai repede decât fotonul în vid și care, în unele interpretări, ar traversa universul nostru actual dinspre viitor spre trecut. Oricât de seducătoare, astfel de ipoteze nu sunt, cel puțin în orizontul previzibil al fizicii actuale, verificabile, deoarece nu se poate nici măcar concepe,

cu atât mai puțin și realiza tehnic o aparatură care să ne semnaleze existența și trecerea unor astfel de particule.

Criticabile din start sunt și ipotezele atât de tari încât devin imune față de orice respingere a lor; ceea ce explică absolut totul, nu explică, de fapt, nimic. În psihanaliza ortodoxă a lui Freud, de exemplu, visul este explicat ca o satisfacere halucinatorie a unei dorințe (cel mai adesea de natură sexuală și refulată în inconștient), satisfacere de natură a ne ajuta să nu ne trezim din somn. Atunci când o pacientă i-a obiectat, pe bună dreptate, lui Freud că oribilele coșmare, care din când în când, îi tulburau somnul nu par câtuși de puțin să confirme teoria psihanalitică, Freud i-a explicat că, de fapt, pacienta visa urât din dorința secretă de a-i dovedi psihiatrului său că acesta se înșeală și că teoria lui nu este corectă. Oferind acest exemplu, Karl Popper subliniază ideea că o ipoteză care nu poate fi nicicum falsificată nu este o ipoteză științifică, ci o superstiție sau o speculație gratuită – eventual seducătoare și extrem de ingenioasă, dar inoperantă.

### 5.8.3. Testarea ipotezelor

**Verificarea directă** a unei ipoteze oarecare (H) se poate face numai atunci când pot fi inspectate unul câte unul toate obiectele din clasa de fenomene pe care o acoperă ipoteza. Observațiile astronomice ale lui Galle au verificat direct ipoteza lui Le Verrier, arătând că există într-adevăr planeta presupusă de matematicianul francez, cu masa și ecuația de mișcare calculate de către acesta. La fel, observațiile anatomice efectuate la microscop de către Malpighi au dus la descoperirea vaselor capilare, verificând direct ipoteza lui Harvey privind existența unor vase sanguine care leagă arterele și venele.

Verificarea ipotezelor care acoperă clase infinite sau nenumărabile de fenomene nu poate fi decât **indirectă**. Înainte de acceptarea sau respingerea pe această cale a unei ipoteze (H) se cer parcurse două etape preliminare:

1. Din ipoteza H sunt derivate deductiv cât mai multe consecințe, notate  $c_1, c_2, \dots, c_n$  – cu mențiunea că, în vreme ce H este un enunț general, consecințele sale trebuie să fie propoziții singulare (de observație), a căror valoare de adevăr se poate stabili în mod cert prin observație sau experiment.

2. Fiecare dintre consecințele  $c_1, c_2, \dots, c_n$  se verifică direct, prin metodele mai sus menționate.

Odată parcurse aceste două etape preliminare se trece la acceptarea sau respingerea ipotezei (H) – operație realizabilă exclusiv pe cale logică. Pentru H sunt posibile numai două variante:

a) Fiecare dintre consecințele  $c_1, c_2, \dots, c_n$  s-a dovedit a fi adevărată; în acest caz, este adevărată și conjuncția propozițiilor de observație:  $c_1 \wedge c_2 \wedge \dots \wedge c_n$ . *Acceptarea ipotezei* se face printr-o schemă inferențială ce nu este validă (funcție de adevăr tautologică), ci numai realizabilă – așa-numitul *modus ponens realizabil* sau *plauzibil*:

$$\frac{H \rightarrow (c_1, c_2, \dots, c_n) \quad (c_1, c_2, \dots, c_n)}{H}$$

Afirmarea consecventului implicației nu validează (nu verifică) adevărul antecedentului, ci numai îl *confirmă*, arătând că există situații în care implicația este adevărată; concluzia nu poate fi, însă, certă; ea rămâne doar probabilă, deoarece schema de inferență nu exclude posibilitatea ca același consecvent să poată rezulta și din alt antecedent afară de H.

Chiar dacă nu asigură certitudinea concluziei, verificarea indirectă prin *modus ponens* plauzibil poate spori în chip considerabil gradul de probabilitate a ipotezei, astfel încât ea poate fi folosită cu succes pentru soluționarea unor probleme teoretice sau practice.

b) Cel puțin una dintre consecințele  $c_1, c_2, \dots, c_n$  se dovedește falsă; drept urmare, și conjuncția  $c_1 \wedge c_2 \wedge \dots \wedge c_n$  este falsă. În acest caz, *respingerea ipotezei* se face după o schemă inferențială validă (*modus tollendo tollens*): respingerea consecventului unei implicații face logic necesară respingerea antecedentului.

$$\frac{H \rightarrow (c_1 \wedge c_2 \wedge \dots \wedge c_n) \quad \neg (c_1 \wedge c_2 \wedge \dots \wedge c_n)}{H}$$

Infirmarya ipotezei se face în mod cert, pe considerente formale. Iată de ce Karl Popper construiește o «teorie falsificaționistă» sau «failibilistă» potrivit căreia o ipoteză valoroasă nu este în primul rând aceea care se pretează la cât mai numeroase confirmări (căci oricât de multe ar fi aceste confirmări, ele nu pot asigura certitudinea ipotezei), ci aceea care suportă un număr cât mai mare de tentative de falsificare; dacă aceste tentative reușesc, se elimină fără dubii o falsă ipoteză – dacă, însă, oricât de numeroase, de variate și ingenioase, toate încercările de infirmare a ipotezei eșuează, atunci putem considera ipoteza drept *coroborată*: nu absolut certă, însă mai solid întemeiată astfel decât printr-o nesfârșită succesiune de confirmări stereotipe.

Iată, spre ilustrare, un caz clasic: Pe vremea lui Galileo Galilei, la Florența apa se scotea din fântâni cu ajutorul unor pompe, alcătuite dintr-un piston ce culisa într-un cilindru. Pentru a explica de ce urcă apa în cilindrul pompei, Galilei a emis ipoteza ( $H_G$ ) că natura are oroare de vid (famosul *horror vacui* medieval, de sorginte aristotelică). Faptul care făcea extrem de improbabilă  $H_G$  era constatarea că, în cazul unor fântâni mai adânci de 10 m, apa nu mai ajungea la suprafață. Apreciind ca neverosimilă încetarea lui *horror vacui* la peste 10 m adâncime, un discipol al lui Galilei, pe nume Toricelli, a emis o nouă ipoteză ( $H_T$ ): Pământul este înconjurat de atmosferă (pe care el o numea «ocean de aer»), iar aerul, în pofida aparențelor sensibile, are o greutate, astfel încât exercită o anumită presiune asupra apei din fântână, făcând-o să urce în cilindrul pompei; dacă adâncimea depășește 10 m, atunci greutatea (presiunea) aerului nu mai este suficientă pentru a ridica apa în cilindrul pompei până la suprafață.

Aceasta fiind ipoteza, din  $H_T$  se pot deriva logic cel puțin două consecințe verificabile experimental:

c<sub>1</sub>) Știut fiind că mercurul este de 14 ori mai greu decât apa, dacă aerul poate ridica o coloană de apă măsurând 10 m, atunci ar trebui să ridice o coloană de mercur măsurând de 14 ori mai puțin (circa 760 mm). Chiar Toricelli a dedus această consecință și tot el a verificat-o foarte simplu: a umplut cu mercur un tub de sticlă de 1 m și deschis la un capăt, apoi a astupat cu degetul capătul deschis, a cufundat tubul cu capătul astupat într-un vas plin cu mercur, după care a luat degetul; o parte din mercurul din tub s-a scurs în vas, iar coloana rămasă în tub – ridicată de presiunea atmosferică – a măsurat 761 mm.

c<sub>2</sub>) Întrucât presiunea atmosferică descrește pe măsură ce crește altitudinea (deoarece grosimea stratului de aer atmosferic scade), ar trebui ca și coloana de mercur să se micșoreze pe măsură ce crește altitudinea. Dedusă de către Blaise Pascal, c<sub>2</sub> a fost verificată de către cumnatul acestuia, Périer: urcând pe muntele Puy de Dôme, experimentatorul a constatat că, într-adevăr, o dată cu creșterea altitudinii, coloana de mercur din tubul barometric era din ce în ce mai scurtă.

Ipoteza a fost, în acest fel, confirmată prim *modus ponens* plauzibil:

$$\frac{H_T \rightarrow c_1 \wedge c_2}{c_1 \wedge c_2} \text{ (probabil) } H_T$$

#### 5.8.4. Criterii de evaluare a ipotezelor

Indiferent de forma verificării unei ipoteze, acceptarea sau respingerea ei se bazează pe datele furnizate de observație și de experimentul științific. Datele favorabile ipotezei se numesc *probe pozitive*, iar cele contrare ipotezei se numesc *probe negative*.

Dată fiind o ipoteză oarecare, gradul ei de probabilitate și acceptarea ei în raport cu eventualele ipoteze concurente depind de satisfacerea câtorva criterii:

1. În absența probelor negative, probabilitatea ipotezei crește o dată cu *numărul probelor pozitive*. Acest criteriu nu trebuie conceput simplist cantitativist, nici absolutizat; a cincea confirmare după alte patru anterioare înseamnă ceva; după 1000 de probe pozitive, încă 10 sau 100 de confirmări nu mai reprezintă aproape nimic, dacă probele sunt stereotipe. Pe de altă parte, nici 15 milioane de confirmări, nici 15 miliarde nu sunt suficiente pentru a transforma o probabilitate oricât de mare într-o certitudine absolută.

2. În absența probelor negative, probabilitatea unei ipoteze crește o dată cu *varietatea probelor pozitive*. Legea atracției universale, formulată de către Newton, poate fi considerată *practic* o certitudine nu numai pentru că satisface integral primul criteriu, ci mai ales pentru că dispune de probe pozitive oferite de legile pendulului, căderea liberă a corpurilor, curgerea râurilor, fenomenul mareelor, mișcarea planetelor, a sateliților naturali și artificiali, a cometelor, a stelelor duble una față de cealaltă etc.

3. Gradul de probabilitate a ipotezei este cu atât mai ridicat cu cât sunt mai sensibile și mai exacte aparatele și metodele utilizate pentru obținerea probelor pozitive, deoarece *precizia instrumentelor* influențează direct acuratețea acestor probe. Copernic a formulat ipoteza heliocentrică; acceptarea ipotezei implica existența unor paralaxe stelare. Instrumentele optice ale epocii nu erau destul de puternice pentru observarea fenomenului, motiv pentru care Tycho Brahe a respins teoria heliocentrică. Nici Brădley nu a ajuns mai departe, deși era conștient de insuficiența echipamentului său observațional. Abia în anul 1830 Bessel, Struve și Henderson au observat în mod independent paralaxe stelare, observațiile lor confirmând teoria lui Copernic.

4. Probabilitatea unei ipoteze (H) crește dacă, pe lângă probele experimentale pozitive, ipoteza dispune și de un *suport teoretic* cât mai temeinic – ceea ce înseamnă că H este implicată deductiv de cel puțin o altă ipoteză bine întemeiată (cu un înalt grad de probabilitate). Astfel, legile lui Kepler pot fi deduse din legea atracției universale, iar aceasta, la rândul ei, este confirmată ca un caz particular al teoriei restrânse a relativității.

5. Atunci când există mai multe ipoteze concurente, se impune aceea care posedă cea mai mare *putere explicativă* – adică satisface în cel mai înalt grad criteriile 1 – 4, oferind, totodată, o explicație mai profundă fenomenului studiat. Astfel, până la începutul secolului XX, natura luminii era explicată prin două ipoteze concurente: cea a lui Newton, care susținea că lumina este de natură corpusculară, și cea emisă de Huyghens și dezvoltată de Fresnel și Young, potrivit căreia lumina ar fi un fenomen ondulatoriu, asemănător sunetului, presupusele unde luminoase propagându-se printr-un mediu elastic invizibil, faimosul «eter». Cele două ipoteze dispuneau de o putere explicativă redusă și aproximativ egală, deoarece pentru fiecare din ele fuseseră găsite atât probe pozitive, cât și negative, fără însă ca toate probele negative în cazul uneia să fie pozitive în cazul celeilalte. În anul 1905 Einstein a emis o a treia ipoteză, după care lumina ar fi o emisie de fotoni: particule elementare având caracteristici ondulatorii. Ipoteza fonică s-a impus, fiind susținută de numeroase probe pozitive, în absența oricăror probe negative, având un suport teoretic solid și întrucât unifică un mare număr de fenomene.

6. În sfârșit, dintre mai multe ipoteze concurente, de puteri explicative apropiate, este preferabilă *ipoteza cea mai simplă*, adică aceea în care sunt corelate cât mai puține elemente, deoarece o astfel de ipoteză este mai ușor de verificat (teoretic și experimental).

Teoria argumentării nu este doar un capitol sau un domeniu al logicii. Studiile din ultimele decenii tind spre configurarea unei abordări interdisciplinare a argumentării, în cadrul căreia analiza logică se completează cu abordări semiotice, pragmatice, lingvistice, sociologice, filosofice etc.

### 6.1. «Propoziții» și «acte de vorbire»

Pe terenul strict al logicii nu vorbim despre argumentare, ci despre *argument*: o înlănțuire de propoziții care, luate împreună, susțin o anumită concluzie. Abordarea logică vizează numai validitatea mecanismelor inferențiale, făcând totală abstracție de actele mentale, de motivațiile și performanțele subiective. Prin eliminarea oricărui conținut al «ideilor», logica urmărește să valideze forme sau scheme de inferență, prin care anumite tipuri de propoziții date și acceptate generează alte propoziții. În perspectiva logicii pure, «ideile» se mișcă singure, ca niște entități autonome de tip platonice, supuse unor legi atemporale, invariabile și universale, deloc influențate de modul concret, efectiv în care diferiți indivizi, în varii situații, le respectă mai mult sau mai puțin riguros în actele lor de gândire.

*Argumentarea* înseamnă mai mult decât atât și, într-o oarecare măsură și altceva: nu numai o înlănțuire de propoziții, ci o activitate umană, mai precis o interacțiune între doi sau mai mulți indivizi, care încearcă să ajungă la un consens asupra unor idei disputate.

Pentru a avea loc, argumentarea necesită în primul rând existența a minimum două persoane aflate într-un proces de *comunicare lingvistică*. Aceasta se realizează prin asertarea unor enunțuri reciproc inteligibile – «idei» sau

propoziții exprimate și asumate într-un context al interacțiunii dintre vorbitor și interlocutor. În cadrul argumentării nu avem, prin urmare, de a face numai cu relații logice între propoziții, ci întâlnim fenomenul mult mai complex al unor relații și interacțiuni între *actele de vorbire* ale unor interlocutori care se influențează reciproc prin schimbul de cuvinte.

J. L. Austin definește noțiunea de *rostire performativă* („performative utterance”) – act de vorbire care constituie, prin sine însuși, efectuarea unei acțiuni: „dacă cineva pronunță o astfel de rostire am spune mai degrabă că acela *face* ceva, decât că *spune* ceva”.<sup>1</sup> Exemplele de la care pornește analiza lui Austin sunt: „Da” («I do»), spus în fața ofițerului stării civile, ca răspuns la întrebarea: «O iei în căsătorie pe ... ?»; „Îmi cer scuze” («I apologize»); „Botez acest vas *Queen Elizabeth*”; „Pariez cu tine (o sumă oarecare) că mâine va ploua”. În sfârșit, a spune – în condiții adecvate – „Promit” echivalează cu a face efectiv o promisiune, nefiind un simplu enunț *despre* o promisiune. „Când spunem «Promit că ... », săvârșim actul de a promite – facem o promisiune. Ceea ce *nu* facem este să ne referim la actul performativ al cuiva de a face o promisiune – în particular, nu ne referim la utilizarea de către cineva a expresiei «Promit». Noi suntem cei care efectiv o utilizăm și facem promisiunea.”<sup>2</sup>

Într-o lucrare de referință, sugestiv intitulată *How To Do Things With Words* („Cum se fac lucruri cu vorbele”), J. L. Austin distinge următoarele acte de vorbire («speechacts»): există mai întâi actul *fonetic*, de producere a sunetelor, actul *fatic*, de formulare a unui enunț gramatical, și actul *rhetic*, de a spune ceva cu sens. Împreună, acestea compun actul *locuționar*. Există apoi ceea ce se face prin spunerea a ceva, precum o promisiune, o rugămintă, o amenințare, o poruncă etc.; acesta este actul *ilocuționar*. În sfârșit, cele spuse pot produce efecte asupra ascultătorilor, care pot fi convinși, speriați, amuzați, înduișoși ș.a.m.d.<sup>3</sup>

Componenta *locuționară* a unui act de vorbire se referă la conținutul propozițional care se comunică de către vorbitor și care este receptat și înțeles de către interlocutor. Ion spune: „Ești foarte frumoasă!” – ceea ce John ar spune, în limba engleză, „You are very beautiful!”, Jean, pe franțuzește, ar spune „Tu est très belle!”, iar Johann, în germană, ar spune „Du bist sehr schön!” etc. Forța *ilocuționară* și cea *perlocuționară* a unui act de vorbire se referă la aspectele pragmatice ale propozițiilor asertate – respectiv la intențiile vorbitorului și la efectele celor spuse asupra interlocutorului. Contextul este decisiv în această privință. E cu totul altceva să spui „Ești foarte frumoasă!” admirând o casă, o mașină sau o vacă ori să faci aceeași afirmație în fața unei femei. Cel mai adesea, din aceste cuvinte se înțelege o atitudine favorabilă, de prețuire și admirație – care poate fi flatantă, stârnind plăcere interlocutoarei, dar, în anumite cazuri, poate fi, dimpotrivă, ofensatoare, stârnind dezaprobarea și indignarea ei. În funcție de

<sup>1</sup> J. L. Austin, *Philosophical Papers*, 3<sup>rd</sup> edition, Oxford University Press, 1979, p. 235

<sup>2</sup> *ibidem*, p. 242

<sup>3</sup> J. L. Austin, *How to Do Things with Words*, Oxford University Press, 1962, *passim*



situație, de raporturile stabilite anterior între interlocutori, de convențiile tacite ale unei limbi naturale etc. și având în vedere mimica, tonul vocii, intonația vorbitorului, „Ești foarte frumoasă!” poate fi expresia unei atitudini critice, actul de vorbire având intenția de a transmite un mesaj de dezaprobare. Văzându-ți fiica sau soția într-o ținută vestimentară și cu o pieptănătură pe care le consideri nepotrivite și dezagreabile, îi poți spune direct: „Nu-mi place cum te-ai îmbrăcat și cum te-ai pieptănat!” sau, adăugând o notă de ironie caustică, poți să exclami, cu o anumită intonație: „Ești foarte frumoasă!”

Diferența dintre sensul literal și cel comunicat reiese foarte limpede dintr-o anecdotă menționată de Freud în *Cuvântul de spirit*. Doi evrei se întâlnesc într-o gară din Galicia. «Unde mergi?», întreabă unul din ei. «La Cracovia», răspunde celălalt. «Vezi, ce mincinos ești!» exclamă primul; «spui că mergi la Cracovia ca eu să cred că te duci la Lemberg. Dar eu știu bine că mergi la Cracovia. Și-atunci, de ce să minți?» Comentariul lui Freud este interesant: „A spune adevărul înseamnă oare doar a prezenta lucrurile așa cum sunt, fără nici o grijă față de felul în care auditorul va înțelege ceea ce i se spune?”<sup>4</sup> Această grijă față de reacția interlocutorului este esențială în cadrul oricărui dialog real, în care contextul și, de multe ori, subtextul joacă un rol decisiv în procesul de comunicare.

Prin actele de vorbire «se fac» multe lucruri, mai exact se realizează, în raporturile dintre interlocutori, diferite forme de influențare comportamentală reciprocă. Cuvintele comunică întrebări, rugăminți, porunci, stări emoționale, atitudini; uneori, ele sunt pure gesturi verbale, dar funcția principală în comunicarea lingvistică este transmiterea de informație.

## 6.2. Raționalitatea actelor de vorbire

În comunicarea curentă, la nivelul limbajului vieții cotidiene, mesajele se comunică direct și sunt luate ca atare, fără a fi problematizate sau puse în discuție. Argumentarea nu se declanșează atâta timp cât interlocutorii acceptă printr-un consens tacit *raționalitatea* actelor de vorbire prin care interacționează. Jürgen Habermas definește raționalitatea actelor de vorbire drept o conexiune între patru clase de *pretenții de validitate*, pe care le ridică orice vorbitor în legătură cu expresiile verbale pe care le asertează; aceste pretenții de validitate sunt *inteligibilitatea* exprimării, *adevărul* părții sale de conținut propozițional, *justețea* părții sale performative și *veracitatea* subiectului vorbitor. Adepții filosofiei neopozitivistice consideră că raționalitatea aparține în exclusivitate enunțurilor

---

<sup>4</sup> cf. Francis Jacques, *L'Espace logique de l'interlocution*, Presses Universitaires de France, Paris, 1985, p. 74

constatative sau descriptive. Ca și Habermas, credem că acest punct de vedere restrictiv este eronat; pot fi raționale (în sensul definit) și unele acte de vorbire în care se exprimă aprecieri (evaluări) sau norme.

De pe această poziție, Habermas își precizează definiția raționalității actelor de vorbire astfel: „O comunicare (nestrategică, adică orientată spre înțelegere) decurge în mod neperturbat atunci și numai atunci când (pe baza unui consens «acționat») subiecții care vorbesc / acționează:

a) fac inteligibil sensul pragmatic al relației interpersonale (care poate fi exprimat în forma unei propoziții performative), cât și sensul conținutului propozițional al exprimării lor;

b) recunosc adevărul enunțului făcut odată cu actul de vorbire (respectiv prezumția de adevăr al conținutului propozițional al exprimării lor);

c) recunosc justețea normei, a cărei îndeplinire poate fi socotit actul de vorbire realizat;

d) nu pun la îndoială veracitatea subiecților participanți.<sup>45</sup>

Fie următorul exemplu: vorbitorul *A* le spune interlocutorilor *B* și *C* că „Ionescu este un hoț”. Comunicarea se realizează fără distorsiuni dacă *B* și *C* înțeleg atât conținutul propozițional al afirmației (știu cine este Ionescu și au noțiunea corectă de hoție), cât și sensul pragmatic al afirmației (contextul și uzanțele comune ale limbii le permit să fie siguri de faptul că e vorba de hoție în sensul propriu al termenului: Ionescu e hoț pentru că fură și nu e «hoț» adică șmecher, abil, isteț, glumeț ș.a.m.d.). Tot sensul pragmatic le semnalează lui *B* și *C* faptul că *A* dezaprobă hoția și că se așteaptă ca și interlocutorii lui să aibă aceeași raportare atitudinală față de blamabilul Ionescu. Comunicarea simplă, neperturbată mai presupune, de asemenea, că *B* și *C* acceptă adevărul afirmației lui *A*, că și ei consideră, la rândul lor, că hoția nu este o calitate, ci un defect, întrucât încalcă anumite norme (morale și juridice) juste, având deplină încredere în veracitatea lui *A*, pe care îl consideră o persoană onestă, sinceră și cu discernământ.

Dacă *B* întreabă: „Ce a furat Ionescu?“, „Cine e păgubașul?“, „Când a furat?“, „Cum l-au prins?“ etc., interlocutorul nu obiectează față de nici una din pretențiile de validitate ale vorbitorului *A* ci, acceptându-le, solicită informații suplimentare. Dar dacă *C* întreabă: „De unde știi?“, „Pe ce te bazezi când spui că Ionescu e un hoț?“ sau ripostează cu o remarcă de genul „Tu vorbești de hoție!“, atunci sunt puse sub semnul întrebării una sau mai multe din pretențiile de validitate ale lui *A*. Comunicarea intră în criză, suferă anumite perturbări, care suspendă consensul tacit dintre interlocutori. *A* este provocat să-și susțină afirmația – îndoielnică sau falsă pentru *C*; dacă vrea să fie crezut, *A* trebuie să-l convingă pe *C* de validitatea spuselor sale, pe care este invitat să le susțină cu anumite *temeiuri*, suficient de tari pentru a elimina neîncrederea celor cu care dialoghează.

<sup>45</sup> Jürgen Habermas, *Teorii ale adevărului*, în vol. «Cunoaștere și comunicare», trad. rom. Andrei Marga, Ed. Politică, București, 1983, p. 418

În *praxis*-ul comunicării, astfel de crize se ivesc frecvent, generând întrebări și răspunsuri tipice.

- Dacă este problematică *inteligibilitatea* unei exprimări, se pun întrebări de genul: „La ce te gândești când spui că...?“, „Ce să înțeleg prin ...?“, „Ce înseamnă ...?“ Răspunsurile la astfel de întrebări se numesc *lămuriri* sau *clarificări*.
- Dacă este problematic *adevărul* conținutului propozițional al unei exprimări, se pun întrebări de genul: „Stau lucrurile așa cum spui?“ sau „De ce se întâmplă așa și nu altfel?“ – întrebări la care se răspunde cu *susțineri* sau cu *explicații*.
- Dacă este problematică *justețea* normei care stă la baza unui act de vorbire, se pun întrebări precum: „De ce ai făcut ... ?“, „De ce nu te-ai comportat altfel?“, „Este permis să faci ... ?“ sau „Ce ar fi (fost) de făcut?“, întrebări pe care le întâmpinăm cu *justificări* sau cu *recomandări*.
- În sfârșit, dacă este problematică *veracitatea* unui interlocutor, se pun (de regulă, unui al treilea) întrebări de tipul: „Este el sincer?“, „Oare nu se înșală pe sine însuși?“

### 6.3. Argumentare și discurs

În astfel de crize comunicaționale se naște *argumentarea*, ca sumă de acte verbale prin care un vorbitor își susține cu temeiuri pretenția de validitate a unei expresii contestate sau puse la îndoială de către un interlocutor (real sau imaginar, în cazul «dialogului interior»), până la epuizarea mijloacelor raționale de convingere. Suita de argumente, menite a convinge auditoriul de validitatea unei teze disputate, se numește *discurs*. „Prin cuvântul «discurs» – spune Habermas – înțeleg forma de comunicare caracterizată de argumentare, în care pretențiile de validitate sunt tematizate și cercetate în ceea ce privește îndreptățirea lor.”<sup>6</sup>

Definiția dată de către Jürgen Habermas raționalității argumentativ-discursive dă naștere la comentarii. Pe de o parte, nu toate pretențiile de validitate pot fi întemeiate discursiv. *Veracitatea* unui vorbitor este verificabilă numai în contexte practice sau acționale, care permit (dacă observațiile sunt de lungă durată) să se constate consecvența vorbitorului (dacă acesta, aflat în situații diferite și în comunicare cu interlocutori diferiți, susține opinii asemănătoare sau nu) și sinceritatea lui (dacă ceea ce spune concordă sau nu cu ceea ce, de regulă, face).

<sup>6</sup> *ibidem* p. 411

Din acest motiv, pretenția de veracitate a vorbitorului este nediscursivă, întrucât ea nu se poate susține sau respinge numai cu argumente, ci presupune în mod necesar o componentă practică sau acțională.

În ceea ce privește pretenția de *inteligibilitate*, ea constituie mai curând o premisă sau o condiție a comunicării. Doi interlocutori nu pot comunica fără perturbări atâta timp cât nu stabilesc în mod efectiv un acord asupra regulilor sintactice și semantice ale limbajului în care se realizează comunicarea. În vreme ce pretențiile de adevăr și de justețe sunt acceptate, în vorbirea cotidiană, pe baza *posibilității* ca ele, dacă este necesar, să poată fi susținute discursiv, pretenția de inteligibilitate este (în comunicarea simplă și neperturbată) mai mult decât o simplă promisiune; este un fapt deja realizat.

Prin urmare, discursul se poate articula numai asupra unor pretenții de adevăr sau de justețe care, într-un anumit context comunicațional, sunt problematizate, vorbitorul fiind provocat să-și argumenteze opiniile, încercând să-și convingă interlocutorii.

Discursul se întâlnește în situații variate, luând diferite forme: discursul *judiciar* se produce la tribunal și este suscitât de un dezacord asupra pretenției de justiție; discursul *terapeutic*, prin care medicul îndrumă pacientul pe calea unei autorefecții izbăvitoare întrucât îl face pe bolnav să descopere motivele adânci ale suferințelor sale psiho-somatice; discursul *instructiv*, prin care profesorul caută să-i convingă pe studenți de adevărul cunoștințelor predate; discursul *public*, de pildă cel dintr-o campanie electorală, în care se tematizează atât pretenții de adevăr, cât și de justețe, urmărindu-se ca electoratul să fie convins de programul politic al unui candidat în alegeri; discursul *științific*, construit pentru a dovedi întemeierea pretențiilor de adevăr ale unei teorii sau ipoteze științifice; discursul *filosofic*, care poate fi teoretic, dacă susține cu argumente pretenția de adevăr a unor principii și interpretări ale realității totalizate, sau practic, dacă susține cu argumente anumite opțiuni axiologice și anumite sisteme de norme morale.<sup>7</sup>

În toate cazurile menționate, argumentarea urmărește să întemeieze fie pretenția de adevăr a unei teze, fie pretenția de justețe a unei norme sau evaluări. Atunci când se argumentează adevărul, avem de-a face cu un discurs *teoretico-empiric*: aspectul teoretic vizează întemeierea tezei prin deducția ei din principii și legi universale, în vreme ce aspectul empiric se referă la susținerea tezei prin invocarea unor stări de fapt, cunoscute în experiență. Atunci când se argumentează justețea unei norme sau aprecieri avem de-a face cu un discurs *practic*.

În ambele forme, finalizarea sau deznodământul discursului nu rezultă numai din «coerciția logică» (necesitatea formală a inferențelor valide) sau numai din «coerciția empirică» (evidența faptelor date în experiență), ci din „forța celui mai bun argument“, pe care Habermas o numește *motivație rațională*. E de mirare faptul că, deși introduce în definiția raționalității actelor de vorbire două

<sup>7</sup> Andrei Marga, *Introducere în metodologia și argumentarea filosofică*, Dacia, Cluj-Napoca, 1992, p. 133

componente nediscursive – inteligibilitatea și veracitatea vorbitorului –, Habermas omite un aspect esențial, pe care l-am putea denumi *pretenția de consistență* a discursului. Această pretenție este mai greu de sesizat atunci când avem în vedere afirmații izolate, scoase din context, de genul „Ionescu este un hoț“, „Popescu își înșeală nevasta“, „Georgescu nu este inginer, ci tehnician“ sau „Vasilescu nu trebuia să-și denunțe colegul“. În astfel de cazuri, pretenția de consistență se confundă cu cea de adevăr, căci un act de vorbire care exprimă și asertează o opinie a vorbitorului este consistent atunci când conținutul său propozițional poate fi adevărat într-o situație posibilă. O opinie inconsistentă este aceea care se contrazice pe sine, neputând fi în nici un caz adevărată. Dacă, de exemplu, cineva spune: „Am inventat un sedativ extraordinar, care mărește de câteva ori viteza de reacție și excitabilitatea“, vom socoti, pe bună dreptate, că opinia exprimată este inconsistentă, căci nu se poate ivi nici o situație în care un sedativ – în sensul adecvat al cuvântului – să amplifice viteza de reacție și excitabilitatea.

În *praxis*-ul comunicării nu avem, însă, decât rareori de-a face cu afirmații izolate; cel mai adesea, interlocutorii fac un schimb de opinii mai ample, între care se presupune tacit că există o susținere reciprocă. Un set de opinii exprimate de către unul și același vorbitor este consistent dacă toate opiniile respective ar putea fi împreună adevărate într-o situație efectiv realizabilă. Un set de opinii care n-ar putea fi în nici o situație posibilă împreună adevărate este inconsistent. W. Hodges oferă câteva exemple interesante, menite să clarifice conceptul de consistență a opiniilor.

- Fie un vorbitor  $V_1$  care afirmă: „Ar fi o greșeală interzicerea programelor de televiziune în care abundă scenele violente, deoarece comportamentul oamenilor nu e realmente influențat de ceea ce ei văd pe micul ecran. Ar fi, însă, o idee bună dacă s-ar difuza mai multe programe care să promoveze aspectele pozitive ale modului nostru de viață, căci ar mai fi temperați aceia care critică mereu și desconsideră toate câte sunt în țara asta.“ Aceste opinii sunt, în mod evident, inconsistente: dacă este adevărată afirmația că oamenii nu sunt influențați în comportamentul lor de programele de televiziune, atunci nu poate fi totodată adevărată credința lui  $V_1$  că vocile critice față de starea de lucruri din țară vor fi atenuate de impactul unor emisiuni transmise pe micul ecran. Nu poate exista nici o situație în care cele două opinii să fie împreună adevărate, deoarece ele sunt contradictorii.
- Să ne imaginăm un vorbitor  $V_2$ , care afirmă: „Suprafața Pământului este plată. Oamenii care cred că au înconjurat planeta noastră, dovedind astfel că Pământul este rotund, se înșeală; de fapt, ei n-au făcut altceva decât să plece dintr-un loc de pe suprafața Terrei și să ajungă apoi într-un alt loc, absolut identic cu cel din care au plecat, dar situat la mii de kilometri distanță.“ Ceea ce susține  $V_2$  nu este în sine inconsistent; dacă am trăi într-un alt Univers, pe deplin conceptibil, o astfel de planetă plată ar fi posibilă. Ceea ce nu este

însă o posibilitate de luat în seamă este un Pământ plat cu proprietățile reale ale planetei noastre, așa cum le cunoaștem din experiență. Opiniile lui  $V_2$  sunt în sine consistente, dar nu sunt consistente în raport cu faptele cunoscute.

- Inconsistența opiniilor cuiva nu este întotdeauna o dovadă de prostie sau de iraționalitate. Un individ  $V_3$  declară: „În ultimii cinci ani, fiind la volan, am fost implicat în trei accidente rutiere majore și în alte câteva minore. În două dintre accidentele majore, instanța m-a declarat vinovat. Și totuși, în fond sunt un șofer foarte sigur; pur și simplu, am avut un lanț de ghinioane.”<sup>8</sup> Probabil că  $V_3$  se amăgește singur crezând că, după atâtea isprăvi, se poate considera un șofer sigur. Opiniile lui nu sunt rezonabile, dar nici inconsistente: este posibil, deși foarte puțin probabil ca el să aibă dreptate și să fi fost într-adevăr victima unui șir extraordinar de ghinioane.

Prin urmare, pe lângă pretențiile de adevăr al afirmațiilor și cele de justețe a normelor susținute de către un vorbitor, trebuie menționată și pretenția lui de consistență a opiniilor exprimate – pretenție absolut esențială atunci când este vorba de susținerea unui discurs, menit să întemeieze cu argumente o afirmație disputată.

## 6.4. Argumentarea persuasivă

Argumentarea ca interacțiune între indivizi, ce se influențează reciproc prin acte de vorbire performative, are drept scop să convingă. În multe situații, modificarea atitudinii interlocutorului în sensul dorit de vorbitor se realizează prin *persuasiune*, care face apel la anumite stări emoționale, dorințe sau aversiuni, motivații și interese ale celui care trebuie convins.

Iată un exemplu. Procurorul solicită judecătorului un mandat de percheziție, pentru a căuta dovezi în casa unui dentist bănuț de comiterea unei crime. Probele care-l situează pe dentist în lista suspectilor sunt șubrede, iar judecătorul ezită să elibereze mandatul de percheziție. În cele din urmă, procurorul îl întreabă pe judecător: «V-ați scos vreodată o măsă de mînt?» Stîrnind amintiri efectiv dureroase, întrebarea declanșează o aversiune față de întreaga tagmă a dentiștilor, pe care judecătorul o proiectează involuntar și asupra cazului în speță, făcându-l să se decidă în sensul dorit de procuror: mandatul este eliberat.

Astfel de «artificii» persuasive – eficiente întrucît conving, dar cu totul neconcludente sub aspect logic – fac obiectul de studiu al *retoricii*. Într-o definiție

celebră, Perelman și Olbrechts-Tyteca afirmă că argumentarea de tip retoric constă în „tehnicile discursive care permit a fi provocată ori sporită adeziunea oamenilor față de tezele care se prezintă asentimentului lor”.<sup>9</sup> Remarcând faptul că, în această accepțiune, argumentarea persuasivă se detașează de adevărul tezelor susținute, urmărind numai eficiența efortului de a câștiga aderenți, în circumstanțe cu totul particulare, Christian Plantin crede că „ținta argumentativă definindu-se în termeni de influență exercitată cu mai multă sau mai puțină forță asupra unui auditoriu, scopul argumentării nu este acela de a se situa cât mai aproape de un adevăr prestabilit; în particular ea nu are nimic comun cu demonstrația, concludentă sau neconcludentă.”<sup>10</sup>

Persuasiunea nu este totuși o pură manipulare prin recursul la anumite pârghii și mecanisme psihice, lipsite cu totul de orice raționalitate. Pe de o parte, cel care utilizează mijloace de persuasiune recurge la ele în urma unei reflecții, prin care anticipează probabilitatea ca recursul său la anumite «slăbiciuni» afective sau motivaționale ale interlocutorului să fie eficiente, astfel încât să-l cucerească, făcându-l să accepte opiniile sale. Procurorul n-a amintit întâmplător durerile unei extracții dentare, ci s-a gândit că, evocând această experiență penibilă, va stârni în conștiința judecătorului o reacție de aversiune față de dentiști în general și, implicit, față de persoana suspectată întrucât face parte din tagma stomatologilor.

La rândul său, cel convins prin persuasiune se comportă, între anumite limite, rațional și tocmai de aceea opune rezistență, nelăsându-se convins pe deplin numai de forța argumentelor formulate de către vorbitor. Cel mai adesea, artificiile retorice sunt eficiente întrucât adaugă o componentă emoțională unor argumente insuficient de convingătoare, făcând ca balanța să se încline în favoarea acceptării lor. Amintirea durerilor provocate de o extracție dentară nu ar fi folosit la nimic dacă nu ar fi fost precedată de niște argumente raționale cât de cât concludente, de natură să susțină trecerea dentistului pe lista suspectilor. Judecătorul stătea în cumpănă, acceptând că discuția cu procurorul duce către o anumită concluzie, dar nu cu suficientă forță argumentativă; artificul retoric al procurorului n-a făcut altceva decât să contracareze ezitățile raționale ale judecătorului prin declanșarea unei antipatii aversiuni.

Logica își asumă numai studiul aspectelor concludente ale argumentării, cercetând acele momente ale desfășurării discursive în care anumite opinii acceptate anterior de către interlocutor și anumite stări de fapt accesibile experienței sale directe sunt suficiente pentru a susține rațional teza vorbitorului, anulând obiecțiile sau rezervele interlocutorului. Atunci când argumentarea se realizează ca o dispută între doi oponenți, este posibil ca obiectantul să aibă câștig de cauză, contraargumentele sale fiind mai tari. Atât *susținerea*, cât și *combaterea*

<sup>8</sup> Wilfrid Hodges, *Logic*, Penguin Books, 1982, pp. 13-14

<sup>9</sup> Ch. Perelman & L. Olbrechts-Tyteca, *Traité de l'argumentation. La nouvelle rhétorique* (3<sup>e</sup> éd.), Bruxelles, 1976, p. 5

<sup>10</sup> Christian Plantin, *Essais sur l'argumentation*, Éditions Kimé, Paris, 1990, p. 16

unei teze sunt relevante sub aspect logic numai întrucât sunt privite ca discursuri raționale, abstracție făcându-se în mod deliberat de artificii retorice – chiar dacă acestea joacă un rol foarte important în disputele argumentative reale, în care se înfruntă nu idei abstracte, ci persoane vii, în carne și oase, ce nu pot (și câteodată nici nu vor) să fie cu totul insensibile față de orice condiționare emoțională sau motivațională. Cel mult, logica poate demonta relevanța artificiilor retorice, arătând că, deși eficiente sub aspectul condiționării comportamentale, ele nu dovedesc nimic, pierzându-și eficiența persuasivă dacă sunt analizate «la rece» sau în fața unor persoane cu firi și experiențe de viață diferite. La rigoare, procurorul putea să iasă din biroul judecătorului fără mandatul de percheziție, dacă judecătorul – având o dantură perfectă – i-ar fi răspuns sec: „Nu, în viața mea n-am fost la dentist“.

## 6.5. Argumente «analitice» și «substanțiale»

Logica discursului este o logică pragmatică. Ea cercetează proprietățile formale ale contextelor argumentative. „O argumentare, spune Habermas, constă într-un lanț nu de propoziții, ci de acte de vorbire: între aceste unități pragmatice ale vorbirii trecerea nu poate fi întemeiată nici exclusiv logic (căci este vorba nu de enunțuri, ci de exprimări, adică de susțineri și explicații, ordine, respectiv aprecieri și justificări), nici empiric (căci unitățile pragmatice ale vorbirii au interpretat deja relația lor specifică față de realitate, în timp ce propozițiile abia trebuie să fie puse în relație cu realitatea).“<sup>11</sup>

Într-o influentă lucrare, intitulată *The Uses of Argument* (Cambridge, 1958), Stephen Toulmin pledează pentru elaborarea unei logici «substanțiale», ca metodologie a discursului. În vreme ce logica formală (clasică sau matematizată) este preocupată numai de validitatea analitică a schemelor inferențiale, logica argumentării ca interacțiune colocvială, menită să restabilească un consens al interlocutorilor asupra unor teze disputate, este «substanțială» prin luarea în considerare a componentelor pragmatice ale actelor de vorbire performative. Toulmin își propune să caracterizeze tehnica prin care un vorbitor își susține cu temeiuri raționale o aserțiune, pusă la îndoială de către interlocutori. În modelul său mai degrabă dialectic (în sensul antic) decât propriu-zis logic, o aserțiune rezonabilă este înainte de toate aceea pe care un vorbitor, contestat în pretențiile sale de validitate, se dovedește capabil să o integreze într-o schemă procedurală, de natură să respingă contestațiile. Toulmin descrie structura formală a unui argument prin următoarea schemă simplificată:

<sup>11</sup> J. Habermas, *op. cit.*, p. 440



Fie aserțiunea lui X:

(C) „Harry este supus britanic“,

întâmpinată de Y cu întrebarea: „Ce te face să spui acest lucru?“ Pentru a-și susține teza pusă la îndoială de către Y, X trebuie să răspundă la întrebare prezentând anumite *date* (D) – fapte, informații, constatări care justifică afirmația inițială; întrucât se întemeiază pe datele prezentate, teza pusă în discuție primește statutul de *concluzie* (C). De exemplu, X ar putea să invoce faptul că

(D) „Harry e născut în Insulele Falkland (Malvine)“.

Schematic, relația dintre datul factual și concluzia pe care acesta o susține se prezintă astfel:<sup>12</sup>

(D) —————→ (C)

Unitatea argumentului reclamă însă o legătură explicită între datul factual și concluzie. Un interlocutor care nu sesizează această legătură, poate să reacționeze prin alte întrebări de genul: „Și ce-i cu asta?“, „Cum anume faptul de a se fi născut în Insulele Falkland sugerează că Harry este supus britanic?“ sau „Nu văd legătura“. Interlocutorul nu solicită date suplimentare, ci o regulă, un principiu general care să legitimizeze trecerea de la date la concluzie – ceea ce Toulmin numește *warrant*,<sup>13</sup> iar noi vom denumi *legitimare* (L). X poate preciza că

(L) „Persoanele născute în Falkland sunt de regulă supuși britanici“

În acest stadiu, schema argumentativă se prezintă astfel:

(D) —————→ (C)  
                                  |  
                                  (L)

Susținute prin această regulă de legitimare, datele factuale capătă statut de argument, susținând în mod rezonabil concluzia. Totuși, cel mai adesea, în astfel de argumente legitimarea (L) și datele (D) nu permit a se infera (C) cu absolută certitudine, ci doar cu o anumită probabilitate. Trebuie precizată, de aceea, «forța» cu care corelația dintre fapte și legea de legitimare permite derivarea concluziei (C). Aserțiunea lui (C) trebuie restrânsă la ceea ce îndreptățește aplicarea lui (L) asupra datelor (D). Iată de ce consideră Toulmin că enunțul complet al concluziei trebuie să integreze și un *operator modal* – *qualifier*<sup>14</sup>, pe care noi îl vom nota cu M. În exemplul analizat, acesta este adverbul modal *probabil*.

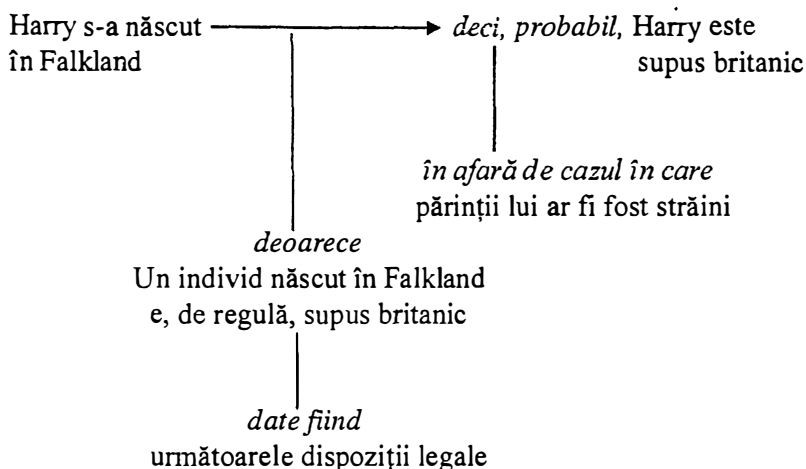
<sup>12</sup> Stephen E. Toulmin, *The Uses of Argument*, Cambridge University Press, 1958, p. 97

<sup>13</sup> *ibidem*, p. 98

<sup>14</sup> *ibidem*, p. 101



Încadrat în această schemă argumentativă, exemplul propus de Toulmin se prezintă astfel:



Atunci când *C* poate rezulta analitic din *D*, prin mijlocirea lui *L*, avem de a face cu o *demonstrație* – în care, pornind de la premise adevărate și raționând corect, se ajunge cu necesitate logică la o anumită concluzie, în mod cert adevărată. Într-o demonstrație validă, elementele persuasive sunt complet eliminate; cel ce urmărește și înțelege demonstrația este supus unei constrângeri raționale, care-l face să admită necesitatea logică a concluziei. Am arătat că demonstrația – ca succesiune de *argumente analitice* – reprezintă obiectul de studiu prin excelență al logicii.

*Argumentele substanțiale* se caracterizează prin faptul că între *T* și *L* nu există o relație deductivă, deși *T* reprezintă o motivație rațională suficientă pentru a spori plauzibilitatea lui *L* ca temei sau fundament al lui *C*. Habermas numește „substanțiale” numai argumentele care produc plauzibilitate în cazul discontinuității logice, adică în ciuda saltului de la tipul *T* la tipul *L*.<sup>16</sup> Cu alte cuvinte, într-un argument «substanțial» temeiul și justificarea nu implică în mod necesar concluzia, dar sporesc (tot într-o evaluare rațională, nu persuasivă) gradul de probabilitate a concluziei.

În demonstrații sau argumentări analitice, concluzia este asertată la modul *necesar*, pe când în cele substanțiale concluzia se asertează la modul *posibil*. Să ilustrăm cele două tipuri de argumente:

- Presupunem că ne aflăm pe un teren triunghiular și că trebuie să determinăm mărimea în grade a unuia dintre unghiurile sale. Nu dispunem însă de nici un instrument de măsurare a unghiurilor, ci avem numai o ruletă. Pe când toți cei de față se scarpină în cap și încearcă să determine unghiul din ochi, *X* se apucă să măsoare cu ruleta laturile terenului și, în cele din urmă, spune: „Unghiul care ne interesează are

<sup>16</sup> *ibidem*, p. 443

60°. Întrebat pe ce se bazează atunci când face această afirmație, *X* își susține teza în felul următor: „Am constatat că laturile terenului sunt aproximativ egale; știm deci că terenul are forma unui triunghi echilateral. (*D*) Or, toate unghiurile triunghiului echilateral sunt congruente (prin definiție) și suma unghiurilor în orice fel de triunghi este 180° (*L*) – deoarece (prin relații de paralelism) unghiurile din orice fel de triunghi sunt egale cu două unghiuri drepte (*T*). Rezultă că unghiul care ne interesează are 60° (*C*).” Prin această demonstrație am stabilit, mai presus de orice îndoială, adevărul *necesar* al concluziei, neexistând nici o posibilitate de apariție a vreunei excepții; operatorul modal al necesității (*M*) exclude orice restricție (*R*). Relațiile dintre elementele și proprietățile triunghiului sunt de așa natură încât se implică analitic unele pe celelalte; dacă am fi știut de la început că unghiul are 60°, tot prin deducție am fi putut stabili că laturile triunghiului sunt egale, fără a mai fi fost necesar să le măsurăm cu ruleta pentru a fi siguri de acest lucru.

- Să presupunem, în al doilea caz, că s-a comis o crimă: un om a fost împușcat în cap. Victima fiind un lider important al lumii interlope, e greu de presupus că a fost nimerit de un glonț rătăcit – este practic sigur că a fost ținta unui atentat. Specialiștii în balistică au stabilit că glonțul a fost tras de la mare distanță, ceea ce îi face pe anchetatorii cazului să presupună că asasinul este un trăgător de elită. Lista suspectilor, la început foarte lungă, se restrânge treptat, după verificarea alibiurilor celor bănuți inițial. Detectivul *X* spune: „Sunt aproape sigur că *A* este asasinul”. Întrebat pe ce se bazează, *X* prezintă următorul argument: „Verificând suspiecții, am aflat că *A* a făcut parte din trupele de elită ale Brigăzii de Luptă Antiteroristă (*D*). Or, militarii din forțele speciale sunt buni trăgători (*L*), ceea ce se verifică statistic prin numeroase cazuri observate și este explicabil prin faptul că perfecțiunea în mânăuirea armamentului este de importanță vitală în lupta antiteroristă (*T*). Deci, *probabil*, el trebuie să fi fost asasinul (*C*), afară de cazul în care mai apar pe lista suspectilor și alți indivizi buni trăgători (*R*)”. Dacă nici un alt suspect nu pare să fi fost antrenat în tragerea de mare precizie, argumentul are o anumită forță de convingere. Totuși, concluzia nu decurge analitic din elementele avute în vedere și nu oferă o certitudine, ci numai o posibilitate, cu probabilitate mai mare decât alte posibilități sesizabile în acea fază a anchetei. Spre deosebire de cazul precedent, dacă am fi știut de la început că *A* este asasinul, deoarece martori credibili l-ar fi văzut în momentul în care a tras asupra victimei, din acest fapt n-am fi putut infera că el trebuie să fi făcut parte din trupele antiteroriste; tot atât de bine s-ar fi putut să avem de-a face cu un campion de tir, cu un ucigaș de meserie sau chiar cu un țintaș neantrenat, dar norocos (ceea ce nu s-ar putea spune despre victimă). Relația dintre elementele argumentului nu este logic necesară, ci contingentă – însă de așa natură încât amplifică plauzibilitatea concluziei.

Numai argumentele «substanțiale» în sensul definit de Toulmin și Habermas se pot regăsi, cu aceeași structură formală elementară, atât în discursul teoretico-empiric, cât și în cel practic. Primul caz susține adevărul unei aserțiuni declarative, cel de-al doilea susține justetea unei aserțiuni normative sau declarative. Iată două ilustrări banale:

Mai întâi, un argument empirico-teoretic:

- (C) Vremea se va răci.
- (D) Presiunea atmosferică a scăzut mult.
- (L) Ori de câte ori presiunea scade, mase de aer rece se deplasează spre zonele cu presiune redusă.
- (T) Numeroase observații meteorologice constată o covarianță a presiunii atmosferice și a deplasărilor maselor de aer dinspre zonele cu presiune ridicată spre cele cu presiune scăzută.

Iată și un exemplu de argument normativ:

- (C) Tu trebuie să restitui lui X până la sfârșitul lunii 1 milion de lei.
- (D) X ți-a împrumutat banii pentru o lună.
- (L) Orice împrumut trebuie restituit până la termenul convenit.
- (T) Evidența cazuistică pentru susținerea normei: un șir de indicații privind consecințele aplicării normei pentru satisfacerea trebuințelor acceptate; de exemplu, împrumuturile fac posibilă o utilizare flexibilă a unor resurse limitate.

Elementele comune și deosebiriile dintre cele două forme de argumentare «substanțială» sunt prezentate în tabelul de mai jos:

	<i>Discurs teoretico-empiric</i>	<i>Discurs practic</i>
<i>C</i>	susțineri	ordine / aprecieri
pretenția de validitate controversată	adevărul	justețe / adecvare
ceea ce este solicitat de oponenti	explicații	justificări
<i>D</i>	cauze (evenimente) motive (acțiuni)	temeiuri
<i>L</i>	uniformități empirice, ipoteze privind legile etc.	norme sau principii de acțiune sau de apreciere
<i>T</i>	observații, rezultate ale interogării, constatări etc.	trebuințe semnificative (valori), consecințe secundare etc.

## 6.6. Reguli de demonstrație

Spre deosebire de argumentarea retorică, a cărei eficiență depinde în cea mai mare măsură de factori contextuali – variabili, contingenți și imposibil de redus la un canon cu aplicabilitate universală – și spre deosebire de argumentarea «substanțială» care, în cel mai fericit caz, reușește să sporească plauzibilitatea unor aserțiuni, fără a le garanta însă certitudinea rațională, demonstrația reprezintă forma cea mai puternică de argumentare, întrucât este concludentă.

*Demonstrația* unei aserțiuni este raționamentul sau șirul de raționamente prin care aserțiunea respectivă este derivată logic din alte propoziții, anterior acceptate drept adevărate. Astfel definită, demonstrația se bazează pe principiul rațiunii suficiente – potrivit căruia nici o idee nu trebuie admisă fără un temei logic, de natură a ne permite să distingem cu deplină claritate ideile adevărate de cele false. Totodată, orice demonstrație se construiește pe regula fundamentală a logicii, conform căreia este imposibil să ajungem la concluzii false, dacă toate premisele raționamentelor sunt adevărate și dacă derivarea concluziilor din premise are loc numai în virtutea unor scheme inferențiale valide.

*Combaterea* unei aserțiuni este procesul invers, prin care aserțiunea respectivă, propusă de către un vorbitor spre acceptare ca adevărată, este respinsă drept falsă. Altfel spus, atunci când combatem o aserțiune  $p$ , demonstrăm că „ $p$  este o propoziție falsă” este, la rândul ei, o propoziție adevărată. Așadar, și combaterea este tot un fel de demonstrație.

Demonstrația poate fi *intuitivă* sau *formalizată*. Cel mai adesea, în contextul argumentării obișnuite avem de-a face cu demonstrații intuitive, care se bazează pe relațiile de sens dintre termeni și propoziții, destul de aproximativ precizate prin uzanțele limbajului natural. De regulă, demonstrația intuitivă nu se bazează pe raționamente complete, ci eliptice, construite spontan, fără conștiința clară a criteriilor de validitate inferențială. În domeniile avansate teoretic, demonstrațiile devin din ce în ce mai complicate, rigoarea lor necesitând controlul prin reguli formale explicite, ceea ce duce la elaborarea unor *sisteme axiomatice* – mai întâi cele intuitive (de genul geometriei euclidiene), în care au prioritate relațiile de conținut, și apoi sistemele axiomatice formalizate, în care contează numai simbolurile și regulile sintactice de operare cu acestea, abstracție făcând de orice conținut.

**Componentele demonstrației.** Orice demonstrație este alcătuită din trei elemente, fiecare din ele trebuind să respecte anumite reguli sau criterii de validitate.

a) Teza de demonstrat (*demonstrandum*) este o propoziție concretă, pe care o asertăm drept adevărată și care nu este imediat acceptată drept adevărată de către

interlocutori. În legătură cu teza de demonstrat se pot formula următoarele condiții sau criterii de validitate:

- Teza trebuie să fie o propoziție precis formulată, fără ambiguități și părți variabile. Aceasta presupune utilizarea unor termeni bine definiți, cu o singură semnificație contextuală și încadrați într-un sistem riguros de clasificare a noțiunilor. Propoziția „Cine are mulți bani în tinerețe este un om norocos” nu îndeplinește nici una dintre condițiile enunțate. De la ce sumă în sus se poate vorbi de «mulți bani»? În al doilea rând, la ce vârstă încetează tinerețea, pentru a face loc maturității? Și ce înseamnă «a fi norocos»? Poți avea mulți bani în tinerețe datorită exclusiv șansei, câștigând la loterie sau moștenind o mare avere – însă un mare sportiv, un faimos actor de film sau un rock-star poate fi multimilionar înainte de treizeci de ani, «norocul» său numindu-se talentul înăscut, dar reușita se datorează mai ales unei munci îndârjite și pline de devotament. În plus, teza este solidară cu o judecată de valoare, propusă ca supoziție tacită: bunul cel mai de preț în viață sunt banii. Fără acest postulat axiologic – larg împărtășit în lumea de astăzi, și totuși profund discutabil – ar conta faptul că o mare avere dobândită foarte repede atrage după sine rude invidioase, prieteni interesați, pânda hoților și a escrocilor, riscuri financiare și multe alte neajunsuri.
- Teza trebuie să fie o propoziție cel puțin probabilă și nu o propoziție infirmată (caz în care ar fi deja demonstrată negația ei). Are rost să încercăm a demonstra numai propoziții plauzibile, admise ca ipoteze întrucât există fapte care le confirmă, dar nu și fapte care să le infirme. Are, de asemenea, rost să încercăm o nouă demonstrație a unei propoziții deja demonstrate, verificând și întărind astfel o demonstrație prin cealaltă.
- Teza nu trebuie să fie substituită în decursul demonstrării printr-o reformulare aparent identică, dar în realitate cu sensuri parțial sau total modificate. Una e să susții că „marii fotbaliști sunt niște modele pentru tânăra generație” – în dispută fiind dacă fotbaliștii, așa cum sunt ei realmente pe teren și în afara lui, constituie *de facto* niște personaje exemplare pentru marea majoritate a tinerilor sau nu – și cu totul altceva să susții, apoi, că fotbaliștii sunt niște cetățeni model, în sensul că, prin calitățile lor morale și civice, oferă tinerilor niște exemple demne de urmat, discuția deplasându-se de pe terenul faptelor în domeniul disputelor normativ-axiologice.

b) Fundamentul demonstrației (*principia demonstrandi*) reprezintă ansamblul premiselor de la care pornind urmează să conchidem teza de demonstrat. Spre deosebire de inferențele deductive, care pot fi valide sub aspect formal chiar dacă se construiesc din premise false ori discutabile, demonstrația reclamă adevărul tuturor premiselor. De multe ori, într-o argumentare reală, înainte de desfășurarea completă a demonstrației este necesară stabilirea unui deplin consens asupra premiselor, fără de care nu am putea vorbi de o demonstrație în sensul deplin al cuvântului, ci numai despre o argumentare substanțială, încheiată cu concluzii plauzibile, însă nu necesare. Întrunirea acordului deplin asupra premiselor se poate realiza fie prin apelul la experiența imediată, fie prin anumite clarificări conceptuale fie, în sfârșit, printr-o demonstrație preliminară – apelul la principiul autorității sau excesiva încredere acordată veracității celui ce afirmă teza fiind contrare principiului rațiunii suficiente.

Fundamentul demonstrației trebuie să satisfacă următoarele cerințe:

- Premisele din care deducem teza sau propozițiile pe baza cărora se respinge contradictoria tezei trebuie să fie adevărate. Din condiția fundamentală a deducției știm că din adevăr decurge în mod logic numai adevărul, iar din raportul de contradicție între propoziții știm că respingerea unei propoziții este echivalentă cu acceptarea opusei sale.
- Validitatea oricărei demonstrații (mai ales dacă aceasta se construiește axiomatic) impune cerința ca premisele să nu se contrazică între ele.
- În sfârșit, demonstrația premiselor trebuie să fie independentă față de demonstrația tezei.

c) Procesul demonstrativ reprezintă forma logică prin care teza este derivată din fundamentele demonstrației: raționamentul sau șirul de raționamente prin care se deduce teza din premisele enunțate și acceptate drept adevărate. În ceea ce privește relația dintre fundament și teză, se impune condiția următoare: demonstrația trebuie să fie corectă, astfel încât teza să decurgă din premise conform regulilor logice. Dacă demonstrația este alcătuită din raționamente eliptice – cum se întâmplă cel mai adesea în argumentarea reală, este suficient ca demonstrația să fie completabilă, adică să poată fi desfășurată, la nevoie, pas cu pas, eliminându-se toate elementele subînțelese.

## 6.7. Forme de demonstrație

Cea mai obișnuită și cea mai convingătoare este demonstrația *directă*, în care teza apare drept concluzie a unor deducții valide. Atunci când teza nu poate fi



dedusă din premisele adevărate, disponibile ca fundament al demonstrației, se poate recurge la o demonstrație *indirectă*, în care se deduce mai întâi că propoziția contradictorie a tezei este falsă. De aici se deduce apoi, pe baza principiului terțului exclus și a raportului de contradicție dintre propoziții, adevărul tezei de demonstrat.

### 6.7.1. Demonstrația directă

Demonstrația directă poate să recurgă la orice formă de raționament deductiv sau la inducția completă, cu condiția să se treacă prin mecanisme inferențiale valide de la adevărul stabilit al premiselor la concluzie (teza de demonstrat).

a) În mod obișnuit, se recurge în demonstrația directă la **silogisme categorice** – mai ales la modurile «demonstrative» *Barbara* și *Celarent* din figura I. De exemplu:

Toate vietățile care nasc pui vii sunt mamifere

(Deși zburătoare) liliecii nasc pui vii

---

Deci liliecii sunt mamifere

sau

Nici un mamifer nu respiră prin branhii

Delfinii sunt mamifere

---

Prin urmare, delfinii nu respiră prin branhii

În argumentarea curentă nu se folosesc silogisme expuse complet și în forma standard, ci se recurge la forme prescurtate, care dau impresia unor inferențe imediate, de forma: „Deoarece P, Q” sau „Q, deoarece P”. De exemplu: „Doi este număr prim, deoarece se divide (fără rest) numai cu 1 și cu sine însuși”. În acest raționament este subînțeleasă majora silogismului – definiția numărului prim („Orice număr divizibil numai cu 1 și cu sine însuși este număr prim”).

Alteori se poate enunța mai întâi concluzia silogismului, oferindu-se drept explicație una din premise, cealaltă fiind (eventual) subînțeleasă; de exemplu:

Ion are diplomă de bacalaureat,

Deoarece este student.

---

(Or, toți studenții au promovat bacalaureatul – altfel n-ar fi fost admiși la facultate.)

Foarte frecvent se utilizează în demonstrația directă **silogismul ipotetic categoric**, în speță *modus ponendo ponens*, de genul:

Dacă pacientul bea neobișnuit de multă apă și pierde  
subit în greutate, atunci e suspect de diabet.

Or pacientul prezintă aceste simptome.

Deci e suspect de diabet.

Alteori se pot folosi în demonstrație forme ipotetice-categorice de forma:

Triunghiul ABC este inscriptibil într-un cerc,

Deoarece este dreptunghic.

Or, dacă este dreptunghic, orice triunghi se poate înscrie într-un cerc.

### 6.7.2. Respingerea (infirmary) unei teze

Am văzut că și combaterea unei teze este o formă de demonstrație, care urmărește să susțină cu argumente nu adevărul, ci falsitatea unei supoziții. În ceea ce privește raportul dintre demonstrație și respingere (notate *Dem* și *Resp*) se pot formula următoarele relații logice:

(i) Dacă este demonstrat  $A$ , atunci  $\neg A$  este respins; prescurtat  
 $Dem(A) \rightarrow Resp(\neg A)$

(ii) Dacă este respins  $A$ , atunci este demonstrat  $\neg A$ ; prescurtat  
 $Resp(A) \rightarrow Dem(\neg A)$

În egală măsură este validă și relația

(iii) Dacă este respins  $\neg A$ , atunci este demonstrat  $A$ ; prescurtat  
 $Resp(\neg A) \rightarrow Dem(A)$

a) Cea mai simplă formă de respingere este eliminarea unei supoziții universale printr-un **contra-exemplu**, utilizând următoarea schemă logică:

Supoziție:  $A$  (teză generală)

Constatare:  $B$  (contra-exemplu)

Deducție:  $B \rightarrow \neg A$

Deci:  $\neg A$

Fie exemplul următor:

Supoziție: „Toate metalele sunt solide“.

Constatare: „Mercurul este metal și totuși nu e solid, ci lichid“.

Deoarece între supoziție și constatare există un raport de contradicție, supoziția este infirmată, rezultând

Concluzia: „Nu toate metalele sunt solide“.

Similar:

Supoziție: „Toate numerele prime sunt impare“.

Constatare: „2 este număr prim și nu este impar“.

Concluzie: „Nu toate numerele prime sunt impare“.

b) Des utilizată este **respingerea consecventului** unei implicații, raționament cunoscut sub denumirea *modus tollendo tollens*, de forma:

$$\frac{A \rightarrow B \quad \neg B}{\neg A}$$

Dacă supoziția de respins ( $A$ ) este condiția necesară a unei consecințe ( $B$ ), înseamnă că adevărul lui  $A$  presupune de fiecare dată adevărul lui  $B$ , fiind imposibil să aibă loc  $A$  fără să urmeze  $B$ . Or, dacă se poate arăta că  $B$  este fals, se deduce și falsitatea supoziției  $A$ .

De exemplu, vrem să știm dacă temperatura de afară a coborât sub  $0^{\circ}\text{C}$  și nu avem un termometru; cineva afirmă că „Trebuie să fie măcar 2 sau 3 grade sub  $0^{\circ}$ “. Respingem adevărul acestei afirmații prin următorul raționament:

Dacă temperatura ar fi scăzut sub  $0^{\circ}\text{C}$ , atunci

băltoacele de pe stradă ar fi înghețate.

Or, băltoacele n-au înghețat.

Deci, temperatura nu are valori negative.

Un alt exemplu similar: nu știm ce grad universitar are dl.  $X$ , care predă logica la facultate și o face atât de bine, încât am fi tentați să credem că este cel puțin conferențiar, dacă nu chiar profesor. Cineva respinge această supoziție cu raționamentul:

Dacă dl.  $X$  ar fi conferențiar sau profesor universitar,  
ar trebui să fie doctor în filosofie.

Or, dl.  $X$  este abia doctorand.

Deci dl.  $X$  nu poate fi conferențiar sau profesor.

c) Respingerea se poate face și printr-un raționament **disjunctiv categoric**, numit *modus ponendo tollens*, de forma:

$$\frac{A + B \quad B}{\neg A}$$

Dacă între supoziția  $A$  și o altă propoziție  $B$  există o disjuncție exclusivă (adevărată numai atunci când membrii disjuncției au valori alethice opuse) și dacă stabilim adevărul lui  $B$ , deducem de aici falsitatea supoziției  $A$ . De exemplu, nu

știm dacă fotbalistul  $X$  este profesionist sau amator, dar după cât de bine joacă cineva crede că este profesionist. Un interlocutor respinge această supoziție, pornind de la o informație necunoscută celui care a avansat-o:

Un fotbalist legitimat la un club este sau profesionist, sau amator.

Or,  $X$  este funcționar la bancă (deci amator).

---

Deci,  $X$  nu este profesionist.

d) O altă formă de infirmare ceva mai complicată, utilizată în demonstrațiile indirecte, este **reducerea la fals**. Acest procedeu se bazează pe legea fundamentală a deducției, conform căreia într-un raționament valid nu se poate obține o concluzie falsă decât dacă cel puțin una din premise este falsă – altminteri, din premise adevărate, printr-o inferență corectă nu poate rezulta decât o concluzie adevărată.

Fie următorul exemplu:

Toate mamiferele au blană.

Oamenii sunt mamifere.

---

Deci, toți oamenii au blană.

Concluzia acestui silogism contrazice adevărul cunoscut că oamenii, deși fac parte din clasa mamiferelor, nu au corpul acoperit cu blană și este, ca atare, falsă. Întrucât premisa minoră este în mod cert adevărată, rezultă că falsul din concluzie nu poate să provină decât din falsitatea premisei majore – supoziție pe care o vom respinge, acceptând drept adevărată contradictoria ei: „Nu toate mamiferele au blană” sau „Există și mamifere fără blană”.

Schema logică a acestei forme de respingere este următoarea:

$$(A \wedge B) \rightarrow C$$

$$\neg C$$

$$\neg(A \wedge B)$$

$$B$$


---


$$\neg A$$

e) Utilizată la rândul ei în demonstrațiile indirecte, infirmarea prin **reducere la contradicție** se produce dacă reușim să demonstrăm că din una și aceeași propoziție se pot deduce alte două propoziții care se contrazic între ele. Fie supoziția (A) „Există clasa tuturor claselor”. Notăm această clasă  $K$ . „Clasa tuturor claselor” este ea însăși o clasă, aparținându-și ca atare sieși: (C)  $K \in K$ . Întrucât este la rândul ei o clasă,  $K$  posedă toate proprietățile unei clase; una dintre aceste proprietăți este ireflexivitatea relației de apartenență: clasa mamiferelor nu este ea însăși un alt mamifer; șirul infinit al numerelor naturale nu este el însuși un număr etc. Acceptând drept adevărată propoziția (B) „Relația de apartenență este ireflexivă”, rezultă ( $\neg C$ )

$K \notin K$ . Din supoziția  $K$  se deduc, prin urmare, propozițiile contradictorii ( $K \in K$ )  $\wedge$  ( $K \notin K$ ). Rezultă că supoziția este falsă și o respingem.

Schema logică a acestei forme de respingere arată astfel:

$$\begin{array}{l} A \rightarrow C \\ (A \wedge B) \rightarrow \neg C \\ B \\ \hline \neg A \end{array}$$

Supoziția  $A$  implică drept consecință  $C$ ; aceeași supoziție, în conjuncție cu o altă propoziție adevărată (anterior demonstrată)  $B$  implică drept consecință  $\neg C$ . Ambele deducții pot fi valide numai dacă supoziția  $A$  este falsă; dacă  $A = 0$  și  $B = 1$ , schema devine:

$$\begin{array}{l} 0 \rightarrow C \\ 1 \\ (0 \wedge 1) \rightarrow \neg C \\ 0 \rightarrow \neg C \\ 1 \end{array}$$

În ipoteza că  $A = 1$  și  $B = 1$ , se obține

$$\begin{array}{l} 1 \rightarrow C \\ C \\ (1 \wedge 1) \rightarrow \neg C \\ 1 \rightarrow \neg C \\ \neg C \end{array}$$

adică imposibilitatea logică de a obține din adevăr o contradicție.

f) În unele cazuri, infirmarea se poate face prin **reducerea la auto-contradicție**. Să luăm, de exemplu, afirmația că „Toate propozițiile sunt false“ ( $A$ ). Cum „și  $A$  este o propoziție“ ( $B$ ), rezultă că ea însăși este falsă. Tot astfel, postulatul sceptic potrivit căruia „Nu putem fi siguri de adevărul nici unei afirmații“ este autoreferențial, punându-se el însuși sub semnul îndoielii de îndată ce este asertat.

Schema logică a acestui mod de infirmare este următoarea:

$$\begin{array}{l} A \\ (A \wedge B) \rightarrow \neg A \\ \hline \neg A \end{array}$$

Se afirmă o supoziție  $A$ ; în conjuncție cu o altă propoziție cert adevărată  $B$ , supoziția implică propria sa negație. Rezultă că supoziția  $A$  este falsă. Dacă  $A = 0$  și  $B = 1$ , prin substituirea variabilelor cu constante alethice se obține:

$$\begin{array}{l} 0 \wedge 1 \rightarrow 1 \\ 0 \rightarrow 1 \\ 1 \end{array}$$

Dacă  $A = 1$  și  $B = 1$  se obține o deducție invalidă:

$$\begin{array}{l} 1 \wedge 1 \rightarrow 0 \\ 1 \rightarrow 0 \\ 0 \end{array}$$

Atât reducerea la contradicție, cât și reducerea la autocontradicție presupun adăugarea unei propoziții suplimentare ( $B$ ), în mod cert adevărată sau cel puțin acceptată ca atare, propoziție care, în conjuncție cu supoziția asertată, duce la negația acesteia din urmă.

g) În sfârșit, un alt mod de infirmare a unei supoziții este **regresul la infinit**. Supoziția ( $A$ ) „Orice propoziție este demonstrabilă” susține o imposibilitate, prin care se autoanulează: dacă orice propoziție (inclusiv  $A$ ) se poate demonstra, atunci înseamnă că ea se poate deduce din anumite premise, demonstrabile la rândul lor din alte premise, acestea deductibile din alte premise și tot așa la infinit.

Faimoasele aporii ale lui Zenon din Elea se bazează pe supoziția tacită că „mișcarea poate fi constituită din însumarea momentelor ei”. Or, întrucât spațiul ideal este infinit divizibil, suma momentelor mișcării crește la infinit, fiind necesară o eternitate pentru a fi efectuată, ceea ce conduce la concluzia bizară că mișcarea este imposibilă din punct de vedere logic, ceea ce contrazice flagrant datele experienței. Prin urmare, supoziția că „mișcarea poate fi constituită din însumarea momentelor ei” este o propoziție falsă, deoarece conduce la consecințe irealizabile sau imposibile.

Regresul la infinit stă la baza unora dintre argumentele metafizico-teologice, menite să demonstreze existența logic necesară a lui Dumnezeu ca Ființă absolută. Aristotel, de exemplu, avansează supoziția că starea sau condiția naturală a corpurilor este repausul; pentru a fi scos din repaus și pus în mișcare, un corp trebuie să suporte acțiunea din afară a altui corp; acesta, la rândul său, este mișcat de alt corp ș.a.m.d. la infinit. Trebuie, prin urmare, să existe un Prim Motor nemișcat, care transmite impulsul dinamic celorlalte lucruri. Acest Prim Motor nemișcat este identificat de către Thoma d'Aquino cu Dumnezeu creștin. Raționamentul ar fi corect, dacă supoziția privind repausul drept condiție naturală a lucrurilor n-ar fi contrazis de datele experienței, din care Galileo Galilei extrage principiul inerției, potrivit căruia un corp – aflat fie în repaus, fie în mișcare – tinde să-și conserve condiția atâta timp cât nu suportă acțiunea unor forțe exterioare. Iar fizica actuală demonstrează că mișcarea este condiția permanentă a tuturor formelor de realitate, repausul fiind întotdeauna parțial și relativ.

### 6.7.3. Demonstrația indirectă

Demonstrația indirectă se bazează pe relația (iii): infirmând contradictoria tezei se afirmă, implicit, adevărul propoziției pe care trebuie să o demonstrăm. Acest tip de demonstrație, numită și *apagogenică* (prin infirmarea opusei) are mai multe forme, în funcție de procedeele de respingere a propoziției care contrazice antiteza.

Sintetic, se disting trei forme principale de demonstrație indirectă.

a) Demonstrație **prin excludere** sau eliminare se bazează pe raționamentul disjunctiv categoric numit *modus tollendo tollens*, în care premisa disjunctiv exclusivă poate avea doi sau mai mulți membri. Infirmând toți membrii premisei disjunctive, mai puțin unul, se deduc adevărul acestuia din urmă, după următoarea schemă:

$$\frac{A_1 + A_2 + \dots + A_n \quad \neg A_1 \wedge \neg A_2 \wedge \dots \wedge \neg A_{n-1}}{A_n}$$

De exemplu, vrem să-l contactăm pe dl. X și nu știm unde se află. Ne interesăm și din diferite surse stabilim că, în intervalul  $t_1 - t_2$ , X poate fi:  $A_1$  / la serviciu;  $A_2$  / acasă;  $A_3$  / la policlinică;  $A_4$  / la un anumit atelier de reparații auto;  $A_5$  / la o anumită bancă. Telefonăm, pe rând, în aceste diferite locuri și, dacă avem ghinion, aflăm că nu este la serviciu ( $\neg A_1$ ), nici acasă ( $\neg A_2$ ), nici la policlinică ( $\neg A_3$ ) și nici la atelierul auto ( $\neg A_4$ ); în acest moment, dacă informațiile culese sunt valabile și complete, știm prin deducție că X nu poate fi decât la bancă ( $A_5$ ).

b) Demonstrația prin **reducere la absurd** (*reductio ad absurdum*) se bazează pe infirmarea contradictoriei tezei de demonstrat prin reducere la fals sau la contradicție. Metoda este ilustrată prin reducerea indirectă a modurilor imperfecte la modurile perfecte din figura I, așa cum a conceput-o Aristotel.

Schema generală a reducerii la absurd este următoarea:

$$\frac{\neg A \wedge B \quad \neg \neg A}{A}$$

Se asertează supoziția A, care nu poate fi demonstrată direct – adică nu se poate deduce din alte propoziții acceptate drept adevărate. Se acceptă contradictoria  $\neg A$ . În conjuncție cu o premisă cert adevărată B, contradictoria  $\neg A$  conduce la propria negație:  $\neg \neg A$ , ceea ce echivalează cu adevărul tezei A.

c) Demonstrația prin **reducere la imposibil** (*per impossibile*) se bazează pe infirmarea contradictoriei tezei de demonstrat prin regresul la infinit, conform următoarei scheme argumentative:

$$\begin{array}{l}
 A \\
 \neg A \\
 \neg A \rightarrow \neg A_1 \\
 \neg A_1 \rightarrow \neg A_2 \\
 \neg A_2 \rightarrow \neg A_3 \\
 \hline
 \dots\dots\dots \\
 \neg\neg A
 \end{array}$$

Dacă nu putem demonstra direct supoziția  $A$ , acceptăm contradictoria ei  $\neg A$ ; dacă din  $\neg A$  rezultă un șir infinit de consecințe de tip  $\neg A$ , care se infirmă succesiv, putem respinge contradictoria tezei  $\neg A$ , dovedind adevărul lui  $A$ .

Fie, de exemplu, supoziția că „șirul numerelor naturale este infinit“, ceea ce echivalează cu a spune că „nu există cel mai mare număr natural“ – propoziție pe care nu o putem deduce direct din premise cert adevărate. Admitem că „există cel mai mare număr natural“, fie acesta  $l$ . Acest număr natural are toate proprietățile oricărui alt număr natural, deci poate fi adunat cu o unitate:  $l + 1 = m$ ; la rândul său, acesta poate fi depășit cu o unitate:  $m + 1 = n$  ș.a.m.d. la infinit. Rezultă o imposibilitate, care ne determină să acceptăm supoziția inițială  $A$ .



## 7.1. Sofisme și paralogisme

Căile adevărului sunt puține la număr, iar urmarea lor este strict reglementată de principii, legi sau reguli ce nu țin câtuși de puțin seama de sentimentele, dorințele, nevoile sau capriciile noastre; falsitatea se poate atinge însă pe nenumărate căi, mai mult sau mai puțin ispititoare, întrucât austeritatea și rigoarea implacabilă a rațiunii sunt tulburate de intervenția unor factori subiectivi. Există, prin urmare, o impresionantă varietate de modalități în care argumentele pot fi astfel alcătuite încât, nerespectându-se regulile corectitudinii logice, rațiunea răătăcește drumul spre adevăr, eșuând în falsitate și eroare.

Încă din Antichitate s-au colecționat tot felul de raționamente bizare, artificios construite, care stârneau o stare de perplexitate, ducând la concluzii aparent bine întemeiate, deși erau evident false. Cele mai multe dintre ele sunt triviale, nevinovate jocuri de cuvinte, al căror mecanism vicios sau «falacios» este ușor de demontat. Câteva mostre de asemenea «cimilituri», care făceau deliciul interpreților din Antichitate, se găsesc în dialogul platonician *Euthydemos*. Iată două dintre ele:

- Spune personajul Dionysodoros: „Doriți, spuneți voi, ca el [Cleinias] să devină înțelept? – Chiar așa. – Dar acum, este sau nu este Cleinias înțelept? – El spune că încă nu este. [...] – Voi, însă, vreți ca el să devină înțelept, nu să fie ignorant. [...] Așadar, voi vreți să devină ceea ce nu este și să nu mai fie ceea ce este acum. [...] Înseamnă că, de vreme ce doriți ca el să nu mai fie ceea ce este acum, îi doriți, pare-se, moartea.”<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Platon, *Euthydemos*, 283c-d, trad. rom. Gabriel Liiceanu, în «Opere», vol. III, Ed. Științifică și Enciclopedică, București, 1978, p. 84

- Tot Dionysodoros îl întreabă pe Ctesippos: „Spune-mi, ai un câine? – Am, și încă unul foarte rău. – Are căței? – Are. [...] Așadar câinele le este tată? [...] Buuun! Și câinele e-al tău, nu? – Al meu. – Așadar, de vreme ce este tată și este al tău, înseamnă că acest câine este tatăl tău [...] Încă o vorbuliță aș vrea să aud: îți bați câinele? Și Ctesippos, râzând: Îl bat, pe ze! [...] Îți bați deci propriul tată?”<sup>2</sup>

O colecție și mai bogată de asemenea raționamente artificioase, lipsite însă de profunzime și de reală dificultate, se găsește în *Respingerile sofistice*, una dintre cărțile «*Organon*»-ului aristotelic. Iată doar câteva dintre ele:

- „Ai ceea ce nu ai pierdut; nu ai pierdut coarnele; deci ai coarne“.
- „Cunoști pe acest om cu chipul acoperit de un văl? – Nu. – El este tatăl tău; deci nu îți cunoști tatăl“.
- „Ce sunt eu, nu ești tu; eu sunt om; tu nu ești om“.
- „Doi și trei sunt cinci; deci doi sunt cinci și trei sunt cinci.“
- „Este posibil ca un om care este așezat să meargă; deci este posibil ca un om să meargă stând.“
- „Dacă este adevărat că niciodată nu ai prea mult din ceea ce este bun, atunci trebuie ca bolnavul să ia un car de medicamente“ etc.<sup>3</sup>

Antichitatea a produs însă și multe raționamente mult mai profunde și de reală dificultate logică. Paradoxele lui Zenon din Elea privind spațiul, timpul și mișcarea, dilema crocodilului sau paradoxul mincinosului (la care ne vom referi în continuare) sunt mai puțin naive și de loc triviale, dând naștere unor adevărate încurcături fără ieșire (numite de antici *aporii*), care au generat nesfârșite dezbateri și tentative felurite de soluționare, nici până astăzi pe deplin acceptate de toți cei care se devotază dezlegării lor. În unele cazuri, e vorba de speculații subtile, cu multiple fațete, adevărate exerciții de virtuozitate reflexivă. În *Adversus Mathematicos*, Sextus Empiricus descrie cele trei teze ale sofistului Gorgias din Leontinoi: „mai întâi, nu există nimic; în al doilea rând, dacă ar exista ceva ar fi necunoscut pentru oameni; în al treilea rând, dacă ar putea fi cunoscut nu ar fi comunicabil celorlalți oameni“.<sup>4</sup>

Anton Dumitriu rezumă astfel demonstrațiile prin care Gorgias își susține cele trei teze.

I. a) Nimicul nu există, pentru că dacă ar fi, el ar exista și nu ar exista în același timp: când este gândit ca inexistent, nu există; dar întrucât el este ceva, dimpotrivă, există. Este ceva cu totul contradictoriu ca ceva să fie și să nu fie în același timp. Deci, nimicul nu există.

<sup>2</sup> *idem*

<sup>3</sup> Aristotel, *Organon*, vol. II, ed. cit., *passim*

<sup>4</sup> Sextus Empiricus, *Contra învățătorilor* (VII, 65), în «Opere filosofice», vol. II, trad. rom. Aram Frenkian. Ed. Academiei Române. București. 1965. p. 23

b) Nici fiindul nu există, căci dacă fiindul există, el este sau etern sau are un început. Dacă fiindul este etern, atunci nu are început, iar dacă nu are început este nemărginit; dacă este nemărginit, nu se află nicăieri. Căci dacă ar fi undeva, atunci există spațiul în care se află, diferit de el; fiind cuprins în altceva, fiindul n-ar mai fi nemărginit; fiindcă mai mare decât cuprinsul este ceea ce îl cuprinde.

Să presupunem, pe de altă parte, că fiindul are un început: atunci va fi ieșit din nimic sau din fiind. Dar nimic nu poate ieși din fiind fără a fi el însuși altceva decât fiindul, deci ar fi nimic. Și nu poate ieși din nimic, căci dacă nimicul nu există i se poate aplica principiul: nimic nu se naște din nimic. Deci fiindul nu există.

II. Dacă ar exista ceva nu ar putea fi cunoscut. Într-adevăr, fiindul nu este gândirea și gândirea nu este fiindul. Astfel, dacă ar exista identitate între fiind și gândire, ar trebui să spunem că tot ceea ce gândim există și că nu există nimic fals. Dar fiindul este străin gândirii, el nu e gândit și deci este incognoscibil.

III. În sfârșit, să presupunem că existentul este cognoscibil; dar atunci nu ar putea fi făcut cunoscut prin cuvinte, deoarece cuvintele, departe de a produce cunoașterea lucrurilor, o presupun. De altfel, același lucru neputând să fie în subiecți diferiți, acela care vorbește și acela care ascultă nu ar putea avea, în ceea ce privește cuvintele, aceeași gândire. Și chiar atunci când un același lucru ar fi în subiecți diferiți el ar apărea ca diferit, prin aceea că acești subiecți sunt diferiți și în locuri diferite.

Concluzia finală a lui Gorgias este că totul este fals, nimic nu este adevărat<sup>5</sup> – enunț care, fiind autoreferențial, se anulează pe sine.

Încă din Antichitate se făcea o distincție între *sofisme* și *paralogisme*. Sofisme erau numite erorile intenționate, comise în mod premeditat cu scopul de a păcăli adversarul, într-o dispută având drept țel nu dobândirea adevărului, ci triumful cu orice preț, chiar prin «fraudă intelectuală». Paralogisme erau considerate erorile comise involuntar, din neștiință, naivitate sau neatenție. Kant păstrează încă această distincție, pe care o exprimă astfel: „Raționamentul care este fals după formă, chiar dacă are aparența unui raționament corect pentru sine, se numește înșelător (*fallacia*). – Un astfel de raționament este un *paralogism*, dacă prin el ne înșelăm pe noi înșine, sau un *sofism*, dacă prin el încercăm în mod intenționat să-i înșelăm pe alții.”<sup>6</sup>

Există numeroase clasificări ale tipurilor de erori logice, fiecare amendabilă sub un aspect sau altul. Sunt cunoscute erorile specifice definiției, clasificării, diviziunii, inferențelor inductive sau deductive imediate și mediate. Practic, încălcarea într-o modalitate tipică a oricăreia dintre legile și regulile logice formulate și argumentate în capitolele anterioare constituie o specie de erori logice. În scurta trecere în revistă pe care ne-o putem îngădui, ne vom referi numai

<sup>5</sup> Anton Dumitriu, *Istoria logicii*, ed. a II-a, Ed. Didactică și Pedagogică, București, 1975, pp. 98-99

<sup>6</sup> Immanuel Kant, *Logica generală*, trad. rom. Alexandru Surdu, Ed. Științifică și Enciclopedică, București, 1985, p. 186

la erorile specifice argumentelor deductive. Acestea pot fi încadrate în următoarele trei tipuri principale: a) erorile *formale* (singurele erori logice în sens strict) fac ca, în pofida unor aparențe înșelătoare, concluzia raționamentului să nu decurgă cu necesitate logică din premise; b) erorile *de interpretare* sunt provocate de anumite neclarități și confuzii în ceea ce privește sensul termenilor care intră în alcătuirea unui raționament; în sfârșit c) *erorile de relevanță* sunt acelea în care, deși concluzia decurge corect din premisele oferite, scopul raționamentului (demonstrativ, explicativ etc.) nu este atins.

## 7.2. Erori formale

Erorile formale se comit ori de câte ori se utilizează cu titlu de raționament riguros o schemă inferențială invalidă. Astfel de erori se pot defini în legătură cu oricare din tipurile de inferențe de care ne-am ocupat – fie cele cu propoziții compuse, fie cele cu propoziții simple de predicatie. Întrucât mecanismul acestor erori este cu totul inteligibil dacă se utilizează cunoștințele din capitolele 2 și 3, ne vom limita în cele ce urmează la o simplă enumerare a câtorva specii de erori formale, însoțite de câteva ilustrări.

### 7.2.1. Erori în silogismul ipotetic

Pe schema inferențială elementară cel mai frecvent utilizată, și anume raționamentul ipotetic categoric *modus ponendo ponens*, având drept premise  $p \rightarrow q$  și  $p$ , se pot comite următoarele erori:

a) **Afirmarea consecventului** se produce într-o deducție de forma:

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ q \\ \hline p \end{array}$$

Reamintim exemplul din capitolul introductiv:

Dacă aprind becul, în cameră este lumină.

În cameră este lumină.

Deci, am aprins becul.

sau

Dacă vreau să schiez, mă duc la munte.

Merg la munte.

---

Deci, vreau să schiez.

Raționamentele sunt invalide întrucât presupun eronat că o anumită consecință necesară a antecedentului  $p$  nu poate rezulta și din alte cauze (premise). Este posibil ca lumina din cameră să vină pe fereastră, ori să merg într-o localitate montană ca să particip la un congres sau la o nuntă.

Comiterea acestei erori se bazează pe faptul că antecedentul este, *de regulă*, adevărata explicație a consecventului; atunci când pune un diagnostic, de exemplu, medicul inferează de la simptome spre cauzele bolii, având de cele mai multe ori dreptate. La fel se întâmplă și în criminalistică, atunci când anchetatorii inferează de la circumstanțele unei infracțiuni la autorul lor. «De regulă» sau «foarte frecvent» nu este însă sinonim cu «întotdeauna» sau «fără excepție». Cel mult se pot accepta raționamente probabile, care întemeiază concluzii plauzibile, însă nu logic necesare, de forma: dacă  $p$  atunci probabil  $q$ ; or  $q$ , deci probabil  $p$ . Criminalistul poate raționa în felul următor: „Dacă  $X$  este criminalul, atunci a avut un motiv să comită crima; or,  $X$  a avut un motiv să ucidă victima – deci *probabil* că  $X$  este criminalul“. Trebuie luată însă în calcul și posibilitatea ca  $X$ , deși avea un motiv, să nu fi fost totuși autorul crimei.

b) **Negarea antecedentului** se produce într-un raționament de forma:

$$\frac{p \rightarrow q}{p} \quad \frac{}{q}$$

Se pot folosi aceleași exemple, pe noua formă de construcție:

Dacă aprind becul, în cameră este lumină.

Nu aprind becul.

---

În cameră nu este lumină.

sau

Dacă vreau să schiez, atunci merg la munte.

Nu vreau să schiez.

---

Deci, nu merg la munte.

În mod evident, concluziile acestor raționamente nu sunt necesare, chiar dacă se poate întâmpla, de multe ori, ca faptele să le confirme. Dar acest lucru nu se întâmplă mereu; este posibil și să fie lumină în cameră deoarece ne aflăm în timpul zilei, ori să mergem la munte vara, pentru a ne bucura de frumusețea peisajului și de aerul curat.

Negarea antecedentului este o eroare extrem de frecventă, motivată prin faptul că, de foarte multe ori, în realitate lucrurile chiar se petrec astfel. Pripeala și superficialitatea ne fac să trecem de la „foarte probabil“ la „cu certitudine“. Forma corectă ar fi un «argument substanțial», de genul: „Dacă  $p$  atunci probabil  $q$ ; or nu  $p$ , deci probabil nu  $q$ “.

### 7. 2. 2. Erori în silogismul disjunctiv

În silogismele disjunctiv-categorice se pot comite două tipuri de erori.

a) În primul caz, se confundă o disjuncție slabă sau neexclusivă cu o disjuncție exclusivă. Eroarea se comite atunci când se pornește de la o premisă disjunctivă neexclusivă și se afirmă una dintre alternative, cealaltă fiind respinsă, deși nu este exclusă realizarea ambelor posibilități. Forma acestui tip de raționament incorect este următoarea:

$$\begin{array}{l} p \vee q \\ \underline{p} \\ \neg q \end{array}$$

De exemplu:

Ion e bine pregătit la fizică sau la matematică.

Ion e bine pregătit la fizică.

Deci, Ion nu e bine pregătit la matematică.

sau

În concediu mergem la munte sau mergem la mare

(E sigur că) mergem la munte

Deci, nu mergem la mare

Evident, excluderea uneia dintre alternative nu este corectă nici din punct de vedere formal, nici în raport cu faptele, deoarece nu este exclus ca Ion să fie bine pregătit la ambele discipline (ba chiar este foarte probabil că așa stau lucrurile), după cum nu este imposibil să mergem în același concediu atât la munte, cât și la mare.

b) Un alt tip de eroare în raționamentul disjunctiv categoric are loc atunci când premisa disjunctivă exclusivă nu este completă. Neavându-se în vedere toate alternativele posibile, respingerea unora dintre ele nu justifică afirmarea certă a celei rămase. Forma acestui raționament invalid este următoarea:

$$\begin{array}{l} p + q ( \dots ) \\ \underline{\neg p} \\ q \end{array}$$

De exemplu:

Acest arbore din familia foioaselor este sau fag, sau stejar sau nuc

Or nu este nici stejar, nici nuc

Deci, este fag

sau

Părinții lui  $X$  sunt sigur intelectuali: profesori, juriști sau medici  
 Or, nu sunt nici juriști, nici medici  


---

 Deci, părinții lui  $X$  sunt profesori

Premisa disjunctivă nu enumeră toate cazurile posibile; în afară de fagi, stejari sau nuci, familia foioaselor cuprinde încă multe alte specii, arborele care nu e nici stejar, nici nuc poate fi nu neapărat stejar, ci tei, plop, frasin etc. De asemenea, în categoria intelectualilor intră și multe alte profesii pe lângă cele enumerate în premisa disjunctivă, astfel încât părinții lui  $X$  ar putea fi la fel de bine ingineri, cercetători științifici, scriitori etc.

### 7.2.3. Sofisme dilematice

În dileme se combină erorile posibile în inferențele ipotetice și disjunctive cu acelea provocate de luarea unui termen cu sensuri diferite. Dilemele *simple*, a căror concluzie este o propoziție simplă, pot fi de forma:

$$\begin{array}{ll} p \rightarrow r \text{ (dilema constructivă)} & \text{sau} \quad p \rightarrow q \text{ (dilema distructivă)} \\ q \rightarrow r & p \rightarrow r \\ \hline p \vee q & \boxed{q \vee} r \\ r & \boxed{p} \end{array}$$

Dilemele *complexe* au concluzii disjunctive.

$$\begin{array}{ll} p \rightarrow r \text{ (dilema constructivă)} & \text{sau} \quad p \rightarrow r \text{ (dilema distructivă)} \\ q \rightarrow s & q \rightarrow s \\ \hline p \vee q & \boxed{q \vee} r \\ r \vee s & \boxed{p \vee} q \end{array}$$

Cele două premise condiționale prezente în orice raționament dilematic se numesc „coarnele” sale. Erorile tipice în construcția dilemelor sunt legate fie de valabilitatea premiselor condiționale, fie de adevărul premisei disjunctive. Respingerea dilemelor sofistice se face prin următoarele două procedee:

a) „**A lua dilema de coarne**” constă în negarea a cel puțin uneia dintre premisele condiționale; se consideră exhaustivă enumerarea antecedentilor, dar se arată că una sau ambele consecințe nu decurg în mod necesar din antecedentii lor sau că există și alte consecințe decât cele enunțate. De exemplu:

Dacă ies în alegeri democrații, nivelul de trai va crește  
 Dacă ies în alegeri liberalii, nivelul de trai va stagna  
 Or, ies în alegeri democrații sau liberalii  


---

 Deci, nivelul de trai va crește sau va stagna

Concluzia este neîntemeiată, deoarece nu există o conexiune necesară între o guvernare democratică și creșterea nivelului de trai, nici între o guvernare liberală

și stagnarea nivelului de trai; e foarte posibil ca realitatea și evoluția ei imprevizibilă să dea peste cap orice plan de guvernare, astfel încât în oricare dintre variante nivelul de trai poate – desigur, cu probabilități diferite – să crească, să stagneze ori să scadă.

Un alt exemplu:

Dacă soția mă iubește, îmi va naște un băiat.

Dacă nu mă iubește, îmi va naște o fată.

Or, soția mă iubește sau nu mă iubește.

Deci, voi avea băiat sau fată.

Evident, nu există nici o legătură (observabilă în experiență) între sentimentele soției și sexul copilului născut – ca să nu mai punem la socoteală faptul că din seria consecințelor lipsesc mai multe posibilități: fie că-și iubește soțul sau nu, femeia poate naște nu numai *un* băiat sau numai *o* fată, ci gemeni (univitelini sau bivitelini), tripleți etc.

b) „**A scăpa printre coarnele dilemei**“ înseamnă a nega premisa disjunctivă, arătând că, întrucât nu epuizează toate alternativele posibile, aceasta este falsă. De exemplu:

Dacă ies în alegeri democrații, va fi mai bine pentru salariați.

Dacă ies liberalii, va fi mai bine pentru patroni.

Or, ies în alegeri sau democrații sau liberalii.

Deci, va fi mai bine sau pentru salariați, sau pentru patroni.

Este evident că nu se exclude posibilitatea (oricât de puțin probabilă) ca alegerile să fie câștigate de comuniști sau de extrema dreaptă naționalistă, situație în care nici patronilor, nici salariaților nu le-ar fi (probabil) prea bine.

Sau:

Dacă jucătorii sunt motivați, echipa va învinge.

Dacă publicul o susține, echipa va învinge.

Or, sau jucătorii sunt motivați sau publicul va susține echipa.

Deci, vom învinge.

Se prea poate ca jucătorii să fie motivați și publicul entuziast, și totuși meciul să se termine cu o înfrângere, deoarece intervin și alți factori care influențează rezultatul meciului: un arbitraj incorect, accidentări, eliminări ale jucătorilor, vremea nefavorabilă, ghinionul etc.

Iată câteva exemple celebre de sofisme dilematice, lăsând pe seama cititorului «demonstrarea» lor.

*Litigiosul.* Grecul Evathlos a luat lecții de retorică de la celebrul sofist Protagoras, obligându-se prin contract să-i plătească maestrului onorariul convenit după ce va fi câștigat primul proces, folosind cunoștințele însușite. După ce a



terminat învățătura cu Protagoras, Evathlos nu a susținut nici un proces și nu i-a mai plătit maestrului banii promiși. Între cei doi s-a angajat următoarea dispută, pe care Diogene Laertios o descrie ca pe o întâmplare reală din viața lui Protagoras: „Se povestește că odată, cerându-i lui Evathlos, discipolul său, onorariul, acesta i-a răspuns: «Dar n-am câștigat încă nici o victorie». «Ba nu, îi spuse Protagoras, dacă câștig procesul împotriva ta, trebuie să fii plătit, pentru c-am câștigat; dacă câștigi tu, la fel trebuie să fii plătit pentru că tu ai câștigat».”<sup>7</sup> În formă explicit dilematică, Protagoras afirmă: „Te voi da în judecată și atunci îmi vei plăti. Căci judecătorii sau te vor condamna sau te vor achita. În primul caz, va trebui să plătești conform sentinței; în al doilea caz, va trebui să plătești conform contractului.” Replica lui Evathlos e la fel de convingătoare: „Judecătorii mă vor condamna sau mă vor achita. Dacă mă vor achita, nu voi plăti conform sentinței. Dacă mă vor condamna, nu voi plăti conform contractului. Deci oricum nu voi plăti.” (Jocul sofistic se creează prin faptul că în «primul proces câștigat» Evathlos apare când ca inculpat, când ca avocat – de aici posibilitatea de a invoca fie contractul dintre cei doi, fie sentința tribunalului.)

*Dilema califului Omar.* Cucerind Alexandria Egiptului, se spune că, aflat în fața celebrei biblioteci care conserva un tezaur inestimabil de înțelepciune a întregii Antichități, califul ar fi construit următoarea dilemă distructivă: „Dacă aceste cărți conțin aceeași învățătură ca și Coranul, atunci ele sunt de prisos și, prin urmare, trebuie distruse; dacă aceste cărți conțin o învățătură contrară celei din Coran, atunci ele sunt primejdioase și, prin urmare, trebuie distruse. Deci, fie că ele conțin aceeași învățătură ca și aceea din Coran, fie că că învățătura lor este potrivnică Coranului, cărțile trebuie distruse.” Și a poruncit arderea bibliotecii din Alexandria, spre ireparabila pagubă a culturii universale și a întregii umanități. Unii comentatori văd aici o dilemă autentică; în realitate este un sofism, căci dacă tezaurul de cărți din bibliotecă ar fi conținut aceeași învățătură ca și Coranul, califul ar fi luat decizia absurdă și, în fond, nedorită de el, de a micșora tirajul cărții revelate a musulmanilor. De fapt, Omar a luat de la bun început decizia că lucrările din bibliotecă sunt contrare Coranului și numai din acest motiv a poruncit arderea lor.

*Dilema vieții publice* (Aristotel). Mama îi spune fiului: „dacă intri în politică și ești drept, oamenii te vor urî, iar dacă ești nedrept, zeii te vor urî. Or, trebuie să fii ori drept, ori nedrept. Deci, orice ai face, vei fi urât.” Fiul răstoarnă dilema și scoate o concluzie la fel de corectă: „Dacă sunt drept, zeii mă vor iubi; iar dacă sunt nedrept, mă vor iubi oamenii. Or, sunt drept sau nedrept. Deci, oricum voi fi iubit.” (Încercați să dovediți că cele două concluzii nu sunt contradictorii.)

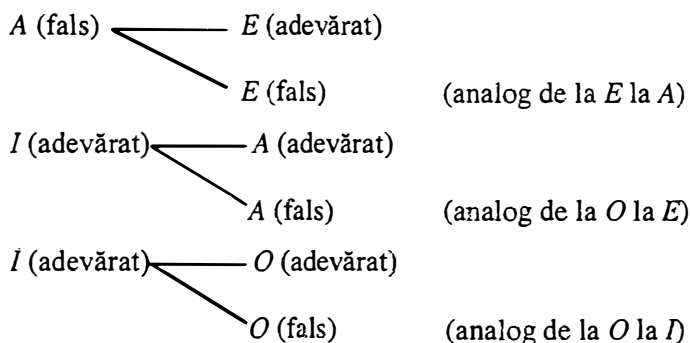
<sup>7</sup> Diogene Laertios, *Despre viețile și doctrinele filosofilor*, Cartea IX, Cap. VIII, VIII, 56), trad. rom. N. Balmuș & Aram Frenkian, Ed. Academiei Române, 1963, p. 442

### 7.2.4. Erori în pătratul logic

a) Cele mai frecvente erori comise în stabilirea relațiilor de opoziție dintre propozițiile categorice se bazează pe ignorarea dublei posibilități de a conchide și pe reducerea ei la univocitate.

De exemplu, din adevărul universalei afirmative „Toți S sunt P” se poate deduce *a fortiori* adevărul particularei subalterne „Unii S sunt P”; dar dacă este fals că „Toți S sunt P”, subalterna ei poate fi în unele cazuri falsă la rândul ei, însă alteori poate fi adevărată. Astfel, e deopotrivă fals că „Toate triunghiurile sunt patrulate” și că „Unele triunghiuri sunt patrulate”; însă deși e fals că „Toate triunghiurile sunt echilaterale”, este adevărat că „Unele triunghiuri sunt echilaterale”. Tentația cea mai frecventă este aceea de a conchide în mod univoc de la fals la fals, apreciindu-se eronat că ceea ce este fals în legătură cu toți, este *a fortiori* fals în legătură cu unii. De exemplu, fiind fals că „Toate numerele prime sunt impare”, se trece cu ușurință la falsitatea propoziției subalterne „Unele numere prime sunt impare”. Acest tip de eroare nu este pur formală, ci se bazează în mare măsură pe gradul de cunoaștere într-un anumit domeniu, singurul care poate avertiza asupra faptului că există mai multe posibilități în ceea ce privește valoarea de adevăr a propoziției derivate.

Alte cazuri de dublă posibilitate sunt:



b) O tentație frecventă este **generalizarea pripită**: trecerea de la adevărul particularei la adevărul universalei, ceea ce constituie și o eroare în raționamentele inductive. De la observația că „Unii germani sunt blonzi” se trece la universală „Toți germanii sunt blonzi” sau dacă e adevărat că „Unii spanioli sunt bruneți” se crede că tot atât de adevărat e și că „Toți spaniolii sunt bruneți”.

c) Eroarea „**totul sau nimic**”. În raportul dintre universală afirmativă (de tip A) și contrara ei universal negativă (E) tentația mai frecventă este aceea de a trece de la falsul uneia la adevărul celeilalte — deși contrarele pot fi, în unele cazuri, false amândouă. Astfel, e fals că „Toate triunghiurile sunt patrulate” și e adevărat că „Nici un triunghi nu este patrulat”; e de asemenea fals că „Toate triunghiurile sunt echilaterale”, dar contrara ei „Nici un triunghi nu este

echilateral“ e, la rândul ei, falsă. Prin comiterea acestei erori se poate spune – și, din păcate unii o și cred cu toată convingerea – că, întrucât e fals că „Toți românii sunt harnici și cinstiți“, e adevărat că „Nici un român nu este harnic și cinstit“.

### 7.2.5. Erori în inferențele imediate cu propoziții categorice

Cele mai des întâlnite erori în efectuarea unor inferențe imediate cu propoziții categorice sunt legate de conversiune.

a) **Conversiunea simplă a propozițiilor universale afirmative.** Acest tip de conversiune este validă numai în cazurile (rare) în care între sferile subiectului și predicatului logic există un raport de identitate. Din propoziția „Orice număr divizibil cu 2 este par“ se poate infera că „orice număr par este divizibil cu 2“. În cele mai multe cazuri, însă, inversarea subiectului și a predicatului nu se poate realiza corect, deoarece sfera lui *S* reprezintă numai o parte din sfera lui *P*. Este adevărat că „Toți câinii sunt mamifere“, dar nu și că „Toate mamiferele sunt câini“; este adevărat că „Toate triunghiurile sunt poligoane“, dar nu este adevărat că „Toate poligoanele sunt triunghiuri“ etc.

Iată, spre ilustrare, câteva erori clasice de acest tip:

- *Eroarea fariseului*: întrucât sfinții fac plecăciuni cu fruntea în praf, șoptind rugăciuni fierbinți, toți aceia care se bat cu fruntea de țărână, rugându-se de zei, sunt niște sfinți.
- *Eroarea patriotului*: întrucât toți patrioții vorbesc cu venerație despre țara lor, toți aceia care vorbesc despre slava țării lor sunt patrioți.
- *Eroarea boemului*: întrucât artiștii duc o viață non-conformistă, toți aceia care adoptă un stil de viață non-conformist sunt artiști.

b) **Conversiunea propozițiilor particular negative** are, de asemenea, caracter accidental. Dacă este adevărat că „Unii studenți nu sunt sportivi“, se întâmplă – datorită raportului de încrucișare dintre sferile lui *S* și *P* – să fie tot adevărat că „Unii sportivi nu sunt sportivi“. Dar dacă sfera lui *S* este subordonată sferei lui *P*, conversiunea nu mai este posibilă. Este adevărat că „Unele mamifere nu sunt maimuțe“, dar nu-i adevărat că „Unele maimuțe nu sunt mamifere“; adevărat fiind că „Unele poligoane nu sunt patrulatere“, nu-i adevărat că „Unele patrulatere nu sunt poligoane“. Iată și alte exemple:

- Unele căsătorii nu se bazează pe afecțiunea dintre soți, deci o viață în doi fără afecțiune este mariaj.
- Unii oameni nu sunt profesori, deci și unii profesori nu sunt oameni! (un sofism similar se poate construi și despre studenți!).

### 7.2.6. Erori în silogismul categoric

Practic, nerespectarea oricăreia dintre legile generale ale silogismului generează câte o specie de sofisme; unele dintre ele au fost deja menționate și analizate în Capitolul 3.

a) **Eroarea termenului mediu nedistribuit** comite următoarea confuzie: întrucât noțiunile *X* și *Y* sunt specii ale aceleiași gen (având o proprietate comună) se consideră că sunt identice. Exemple:

Toate rațele înoată.  
Unii oameni înoată.  
-----  
Deci, unii oameni sunt rațe.

sau

Toți oamenii cinstiți critică administrația.  
Toți liberalii critică administrația.  
-----  
Deci, toți liberalii sunt oameni cinstiți.

sau

Toți americanii vorbesc englezește.  
Nelu Cuc din Călărași vorbește (aproximativ) englezește.  
-----  
Deci Nelu Cuc este (aproximativ) american.

Pe această eroare se bazează efectul reclamelor comerciale. „Toți oamenii de afaceri prosperi citesc «Wall Street Journal»“; rezultă oare de aici că oricine se apucă să citească ziarul respectiv este sau va ajunge un businessman de succes? „Toți marii campioni poartă încălțăminte Puma“; presupunând că Nelu Cuc „Americanul“ își cumpără aceiași pantofi, va fi el prin aceasta un mare campion?

b) **Eroarea majorului ilicit** ne este deja cunoscută; iată încă două ilustrări:

Toți caii beau apă.  
Nici un câine nu este cal.  
-----  
Nici un câine nu bea apă.

sau

Oamenii sunt mamifere.  
Maimuțele nu sunt oameni.  
-----  
Maimuțele nu sunt mamifere.

c) Ne-am mai întâlnit, de asemenea, și cu **eroarea minorului ilicit**; iată câteva exemple în plus:

Toți analfabeții ar trebui să învețe carte.

Papagalii sunt analfabeți.

Papagalii ar trebui să învețe carte.

sau

Orbii poartă ochelari negri.

Cârțițele sunt oarbe.

Cârțițele poartă ochelari negri.

sau

Nici o pasăre nu este vivipară.

Toate păsările sunt bipede.

Nici un biped nu e vivipar.

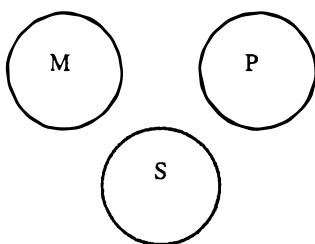
d) Una dintre legile generale ale silogismului face invalidă **deducerea unei concluzii din două premise negative**. În mod accidental, ne putem întâlni cu silogisme care nu respectă această regulă, fiind alcătuite numai din propoziții adevărate, însă concluzia nu decurge în mod necesar din premise. De exemplu:

Nici o reptilă nu este pasăre.

Nici un mamifer nu este reptilă.

Nici un mamifer nu este pasăre.

Toate propozițiile sunt adevărate, dar concluzia se poate afirma doar în virtutea faptului că, în mod întâmplător, sferile celor trei termeni se exclud între ele. Raporturile dintre termeni pot fi reprezentate astfel:



Acesta este însă un caz particular și deci concluzia decurge în mod contingent, silogismul nefiind valid.

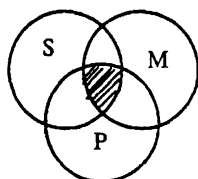
e) O altă lege generală a silogismului categoric invalidează o **concluzie extrasă din două premise particulare**. Și în cazul acestei legi putem întâlni cazuri de excepție, în care atât premisele, cât și concluzia – toate propoziții particulare – sunt adevărate, dar concluzia nu rezultă logic din premise, ci este întâmplător adevărată. De exemplu:

Unii studenți sunt sportivi.

Unii celibatari sunt studenți.

Unii celibatari sunt sportivi.

În acest silogism toate propozițiile sunt accidental adevărate, întrucât există între sferele celor trei termeni un triplu raport de încrucișare, care poate fi reprezentat astfel:



### 7.3. Erori de interpretare

Acest gen de erori sunt posibile datorită sensurilor multiple pe care le pot avea anumite cuvinte sau expresii ce fac parte din premisele și concluzia unui raționament. Din acest motiv, se mai numesc și **erori de echivocație**, principalele genuri fiind amfibolia, ambiguitatea, eroarea compoziției, eroarea diviziunii și eroarea accidentului. Deși aceste erori de interpretare își au sursa în imprecizia limbajului, ele nu sunt doar niște înlănțuiri de idei confuze și derutante, corectabile printr-un plus de rigoare semantică, ci argumente falacioase, care încalcă anumite reguli și principii logice. Cu alte cuvinte, chiar dacă la originea erorilor de interpretare stau anumite neclarități de *conținut*, de sens al termenilor și expresiilor, argumentele sofistice sunt invalide tot din punct de vedere *formal*, întrucât imprecizia exprimării favorizează abaterea de la corectitudinea schemelor inferențiale.

a) **Amfibolia** se produce atunci când, din cauza sintaxei defectuoase ori insuficient de precise, *înțelesul unor expresii* (nu al unor termeni) este confuz, dând naștere la interpretări contradictorii. Iată câteva exemple:

- O prevedere testamentară sună astfel: „Las nepoților mei Ion și Ilie un milion de lei“; nu se înțelege dacă suma se împarte între cei doi moștenitori, sau fiecare din ei primește întreaga sumă.
- Întrebat cu ce mijloc de transport va merge împreună cu colegii săi în excursie, Ionel răspunde: „Doamna profesoară ne-a spus că mergem până la Cozia, de aici la Păltiniș și pe urmă la Predeal cu autocarul.“ Nu e clar dacă întregul traseu ori numai ultima etapă se parcurge cu autocarul.

- Regele Cresus a întrebat oracolul din Delphi dacă să facă sau nu război cu perșii. I s-a răspuns: „dacă va face război cu perșii, Cresus va distruge un regat puternic“. Încurajat, Cresus a intrat în război și a fost înfrânt. Preoții sanctuarului s-au dezvinovățit, susținând că profeția s-a împlinit; din nefericire, nu în sensul dorit de Cresus, căci regatul distrus a fost al său.
- W. S. Jevons dă exemplul „de două ori doi plus trei“ – ceea ce poate însemna fie „(de două ori doi) plus trei“, adică  $(2 \times 2) + 3 = 7$ , fie „de două ori (doi plus trei)“, adică  $2 \times (2 + 3) = 10$ .

b) **Ambiguitatea** este o eroare foarte frecventă, care se bazează pe *polisemia termenilor* din care sunt alcătuite propozițiile înălțuite inferențial. Atunci când este ambiguu termenul mediu al unui silogism categoric, avem de-a face cu împătrirea termenilor (latinește *quaternio terminorum*) – numită astfel deoarece, în pofida aparenței pur verbale, silogismul cuprinde nu trei, ci patru termeni, astfel încât legătura dintre extremi realizată de către termenul mediu este cu totul exterioară, dacă nu chiar absurdă, precum în exemplul următor:

Capra este un animal ierbivor.

Vizitiul stă pe capră.

Vizitiul stă pe un animal ierbivor.

Câteodată, împătrirea termenilor nu este atât de strident absurdă. Dragan Stoianovici propune următorul exemplu:

Fenomenul infracțional din acest an este (se situează la nivel) normal.

Ceea ce este normal nu trebuie combătut.

Fenomenul infracțional din acest an nu trebuie combătut.

c) **Eroarea compoziției** se produce atunci când o proprietate constatată la fiecare din părțile unui întreg este atribuită și ansamblului ca atare. Se confundă astfel sensul colectiv cu cel distributiv al cuantorului «toți». O echipă sportivă alcătuită numai din jucători valoroși nu este, numai prin simpla însumare, un team performant. Sofistică este și deducerea fericirii generale din faptul că toți indivizii sunt (fiecare în felul lui) fericiți – argument invocat de John Stuart Mill.

d) **Eroarea diviziunii** se produce atunci când o noțiune colectivă, corect aplicată unei mulțimi de elemente, este aplicată incorect, în mod distributiv, fiecărui element în parte. Din faptul că administrația este, global vorbind, coruptă și ineficientă, nu rezultă că putem infera despre fiecare funcționar, luat individual, că este incompetent și corupt. Dacă arhitectura este o profesiune care solicită cultură, talent, originalitate etc., nu este de loc sigur că orice arhitect (mai precis, orice deținător al unei diplome de arhitect) posedă toate aceste calități. Această eroare stă chiar în miezul ideologiilor naționaliste, fasciste, rasiste: aderând la ideea (în sine falsă) că rasa ariană, să zicem, este global superioară tuturor celorlalte rase, orice neisprăvit, orice canalie se autoflatează întrucât, ca *german*,

se crede superior oricărui *evreu* – chiar dacă acesta s-ar numi Einstein, Freud, Bergson, Proust, Rubinstein, Menuhin etc.

e) **Eroarea accidentului** se bazează pe confuzia dintre proprietățile esențiale și cele accidentale, eludând distincția dintre ceea ce este adevărat în principiu (și în mod universal) și ceea ce ține de circumstanțe. Acest raționament vicios are două forme: directă și conversă.

- Numită în latinește *a dicto simpliciter ad dictum secundum quid* („de la expresia luată fără restricții la aceeași expresie, dar calificată”), eroarea directă constă în a considera că ceea ce este adevărat despre un lucru în general, este adevărat despre el și în anumite circumstanțe accidentale sau speciale. Este, cu alte cuvinte, o argumentare de la un caz general la unul particular, fără a se recunoaște factorii care particularizează. De exemplu: „Dacă nimeni n-ar trebui să parcheze aici, atunci n-ar trebui să parcheze nici mașina pompierilor, pentru stingerea incendiului.” Sau: „Dulciurile fac bine organismului întrucât sunt energizante; deci dulciurile fac bine și oamenilor bolnavi de diabet.”
- Eroarea conversă a accidentului – în latinește *a dicto secundum quid ad dictum simpliciter* („de la expresia calificată la aceeași expresie, dar luată fără restricții”) constă în a considera că ceea ce este adevărat despre un lucru în anumite circumstanțe speciale este la fel de adevărat în general. Este o eroare de omitere a unei precizări necesare. De exemplu: „Dacă în război este permis să ucizi, atunci întotdeauna este permis să ucizi”. Sau: „Morfina i-a făcut bine lui X, prin urmare morfina face bine oricui”.

## 7.4. Erori de relevanță

Erorile de relevanță se caracterizează prin faptul că nu se greșește în derivarea concluziei din premise, dar concluzia obținută nu este adecvată în raport cu scopul aparent al argumentării din diferite motive. De cele mai multe ori, concluzia valid întemeiată este alta decât teza de demonstrat, iar artificii sofistic urmărește să-l amețească pe interlocutor, făcându-l să accepte adevărul tezei, deși nu aceasta a fost demonstrată, ci o altă propoziție. Alteori demonstrația este irelevantă întrucât, deși corectă sub aspect pur formal, derivarea concluziei se bazează pe asumarea tacită a unor presupuziții eronate; în aceste cazuri, avem de-a face cu așa-numitele *erori de prezumție*. Formele cele mai frecvente de sofisme de relevanță sunt *petitio principii*, *ignoratio elenchi*, întrebarea complexă, și *argumentum ad consequentiam*.



### 7.4.1. Petitio principii

Se numește astfel orice raționament în care concluzia de demonstrat este introdusă (desigur, într-o formă disimulată) printre premise, generându-se astfel o circularitate corectă din punct de vedere formal, dar nulă sub aspect informațional sau argumentativ.

În acest fel, de exemplu, bigoții obtuși susțin că existența lui Dumnezeu este garantată de autoritatea Sfintei Scripturi, care este infailibilă întrucât conținutul său a fost dezvăluit prin revelație divină. Dogmatismul scolastic explica însușirea opiumului de a provoca somnolență prin posesia unei așa-numite „virtuți dormitive”.

După Aristotel există următoarele forme de *petitio principii*.

a) **A postula ceea ce este de dovedit**, atunci când una din premise este sinonimă cu concluzia ori atunci când predicatul uneia din premise este definit prin predicatul concluziei. Gheorghe Enescu oferă următoarele exemple:

Orice eveniment imprevizibil este fortuit.

Cutremurele sunt imprevizibile.

Orice eveniment imprevizibil este fortuit.

Contrar credinței populare că «fortuit» înseamnă «forțat», impus de o necesitate exterioară incontrollabilă, termenul derivă din Fortuna, șansa ori norocul și, lexical, este echivalent cu «imprevizibil», neașteptat, surprinzător. Din acest motiv, premisa minoră „Cutremurele sunt imprevizibile” este sinonimă cu concluzia „Cutremurele sunt fortuite” și, ca atare, ea nu poate servi drept argument. Întâlnim aici și așa-numitul *cerc vicios în demonstrație*, deoarece concluzia a fost deja presupusă în premisă.

Un alt exemplu: „Deoarece este rațională, această ființă poate efectua operații logice”. Prin definiție, noțiunea de «animal rațional» presupune capacitatea de a efectua operații logice și, prin urmare, premisa presupune deja concluzia.

b) **A postula în sens universal pentru a conchide ceva particular**. Multe argumente filosofice comit această eroare. De exemplu:

Orice lucru material ocupă un loc în spațiu.

Sufletul este spațial.

Sufletul este imaterial

sau

Orice substanță simplă (nedecompozabilă în părți alcătuitoare) este indestructibilă (nemuritoare)

Sufletul este simplu (nedecompozabil)

Sufletul este nemuritor

Nici premisa majoră, nici minora nu sunt dovedite, ci sunt doar niște postulate, de loc evidente și, pentru multă lume, chiar inacceptabile. Deși concluzia derivă logic din premise, adevărul acestora nefiind dovedit, nu avem de-a face cu o demonstrație reală, ci numai cu o construcție speculativă.

c) **A postula în sens particular ceea ce e de dovedit în sens universal.** Și această eroare se întâlnește frecvent în argumentarea filosofică. Thales din Milet, de exemplu, afirmă că „Sămânța din care se nasc toate vietățile este umedă, prin urmare toate lucrurile provin din apă“. Sau: „În comparație cu infinitul și eternitatea, omul este o cantitate neglijabilă; deci omul este un nimic, un zero existențial“. O idee postulată, deci nedovedită asupra unei situații particulare (originea ființelor vii sau omul în raport cu Ființa absolută) stă la baza unei concluzii universale; raționamentul este de două ori vicios – o dată pentru că premisa este un postulat și nu un adevăr dovedit, în al doilea rând pentru că particularul este ridicat la universal.

d) **A postula asupra unor cazuri ceea ce trebuie dovedit în mod universal.** De exemplu:

*X nu poate ridica această piatră.*

*Y nu poate ridica această piatră.*

---

Nimeni nu poate ridica această piatră

În acest caz se omite cazul colectiv; este posibil ca mai mulți oameni, cu forțe reunite, să ridice totuși acea piatră. Cel mult, ar fi rezonabilă concluzia că nici un om n-ar putea ridica piatra de unul singur, însă și aceasta ar fi o generalizare probabilă, în nici un caz o certitudine logic fundamentată, de vreme ce nu putem stabili adevărul ei printr-o inducție completă.

e) **A postula o premisă care presupune deja concluzia.** Această eroare se mai numește și *circulus in probando* (cerc în demonstrație). De exemplu: „Toți oamenii pot comunica prin propoziții deoarece gândesc logic“. Propoziția „gândesc în mod logic“ presupune prin definiție capacitatea de comunicare prin intermediul propozițiilor; ca să putem dovedi că oamenii gândesc în mod logic este necesar să probăm printre altele că ei „pot comunica prin intermediul propozițiilor“.

### 7.4.2. Ignoratio elenchi

Se numesc *ignoratio elenchi* („ignorarea tezei de demonstrat“) o mulțime foarte variată de erori care se comit atunci când, în locul propoziției care trebuie dovedită sau infirmată, se aduc argumente apte să susțină ori să contrazică o altă propoziție. Sofismele de acest tip se bazează pe disimularea confuziei dintre cele două propoziții, astfel încât cel păcălit să accepte teza adversarului, deși acesta a dovedit, în locul ei, altceva. Iată câteva dintre variantele mai frecvent întâlnite ale acestor erori de relevanță.

a) Argumentul *ad hominem* (sau „atacul la persoană“) este destul de banal în disputele din viața cotidiană, dar nu lipsește nici din dezbaterile parlamentare sau din pledoariile juridice. A argumenta *ad hominem* înseamnă a eluda ideile cuiva făcând considerații favorabile sau defavorabile despre persoana celui care a emis ideile în discuție. Oricâte elogii (chiar întemeiate) s-ar aduce cuiva, aceasta nu dovedește că persoana respectivă nu ar putea să emită și idei false; similar, oricâte imputări s-ar putea aduce caracterului și faptelor anterioare ale unui om, oricât de ridicolă i-ar fi înfățișarea, oricât de dezordonată i-ar fi viața familială etc., aceasta nu dovedește cătuși de puțin falsitatea oricărei teze susținute de către acel om. Nu rareori, în disputele politice, adversarul este atins în reputația sa pentru a-i fi discreditat programul și inițiativele politice – chiar dacă acestea se susțin cu argumente rezonabile. Tot astfel, avocații sau acuzatorii publici încearcă să contracareze martorii incoizi nu combătând mărturiile lor, ci distrugându-le credibilitatea prin argumente *ad hominem*.

Atacul la persoană apare în argumentare în două forme principale.

- În argumentul *ad hominem* personal sau abuziv, argumentul oponentului este atacat pe temeiul că acesta are un caracter imoral, fiindu-i subminată mai ales sinceritatea, credibilitatea sau competența de a se pronunța asupra chestiunii disputate.
- În argumentul *ad hominem* circumstanțial, se susține că situația de fapt și comportamentul oponentului îi contrazice propriul argument, la modul „Nu practici tu însuși ceea ce predici“. Atacul circumstanțial impută o inconsistență pragmatică, în vreme ce argumentul abuziv este un atac direct la persoană.

Argumentarea *ad hominem* poate fi în multe cazuri rezonabilă; între anumite limite, de exemplu, în procese este legitimă punerea în discuție a caracterului și credibilității unui martor. Însă acest tip de argumentare este cu totul neprincipială dacă este împinsă prea departe ori dacă se folosește în contexte nepotrivite. De exemplu, într-o dezbateră științifică, atacarea caracterului unui om de știință, pentru a-i submina credibilitatea teoriilor sale, este cu totul în afara unui discurs acceptabil.

b) *Argumentum ad baculum* („sofismul bastonului“) se numește încercarea de a impune cuiva o idee (sau renunțarea la o idee proprie) folosind amenințarea fățișă sau aluzivă. E vorba, în fond, de un șantaj atunci când i se cere cuiva să-și țină gura ori să susțină o teză în care nu crede, amintindu-i-se cui datorează poziția socială de care beneficiază sau ce consecințe neplăcute ar avea împotrivirea față de... Iată un exemplu celebru din sfera relațiilor internaționale, un caz de «real Politik»: la Ialta, în discuțiile dintre cei „trei mari“, Churchill comunică lui Stalin și Roosevelt că Papa a sugerat un anumit mod de acțiune, nefiind de acord cu alte soluții. La care Stalin ar fi reacționat întrebând: „Dar câte divizii gata de luptă ziceți că are Papa?“

Apelul la amenințarea cu forța sau cu sancțiuni poate fi chiar legitim în cadrul unor negocieri, în special atunci când amenințarea este exprimată sub forma unui avertisment, de genul: „Dacă nu satisfaceți aceste revendicări, sindicatul nostru va declanșa greva“. Dar în contextul unei discuții critice sau al unei dezbateri teoretice, încercarea de a bloca discuția prin amenințări constituie un procedeu incorect.

c) *Argumentum ad verecundiam* (sau „argumentul autorității“) înseamnă a invoca drept argument pro sau contra unei idei opiniile unor «autorități» oficial consacrate sau aflate în grațiile opiniei publice. Acest tip de argument a fost denumit ca atare de către John Locke, care spune că îl folosim atunci „când cităm opiniile oamenilor ale căror facultăți intelectuale, cultură, distincție, putere sau alte cauze i-au făcut să-și câștige un nume și să-și stabilească cu oarecare autoritate reputația în ochii oamenilor.“<sup>8</sup>

Maxima acestui mod neconcludent de argumentare este celebrul „Magister dixit!“ Respingerea acestei erori nu înseamnă contestarea oricărei autorități. În lumea de azi, tot mai complexă și mai specializată, opinia «experților» este tot mai adesea indispensabilă. Trebuie conștientizat însă faptul că opinia autorității într-un anumit domeniu este un criteriu practic de orientare pentru profani, însă nu un temei al indiferent cărei afirmații; adevăratul specialist își probează competența întrucât el își poate susține opiniile cu argumente solide. Eroarea se amplifică întristător atunci când se adaugă și un transfer de autoritate, considerându-se, de pildă, că opiniile unui strălucit savant sunt inatacabile nu numai în domeniul său de specialitate, ci și în artă, sport sau politică. Mult mai frecvent se întâmplă, din păcate, că opiniile despre nu importă ce ale politicienilor sau ale jurnaliștilor «autodidacți», ale starurilor de cinema sau ale fotbaliștilor devin, cel puțin pentru admiratorii lor (și aceștia sunt cum sunt, dar mulți!) literă de evanghelie.

O variantă poate fi considerat *argumentum multitudinis* – invocarea faptului că o mare majoritate de oameni susțin o anumită convingere. Aici se invocă o autoritate «statistică», pornindu-se de la presupuziția că majoritatea nu se poate înșela. Dacă argumentul ar fi valid, am crede încă și astăzi că Pământul este plat și fix în centrul Universului, că rănilor trebuie pansate cu pământ și că nu e bine să pornim la drum cu stângul, marșea și după ce ne-a tăiat calea o pisică neagră. În sprijinul acestui gen de sofisme se citează, cel mai adesea, tot felul de maxime, proverbe și zicători populare.

d) *Argumentum ad populum* este chiar specialitatea politicienilor, constând în obținerea asentimentului pentru o idee nu în virtutea unor demonstrații riguroase și nu pe baza unor fapte indubitabile, ci exploatarea sentimente, preferințe sau prejudecăți larg răspândite. Convingerea nu se obține prin argumente, ci prin persuasiune, «gâdilând coarda sensibilă» a unui auditoriu cu reacții previzibile și stereotipe. Dacă intervine și exploatarea (astăzi din ce în ce mai profesionistă) a

<sup>8</sup> John Locke, *Eseu asupra intelectului omenesc*, (IV, XVII, 19) trad. rom. T. Voiculescu, Ed. Științifică, București, 1961, vol. II, p. 296

mecanismelor psihicului colectiv (empatia, contagiunea afectivă, simboluri arhetipale etc.), delirul și isteria, complexe și resentimentele decid de partea cui este «dreptatea» și «adevărul».

e) *Argumentul ad ignorantiam* constă în a susține că o afirmație este adevărată numai pentru că nu s-a putut dovedi că afirmația respectivă este falsă – ori, invers, că o idee este falsă numai pentru că nu s-a dovedit adevărul ei. Cineva se poate încăpățâna să susțină că în anul 2000 se va petrece sfârșitul lumii numai pentru că nimeni nu ar fi în stare să demonstreze în mod irefutabil absoluta imposibilitate a catastrofei. Alții sunt ferm convinși că nu există viață și civilizații extraterestre de vreme ce nu s-a putut (încă) dovedi în mod cert existența lor.

f) *Argumentum ad misericordiam* sau invocarea milei abate atenția de la stabilirea faptelor și a valorii intrinseci ale unei persoane, solicitând clemență în virtutea unor circumstanțe înduioșătoare. Este o tactică pe care o adoptă adesea avocații atunci când nu pot respinge acuzațiile aduse clientului; recunoscându-se vinovăția acuzatului, se solicită judecătorului bunăvoință în acordarea pedepsei, întrucât potențialul condamnat are o familie numeroasă, poate fi util comunității din varii puncte de vedere, este un simbol exemplar al unei categorii sociale, etnice, rasiale, religioase, a acționat în numele unei cauze nobile etc.

g) *Argumentum ex silentio* („argumentul prin trecere sub tăcere“). Se consideră că din moment ce o anumită teză A nu este negată în mod explicit, înseamnă că ea a fost acceptată – ceea ce poate fi valabil într-un anumit formalism judiciar, dar nu este cătuși de puțin o dovadă relevantă asupra credibilității tezei în contextul dezbaterii; o teză poate fi acceptată în mod tacit fie din neatenția interlocutorilor, fie din teama lor de a contrazice o autoritate superioară, fie de jenă sau indiferent din ce alte motive de ordin psihologic și pragmatic, total neconcludente sub aspect logic.

### 7.4.3. Întrebarea complexă

*Sofismul întrebării complexe* se produce atunci când se pune o întrebare ce presupune un răspuns subînțeles la o altă întrebare care nu a fost rostită în mod explicit, ci este numai sugerată insidios. Leonard Gavriliu semnalează din literatura anglo-saxonă câteva exemple edificatoare. „Îl veți lăsa pe inculpat în libertate, când soția și copilul dumneavoastră ar putea fi următoarea lui victimă?“ Această întrebare, cu efect emoțional foarte puternic, presupune că la o altă întrebare, tacită, și anume: „Este acuzatul vinovat?“ s-a și dat un răspuns afirmativ – or tocmai aceasta este chestiunea în dezbateri judiciară. Într-un alt proces, al unui oarecare Jason, suspect de trafic cu droguri, acuzatorul îi pune acuzatului următoarea întrebare: „Te mai întâlnești cu acel grup de degenerați care își fac de cap la spelunca Pinball Heaven?“ Ceea ce, aparent, constituie o singură întrebare, la care se solicită un răspuns monosilabic, «da» sau «nu», ascunde în fapt cel puțin

trei aspecte care ar trebui elucidate: (i) că un grup de degenerați își fac de cap la spelunca cu pricina; (ii) că Jason obișnuia să-și petreacă timpul cu acei indivizi; (iii) că Jason încă mai este în cârdășie cu acea gașcă de derbedei.<sup>9</sup>

#### 7.4.4. Argumentum ad consequentiam

Acest tip de argument este un sofism destul de complex, care încearcă să susțină ori să respingă o idee invocând retoric presupuse consecințe logice ale tezei sau ale negației sale. Sofismul se produce o dată prin asertarea unor consecințe care nu decurg neapărat logic din ideea pusă în dezbatere și se amplifică prin exploatarea persuasivă a impactului emoțional asupra auditoriului al acestor presupuse consecințe.

Așa se susține, de exemplu, teoria «pedagogică» la modă cu câteva decenii prin Occident și care, în pofida efectelor dezastruoase, se urmărește a fi aplicată și la noi. «Ideea» este următoarea: dacă profesorii sunt serioși, severi și exigenți, bieții copii vor face eforturi spre a corespunde cerințelor și, învățând cu efort, vor rămâne toată viața dezgustați de învățătură, care ar avea asupra lor un efect traumatizant; e bine, deci, să practicăm învățarea ca joc sau chiar, mai bine, ca joacă, astfel încât copiii să vină cu drag la școală, chiar dacă acolo nu învață practic nimic.

Am auzit pe alții argumentând că dacă s-ar combate eficient fumatul, oamenii s-ar apuca serios de băutură, căci omul – se postulează fără nici un temei – trebuie să aibă și el un viciu, acolo, că doar nu suntem cu toții sfinți.

### 7.5. Paradoxe sau antinomii

Vom încheia prin câteva sumare precizări în legătură cu paradoxele. Numite câteodată și antinomii, paradoxele nu sunt erori în sensul obișnuit, folosit în paragrafele anterioare. Eronat este numai abuzul de acest termen, comis în mod curent în limbajul vieții cotidiene. Aceeași conștiință comună care debitează maxime precum „Excepția întărește regula” (când, de fapt, o singură excepție desființează orice regulă ca enunț universal), vede paradoxe la tot pasul: tot ceea ce nu se potrivește cu schemele noastre explicative, tot ceea ce ne contrariază și ne deșcumpănește este calificat drept «paradoxal». Dacă un imbecil ajunge academician, e paradoxal; la fel dacă un geniu este umilit și disprețuit de contemporanii lui cei mai apropiați. Paradoxală e situația unei țări bogată în resurse, dar în care oamenii abia supraviețuiesc în mizerie; baba frumoasă și copilul cuminte – paradoxal! paradoxal! etc.

<sup>9</sup> Leonard Gavrilu, *Mic tratat de sofistică*, Ed. IRI, București, 1996, p. 139-140

În realitate, paradoxele nu se întâlnesc chiar atât de ușor și în legătură cu nu importă ce. În sens strict, se înțelege prin *paradox* (sau antinomie) o contradicție formală între două propoziții (fie acestea  $p$  și  $q$ ) care se neagă, dar se și implică reciproc – astfel încât acceptând oricare dintre ele, din propoziția acceptată decurge cu necesitate și cealaltă, care o contrazice. Simbolic,

$$p \leftrightarrow \neg q, p \Rightarrow q \text{ și } q \Rightarrow p.$$

Într-o primă accepțiune, pur logică, paradoxele sunt contradicții formale, demonstrate într-un sistem axiomatic, ceea ce probează inconsistența sistemului și necesitatea reconstrucției sale. Într-un al doilea sens, logico-epistemologic, paradoxele sunt contradicții formale irezolvabile cu mijloacele de care dispune știința la un moment dat.

Prin urmare, prin definiție *adevăratele paradoxe nu au soluție*: contradicția este de nedepășit. Atunci când mecanismul contradicției poate fi demontat, găsindu-se o modalitate de înțelegere și de evitare a contradicției, avem de a face cu *pseudo-paradoxe*: acestea au soluție, chiar dacă este inaparentă și uneori greu de descoperit.

Am văzut, de pildă, că propozițiile condiționale, tratate ca funcții de adevăr, sunt false numai atunci când dintr-un antecedent adevărat decurge o consecință falsă; în restul cazurilor posibile, propoziția compusă condițională se consideră adevărată. Astfel, falsul implică orice, iar adevărul rezultă din orice. Formal, sunt adevărate următoarele propoziții compuse:

- (1) „Dacă  $2 \times 2 = 5$ , atunci Bucureștiul este un oraș curat.“
- (2) „Dacă Bucureștiul este un oraș curat, atunci mercurul este unicul metal lichid.“

Deși sunt cunoscute drept *paradoxe ale implicației materiale*, aceste bizarerii nu sunt paradoxe, ci expresii artificios construite, care extind în mod nepermis regulile pur formale la implicațiile de sens; adevărul acestora din urmă presupune o legătură necesară între informația pe care o exprimă cele două propoziții atomice componente. Fără a intra în detaliile complicate ale unei analize aprofundate a paradoxelor, prezentăm numai spre ilustrare câteva dintre cele mai cunoscute paradoxe.

Neîndoielnic, cel mai faimos este *paradoxul mincinosului*, pe care tradiția îl atribuie cretanului Eubulide. Acesta ar fi spus: „Când spun «eu acum mint», mint sau nu?” Într-o altă formulare: „Cretanul Eubulide spune că «Toți cretanii mint»“. Când face această afirmație, minte sau spune adevărul? Dintre numeroasele formulări ulterioare să o mai menționăm și pe aceea a lui Buridan: „Propoziția scrisă pe această foaie este falsă“. Cititorul va descoperi ușor, fără comentarii, că oricum ar interpreta, nu se poate evita contradicția.

*Pradoxul mulțimilor normale* (formulat de către Russell în 1903). Unele mulțimi se conțin pe ele însele ca element ( $M \in M$ ), altele nu ( $M \notin M$ ). De exemplu, mulțimea non-creioanelor este ea însăși un non-creion, deci se conține pe

sine ca element – pe când mulțimea merelor nu este ea însăși un măr, deci nu se conține pe sine ca element. Mulțimile pentru care este adevărat  $M \notin M$  se numesc *normale*, iar cele pentru care este adevărat  $M \in M$  se numesc *nenormale*. Presupunem că orice mulțime face parte fie din clasa celor normale, fie din clasa celor nenormale; altfel spus, pentru orice mulțime  $M$  are loc relația  $(M \in M) + (M \notin M)$ . Formăm apoi mulțimea tuturor mulțimilor normale, pe care o notăm cu  $N$ . Conceptul acestei mulțimi este antinomic. Fie supoziția  $S_1$ :  $N \in N$ , adică  $N$  este element al mulțimii tuturor mulțimilor normale, având deci proprietatea acestora de a nu se conține – fie supoziția  $S_2$ :  $N \notin N$ , adică  $N$  nu este element al mulțimii tuturor mulțimilor normale, deci nu are proprietatea acestora, aceea de a nu se conține – deci  $N \in N$ .

Tot Russell a formulat și *paradoxul impredicabilului*. Unele noțiuni care exprimă anumite proprietăți se pot atribui lor însele – și acestea se numesc *predicabile*; alte noțiuni exprimă proprietăți care nu se pot atribui lor însele – acestea sunt *impredicabile*. De exemplu, proprietatea de „a fi concret” este o abstracțiune și, ca atare, impredicabilă; în schimb, proprietatea de „a fi abstract”, fiind abstractă, este predicabilă. Să notăm cele două proprietăți „Pred” și „Imp”. Pentru orice proprietate  $x$  are loc:  $Pred(x) + Imp(x)$ . Cum este proprietatea „Imp(x)” – predicabilă sau impredicabilă? Fie supoziția  $S_1$ :  $Pred(Imp)$ , adică termenul „impredicabil” este predicabil despre sine, deci  $Imp(Imp)$ , fiind impredicabil. Fie supoziția  $S_2$ :  $Imp(Imp)$ , adică termenul „impredicabil” este impredicabil, se aplică sieși, deci este predicabil; așadar, consecința este  $Pred(Imp)$ .

*Paradoxul bărbierului* (Russell, 1919). Într-un sat, un bărbier rade pe toți locuitorii satului care nu se rad singuri. Ce face bărbierul – se rade sau nu pe el însuși? Dacă se rade, ar trebui să facă parte dintre cei care nu se rad singuri – iar dacă nu se rade, atunci se include în clasa celor pe care ar trebui să-i radă. Problema se poate pune și în termeni decizionali, rezultând că hotărârea bărbierului de a-i rade pe toți locuitorii satului care nu se rad singuri nu poate fi luată în mod rezonabil, întrucât este absurdă.

Un paradox pur decizional este faimoasa *dilemă a crocodilului*. Furând un copil, crocodilul îi spune tatălui acestuia: „Îți dau copilul dacă ghicești ce voi face – ți-l dau ori nu ți-l dau”. Răspunsul tatălui paralizează orice acțiune a crocodilului: „Nu mi-l vei da”. Dacă fiara nu redă copilul, tatăl a ghicit, și atunci trebuie să-și recapete copilul; dacă însă crocodilul dă copilul înapoi, atunci tatăl nu a ghicit, iar crocodilul își contrazice spusele.

\*

Gândirea comună își poate vedea în liniște de numeroasele sale „paradoxe”, pe care o analiză atentă le poate demonta cu relativă ușurință. Domeniul în care paradoxele reprezintă cu adevărat o problemă de maximă gravitate este gândirea teoretică – știința și filosofia. În dezvoltarea acestora, descoperirea paradoxelor inerente unui sistem axiomatic constituie în același timp un simptom de criză, dar și un puternic stimulent în direcția unor descoperiri și inovații metodologice revoluționare.



# SOLUȚIILE EXERCITIILOR

## Capitolul 2

### 2. 12 / pag. 53

- ( $\alpha$ )  $\neg p \wedge q \vee r \leftrightarrow q \rightarrow \neg p$ ; (b)  $\neg(p \rightarrow \neg q) \vee (r \wedge \neg p) \rightarrow \neg s$ ;  
 (c)  $\neg((\neg p \rightarrow (q \vee r) \wedge (p \leftrightarrow r \wedge \neg s))$

### 2. 13 / pag. 57 – 58

#### Ex. 1

- (a)  $(p + q) \rightarrow [\neg r \wedge (s + t)]$ ; (b)  $[(p \wedge q) + (r \wedge s)] \wedge (\neg t \vee \neg u)$ ;  
 (c)  $[(p \vee q) \wedge r] \rightarrow (s + t)$

#### Ex. 2

		H <sub>1</sub>	H <sub>2</sub>	H <sub>3</sub>
(a)	$(p + q) \rightarrow r$	1	0	1
(b)	$(\neg p \wedge q) \rightarrow r$	1	0	1
(c)	$p + (r \wedge q)$	1	0	0
(d)	$\neg p \wedge \neg q \wedge r$	0	0	0
(e)	$r \rightarrow (p \wedge \neg q)$	1	1	1

H <sub>1</sub>	$p = 1$ ;	$q = 0$ ;	$r = 1$
H <sub>2</sub>	$p = 0$ ;	$q = 1$ ;	$r = 0$
H <sub>3</sub>	$p = 0$ ;	$q = 0$ ;	$r = 0$

**Ex. 3**

(a) 1; (b) 1; (c) 1; (d) 0.

**Ex. 4**

(a)  $(q \vee r)$  poate fi falsă numai dacă  $q = 0$  și  $r = 0$ ; cum  $p \leftrightarrow q$ , rezultă că  $p = 0$ ; (b) dacă  $(p \leftrightarrow \neg q)$  este adevărată, atunci neapărat sau  $p$  sau  $q$  este adevărată; deci formula  $(p \vee q)$  este în orice caz adevărată; valoarea formulei  $(p \vee q) \rightarrow r$ , având antecedentul adevărat, depinde de valoarea lui  $r$ : este adevărată dacă  $r = 1$ , este falsă dacă  $r = 0$ ; (c)  $(p \rightarrow q)$  poate fi falsă numai dacă  $p = 1$  și  $q = 0$ ; în acest caz, valoarea disjuncției  $(q \vee r)$  depinde de  $r$ : este adevărată dacă  $r = 1$ , este falsă dacă  $r = 0$ .

**2. 15 / pag. 63**

**Ex. 1**

(a), (b), (c) contingente; (d) tautologie.

**Ex. 2**

(a), (b), (f) contingente; (e) tautologice; (d), (g) inconsistente.

**2. 16 / pag. 67**

**Ex. 1; Ex. 2**

Tautologii.

**Ex. 3**

Inconsistentă.

**Ex. 4; Ex. 5**

Contingente.

**2. 18 / pag. 76**

**Ex. 2**

(a), (c) contingente; (b), (d) tautologice; (e) inconsistentă.

**Ex. 3**

(1), (2) și (4) sunt logic echivalente cu formula  $(p \wedge q) \rightarrow r$ ; (3) este logic echivalentă cu formula  $(p \vee q) \rightarrow r$ .

**Ex. 4**

(a), (e), (f) contingente; (b), (c), (d) tautologii.

**2. 20 / pag. 80 – 81****Ex. 1**

Formalizate, expresiile sunt:

(a)  $(p \wedge q) \rightarrow r$ ; (b)  $p \rightarrow (\neg r \rightarrow \neg q)$ ; (c)  $\neg(p \wedge q) \leftrightarrow r$ ; (d)  $p \wedge q \wedge \neg r$ ; prin tabele de adevăr se determină următoarele relații logice: (a) și (b) sunt logic echivalente; (a), (b) și, respectiv, (d) sunt reciproc inconsistente; (d) implică logic (c).

**Ex. 2**

Formalizat, raționamentul este:  $(p \vee \neg q) \wedge (r \rightarrow \neg p) \Rightarrow (q \rightarrow \neg r)$ . Prin tabele de adevăr, se demonstrează că premisele implică logic concluzia (pe liniile 2, 7 și 8 ambele premise au valoarea 1, idem concluzia).

**Ex. 3**

Formalizate, cele trei declarații arată astfel: (i)  $q \wedge \neg r$ ; (ii)  $p \rightarrow r$ ; (iii)  $\neg r \wedge (p \vee q)$ ; din tabelul de adevăr rezultă imediat soluțiile: (a) da — linia 6; (b) (iii) decurge logic din (i); (c) (i) și (iii) sunt false, (ii) este adevărată; (d) Brown, Smith sunt nevinovați; Jones este vinovat.

**Ex. 4**

Toate raționamentele sunt valide.

**2. 22 / pag. 89 - 90****Ex. 1**

a)	(1)	1. $p \rightarrow q$	P
	(2)	2. $p \wedge r$	P
	(3)	3. $\neg q \vee s$	P
	(4)	4. $s \rightarrow \neg t$	P
<hr/>			
	(2)	5. $p$	2 (S)
	(1, 2)	6. $q$ ( $\neg \neg q$ )	1, 5 (PP)
	(1, 2, 3)	7. $s$	3, 6 (TP)
	(1, 2, 3, 4)	8. $\neg t$	4, 7 (PP)

b)	(1)	1. $\neg p \rightarrow q$	P
	(2)	2. $q \rightarrow r$	P
	(3)	3. $r \rightarrow \neg s$	P
	(4)	4. $\neg s \rightarrow (t \vee u)$	P
	(5)	5. $(t \vee u) \rightarrow v$	P
	<hr/>		
	(6)	6. $\neg p$	$P_s$
	(1, 2, 3)	7. $\neg p \rightarrow \neg s$	1, 2, 3 (SI)
	(1, 2, 3, 6)	8. $\neg s$	7, 8 (PP)
	(1, 2, 3, 4, 6)	9. $t \vee u$	4, 8 (PP)
	(1, 2, 3, 4, 5, 6)	10. $v$	5, 9 (PP)
	(6, 10)	11. $\neg p \rightarrow v$	6, 10 (Cd)
c)	(1)	1. $p \vee q$	P
	(2)	2. $q \rightarrow (r \wedge s)$	P
	(3)	3. $t \vee \neg r$	P
	<hr/>		
	(4)	4. $\neg p$	$P_s$
	(1, 4)	5. $q$	1, 4 (TP)
	(1, 2, 4)	6. $r \wedge s$	2, 5 (PP)
	(1, 2, 4)	7. $r$ ( $\neg \neg r$ )	6 (S)
	(1, 2, 3, 4)	8. $t$	3, 7 (TP)
		9. $\neg p \rightarrow t$	4, 8 (Cd)
	<hr/>		
d)	(1)	1. $s \vee \neg t$	P
	(2)	2. $\neg r \rightarrow t$	P
	(3)	3. $q \rightarrow \neg r$	P
	(4)	4. $(s \vee p) \rightarrow r$	P
	<hr/>		
	(2, 3)	5. $q \rightarrow t$	2, 3 (SI)
	(5)	6. $q$	$P_s$
	(2, 3, 5)	7. $t$ ( $\neg \neg t$ )	5, 6 (PP)
	(1, 2, 3, 5)	8. $s$	1, 7 (TP)
	(1, 2, 3, 5)	9. $s \vee p$	8 (Ad)
	(1, 2, 3, 4, 5)	10. $r$	4, 9 (PP)
		11. $q \rightarrow r$	6, 10 (Cd)

**Ex. 2**

Da; formalizat, raționamentul și demonstrația:

(1)	1. $p \rightarrow q$	P
(2)	2. $r \rightarrow p$	P
(3)	3. $\neg q$	P
<hr/>		
(1, 2)	4. $r \rightarrow q$	1, 2 (SI)
(1, 2, 3)	5. $\neg r$	3, 4 (TT)

**Ex. 3**

Da; raționamentul și demonstrația sunt:

(1)	1. $\neg p \rightarrow (q \rightarrow r)$	P
(2)	2. $q \wedge \neg r$	P
<hr/>		
(2)	3. $\neg(q \rightarrow r)$	2 (L.6)
(1, 2)	4. $\neg \neg p$ (p)	1, 3 (TT)

**Capitolul 3****3. 10 / pag. 120****Ex. 2**

Presupunem că  $SiP = 0$ ;  $SoP = 0$ . Rezultă, conform raportului de contradicție, că  $SaP = 1$  și  $SeP = 1$ , ceea ce contrazice definiția raportului de contrarietate.

**3. 12 / 127 - 128****Ex. 1**

a) Notând  $S =$  „număr impar” și  $P =$  „pătrat impar”, avem următoarea secvență de transformări logice:

$$SaP \rightarrow Se \neg P \rightarrow \neg P \wedge S \rightarrow \neg P \wedge S$$

Revenind la limbajul natural, contrapusa parțială este: „Nici un pătrat impar nu este (pătratul unui număr) par”, iar contrapusa totală este: „Toate pătratele pare sunt pătratele unor numere pare”.

b) Procedând identic, se obțin: „Unii necăminiști sunt bursieri“; „Unii necăminiști nu sunt nebursieri“.

### Ex. 2

Notăm  $S =$  „cristale“,  $P =$  „solide“; simbolic, propozițiile date sunt:

(a)  $SaP$ ; (b)  $PoS$ ; (c)  $\neg SoP$ ; (d)  $SeP$ ; (e)  $SiP$ ; (f)  $\neg PoS$ ; (g)  $PaS$ . Efectuăm toate transformările posibile ale fiecărei propoziții date și stabilim raporturile de opoziție sau de echivalență logică acolo unde este cazul.

### Ex. 3

Simbolic, propozițiile date sunt: (1)  $Aa\neg B$ ; (2)  $\neg A i B$ ; (3)  $\neg A e B$ ;

(4)  $A i B$ . Efectuând inferențe imediate, pentru a stabili toate transformările posibile, depistăm variantele care satisfac condiția (același subiect / predikat logic).

$$(1) Aa\neg B \rightarrow \neg BiA \rightarrow \neg Bo\neg A;$$

$$Aa\neg B \rightarrow AeB \rightarrow BeA \rightarrow Ba\neg A \rightarrow \neg AiB \rightarrow \neg Ao\neg B;$$

$$(2) \neg AiB \rightarrow Bi\neg A \rightarrow BoA;$$

$$\neg AiB \rightarrow \neg Ao\neg B;$$

$$(3) \neg AeB \rightarrow Be\neg A \rightarrow BaA \rightarrow AiB \rightarrow Ao\neg B;$$

$$\neg AeB \rightarrow \neg Aa\neg B \rightarrow \neg Bi\neg A \rightarrow \neg BoA;$$

$$(4) AiB \rightarrow BiA \rightarrow Bo\neg A;$$

$$AiB \rightarrow Ao\neg B.$$

Soluții:  $BeA$ ;  $BoA$ ;  $BaA$ ;  $BiA$  sau  $Ba\neg A$ ;  $Bi\neg A$ ;  $Be\neg A$ ;  $Bo\neg A$ . Se vede că între cele patru propoziții există toate raporturile din pătratul logic.

### Ex. 4

Notăm  $S =$  „acțiune umană“,  $P =$  „acțiune justificabilă“. Efectuăm, prin inferențe imediate, toate transformările posibile ale propozițiilor date și depistăm relațiile logice:

$$(1) \neg SaP \rightarrow \neg Pi\neg S \rightarrow \neg PoS;$$

$$\neg SaP \rightarrow \neg SeP \rightarrow Pe\neg S \rightarrow PaS \rightarrow SiP \rightarrow So\neg P;$$

$$(2) \neg Pa\neg S \rightarrow \neg SiP \rightarrow \neg SoP;$$

$$\neg Pa\neg S \rightarrow \neg PeS \rightarrow Se\neg P \rightarrow SaP \rightarrow PiS \rightarrow Po\neg S;$$

$$(3) Po\neg S \rightarrow PiS \rightarrow SiP \rightarrow So\neg P;$$

$$(4) Pe\neg S \rightarrow \neg SeP \rightarrow \neg SaP \rightarrow \neg Pi\neg S \rightarrow \neg PoS;$$

$$Pe\neg S \rightarrow PaS \rightarrow SiP \rightarrow So\neg P;$$

$$(5) \neg So\neg P \rightarrow \neg SiP \rightarrow Pi\neg S \rightarrow PoS;$$

$$(6) So\neg P \rightarrow SiP \rightarrow PiS \rightarrow Po\neg S;$$

$$(7) Pi\neg S \rightarrow \neg SiP \rightarrow \neg So\neg P;$$

$$Pi\neg S \rightarrow PoS.$$

Relațiile logice sunt:  $(1) \leftrightarrow (4)$  și  $(1) \rightarrow (6)$ ;  $(2) \rightarrow (3)$ ;  $(3) \leftrightarrow (6)$ ;  $(4) \rightarrow (6)$ ;  $(5) \leftrightarrow (7)$ . De aici se extrag mai departe consecințele. În plus, având în vedere și raporturile de opoziție, se pot evidenția și alte derivări posibile; de exemplu:

$\neg S$  a  $\neg P$   $\rightarrow$   $\neg S$  e  $P$   $\rightarrow$   $P$  e  $\neg S$ , din care derivăm subalternă  $P$  o  $\neg S$ , adică  $(1) \rightarrow (3)$  etc.

### 3. 18 / pag. 153

#### Ex. 1

Demonstrație prin reducere la absurd. Fie *ipoteza* H: dintr-o premisă univ.-sală și una particulară se poate deriva o concluzie universală; ipoteze subsec-vente:

H<sub>1</sub> *ambele premise negative*; se respinge conform L.4;

H<sub>2</sub> *ambele premise afirmative* (A + I); consecințe:

1. necesar M<sub>+</sub> (L.1)
2. concluzia afirmativă (L.3)
3. concluzia este universal afirmativă: SaP (H)
4. în concluzie, S<sub>+</sub>
5. necesar S<sub>+</sub> și în premisa minoră (L.2)
6. în premise există un singur termen distribuit (subiectul universalei)  
în premise trebuie să fie distribuiți doi termeni (M și S)

H<sub>3</sub> *o premisă afirmativă și una negativă* (A + O) sau (E + I); consecințe:

1. în cele două premise există doi termeni distribuiți (subiectul universalei și predicatul negativei)
2. concluzia negativă (L.5)
3. concluzia este universal afirmativă: SeP (H)
4. în concluzie, S<sub>+</sub> și P<sub>+</sub>
5. necesar S<sub>+</sub>, P<sub>+</sub> și în premise (L.2)
6. necesar M<sub>+</sub> (L.1)
7. sunt necesari trei termeni distribuiți în premise, dar nu se pot distribui decât doi.

#### Ex. 2

Demonstrație:

1. P<sub>-</sub> în concluzie  $\Rightarrow$  concluzie afirmativă
2. ambele premise afirmative (L.3) și (L.5)
3. P<sub>+</sub> în majora afirmativă numai dacă e subiect de universală  $\Rightarrow$  majora este PaM
4. în majoră M<sub>-</sub> (predicat de afirmativă)

5. necesar  $M_+$  în minoră (L.1)
6.  $M_+$  în minora afirmativă numai dacă e subiect de universală  $\Rightarrow$  minora este  $MaS$

Deci, silogismul căutat este *aai* - 4.

### Ex. 3

Demonstrație:

1. în concluzia universală,  $S_+$
2. necesar  $S_+$  și în minoră (L.2)
3. necesar  $M_+$  cel puțin o dată (L.1)
4. în premise *sunt necesari cel puțin doi termeni distribuiți*.

$H_1$  concluzia universală afirmativă; consecințe:

1. ambele premise afirmative (L.3) și (L.5)
2. ambele premise universale (L.7)
3. în cele două premise de tip A există doi termeni distribuiți:  $S$  și  $M \Rightarrow M$  poate fi distribuit o singură dată.

$H_2$  concluzia universală negativă; consecințe:

1. o premisă negativă (L.3) și (L.5)
2. ambele premise universale (L.7)
3. în cele două premise  $A + E$  există trei termeni distribuiți (subiectele universalelor, predicatul negativei)
4. în concluzia negativă,  $P_+$
5. necesar  $P_+$  și în majoră (L.2)
6. sunt necesari trei termeni distribuiți în premise ( $S, P$  și  $M$ )  $\Rightarrow M$  poate fi distribuit o singură dată.

### Ex. 4

Demonstrație:

1. minora negativă  $\Rightarrow$  concluzie negativă (L.5)
2. minora negativă  $\Rightarrow$  majora afirmativă (L.4)
3. necesar  $P_+$  și în majoră (deoarece în concluzia negativă  $P_+$ ) (L.2)
4.  $P_+$  în majora afirmativă numai ca subiect de universală  $\Rightarrow$  majora este  $PaM$ .

### Ex. 5

Demonstrație:

1. necesar  $M_+$  (L.1)  $\Rightarrow$  unicul termen distribuit în premise este  $M$
  2.  $M_+$  o singură dată,  $S_-$  și  $P_-$  numai dacă premisele sunt  $A + I$  (unicul termen distribuit fiind subiectul universalei)
  3. se exclude fig. a II-a conform R.2(II)
- soluții: *aii*-1; *aii*-3; *iai*-3; *iai*-4.



## Ex. 6

Demonstrație:

 $M_+$  în ambele premise în următoarele ipoteze: $H_1$  predicat în două premise negative; se exclude conform (L.4); $H_2$  subiect în două premise universale; soluții: *aai-3*; *eao-3*; $H_3$  subiect de universală și predicat de negativă; unică soluție *eao-4*.

## Ex. 7

Demonstrație:

1. concluzia negativă (L.5)
2. în concluzia negativă,  $M_+$
3. necesar  $P_+$  și în majoră (L.2)
4. în majora de tip I nici un termen distribuit.

## Ex. 8

Demonstrație:

(H) *minora negativă*; consecințe:

1. concluzie negativă (L.5)
2. în concluzia negativă,  $P_+$
3. necesar  $P_+$  și în majoră (L.2)
4. ca predicat,  $P_+$  în majoră numai dacă aceasta ar fi, la rândul ei, negativă, ceea ce se exclude prin (L.4);  $\Rightarrow$  minora afirmativă.

## Ex. 9

Demonstrație:

În premise nu pot exista mai mult de trei termeni distribuiți (în varianta A + E)

 $H_1$  *concluzia universală afirmativă*; consecințe:

1. ambele premise afirmative (L.3) și (L.5)
  2. ambele premise universale (L.7)
  3. în cele două premise A + A există doi termeni distribuiți (subiectele) în concluzia de tip A,  $S_+$
  4. necesar  $S_+$  și în minoră (L.2)
- $\Rightarrow M_+$  o singură dată.

 $H_2$  *concluzia universală negativă*; consecințe:

1. o premisă negativă (L.3) și (L.5)
2. ambele premise universale (L.7)
3. în premise (A + E) există trei termeni distribuiți (subiectele + predicatul negativei)

4. concluzie negativă (L.5)
5. în concluzia universală negativă,  $S_+$ ,  $P_+$
6. necesar  $S_+$ ,  $P_+$  și în premise (L.2)

⇒  $M_+$  o singură dată.

### Ex. 10

Demonstrație:

1. în concluzia de tip A,  $S_+$
2. o concluzie de tip A poate rezulta numai din două premise de același tip
3. în minora afirmativă,  $S_-$

### Ex. 11

Demonstrație:

1. majora afirmativă (L.4)
2. concluzia negativă (L.5)
3. în concluzia negativă,  $P_+$
4. necesar  $P_+$  și în majoră (L.2)
5. majora este PaM
6. în majoră,  $M_-$  (predicat de afirmativă)
7. necesar  $M_+$  în minoră (L.1) — numai dacă minora este SoM

⇒ silogismul este *aoo-2*.

### Ex. 12

Demonstrație:

1. concluzie negativă (L.5)
2. în concluzie,  $P_+$
3. necesar  $P_+$  și în majoră (L.2)
4. în majora de tip I nici un termen distribuit.

### Ex. 13

Demonstrație:

1. o concluzie de tip A poate rezulta numai din două premise de același tip (L.3), (L.5) și (L.7)
2. se exclude fig. a II-a conform R.2(II)
3. se exclud fig. a III-a și a IV-a
  - $S_+$  în concluzie
  - $S_-$  în minoră (predicat de afirmativă)

**Ex. 14**

Demonstrație:

1. unul din cei doi termeni distribuiți este neapărat  $M$  (L.1)
2. singurele moduri în care  $M_+$  de două ori sunt  $aai-3$ ,  $eao-3$  și  $eao-4$  soluții:  $eao-3$  și  $eao-4$ , în care  $M_+$  și  $P_+$  fiecare de câte două ori.

**Ex. 15**

Demonstrație:

1. o concluzie de tip  $A$  nu poate rezulta decât din două premise de același tip (L.3), (L.5) și (L.7)
2. în concluzie,  $S_+$
3. în minoră,  $S_-$  (predicat de afirmativă)

**Capitolul 4****4. 3 / pag. 162****Ex. 1**a) notând  $N$  = „număr întreg“ și  $P$  = „număr par“, rezultă formula:

$$\forall x [ Nx \rightarrow (Px + \neg Px) ] ;$$

b) notând  $P$  = „număr prim“ și  $D$  = „divizibil cu 2“:  $\exists x (Px \wedge Dx)$  ;c) notând  $N$  = „număr“:  $\forall x \exists y [ (Nx \wedge Ny) \rightarrow x < y ]$  ; tot astfel se poate exprima și exercițiul (d) într-o formulare logic echivalentă, dar mult mai greu de formulat ca atare; similar se procedează și în celelalte cazuri.**Ex. 2**

- a) domeniul lui  $\forall x$  este numai  $Fx$ ;
- b) formulă eronată:  $\forall x$  și  $\exists x$  au același domeniu și leagă aceeași variabilă;
- c) domeniul lui  $\forall x$  este  $(Fx \wedge Gy)$ ;
- d) formulă eronată: variabilele  $x$  și  $y$  apar legate în primul membru al conjuncției și libere în cel de-al doilea membru;
- e) domeniul lui  $\forall x$  este  $Fx \rightarrow Gx \vee \neg Hx$ , domeniul lui  $\exists x$  este  $Gy$ ;
- f) formulă eronată: variabilele  $x$  și  $y$  sunt legate în antecedentul implicației, dar libere în consecvent.

**Ex. 3**

(a), (b) și (c) sunt corecte; (d) și (e) sunt incorecte.

**Ex. 4**

- a)  $\exists x \neg (Fx \rightarrow Gx) \leftrightarrow \exists x (Fx \wedge \neg Gx)$  ;
- b)  $\forall x \neg (Fx \vee Gx) \leftrightarrow \forall x (\neg Fx \wedge \neg Gx)$  ;
- c)  $\exists x \neg (Fx \wedge Gx) \leftrightarrow \exists x (\neg Fx \vee \neg Gx)$  ;
- d)  $\forall x \neg (Fx \wedge Gx) \leftrightarrow \forall x (\neg Fx \vee \neg Gx)$  ;
- e)  $\exists x \neg Fx$  ;
- f)  $\forall x \neg Fx$  ;
- g)  $\exists x \neg (Fx \vee Gx) \leftrightarrow \exists x (\neg Fx \wedge \neg Gx)$  ;
- h)  $\forall x \neg (Fx \rightarrow Gx) \leftrightarrow \forall x (Fx \wedge \neg Gx)$ .

4. 4 / pag. 168 – 169

**Ex.1**

- a)  $(\exists x Fx \wedge \forall x Gx) \vee (\exists x Fx \wedge \exists x Gx) \leftrightarrow$  (reliterare)  
 $(\exists x Fx \wedge \forall y Gy) \vee (\exists x Fx \wedge \exists x Gx) \leftrightarrow$   
 $\leftrightarrow \exists x \forall y [(Fx \wedge Gy) \vee (Fx \wedge Gx)]$ ;
- b)  $\neg (\exists x \forall y Fx, y) \vee \forall x \exists y \neg Fx, y \leftrightarrow \forall x \exists y \neg Fx, y \vee \forall x \exists y \neg Fx, y \leftrightarrow$   
 $\leftrightarrow \forall x \exists y (\neg Fx, y \vee \neg Fx, y) \leftrightarrow \forall x \exists y \neg Fx, y$
- c)  $\exists y (\neg \exists z Fy, z \vee \forall x Fx, y) \vee \forall x \neg \exists z Fx, z \leftrightarrow$   
 $\leftrightarrow \exists y (\forall z \neg Fy, z \vee \forall x Fx, y) \vee \forall x \forall z \neg Fx, z \leftrightarrow$   
 $\leftrightarrow \exists y \forall z \forall x (\neg Fy, z \vee Fx, y \vee \neg Fx, z)$
- d) prin distributivitatea cuantorului universal se obține formula:  
 $(\forall x \exists y Fx, y \wedge \forall x Gx) \rightarrow (\exists y Fy \wedge Gx)$ ; având o schemă predicativă liberă se impune reliterarea:  
 $(\forall z \exists y Fz, y \wedge \forall z Gz) \rightarrow (\exists y Fy \wedge Gx) \leftrightarrow$   
 $\leftrightarrow \neg (\forall z \exists y Fz, y \wedge \forall z Gz) \vee (\exists y Fy \wedge Gx) \leftrightarrow$   
 $\leftrightarrow \neg \forall z \exists y Fz, y \vee \neg \forall z Gz \vee (\exists y Fy \wedge Gx) \leftrightarrow$   
 $\leftrightarrow \exists z \neg \forall y \neg Fz, y \vee \exists z \neg Gz \vee (\exists y Fy \wedge Gx) \leftrightarrow$   
 $\leftrightarrow \exists z \forall y \exists y [\neg Fz, y \vee \neg Gz \vee (Fy \wedge Gx)]$

**Ex. 2**

- a)  $\forall x Fx \rightarrow \exists x Fx \leftrightarrow \neg \forall x Fx \vee \exists x Fx \leftrightarrow \exists x \neg Fx \vee \exists x Fx \leftrightarrow$   
 $\leftrightarrow \exists x (\neg Fx \vee Fx)$
- b)  $(\neg \forall x Fx \vee \exists y Gy) \rightarrow (\exists y Gy \vee \neg \forall x Fx) \leftrightarrow$   
 $\leftrightarrow (\exists x \neg Fx \vee \exists y Gy) \rightarrow (\exists y Gy \vee \exists x \neg Fx) \leftrightarrow$   
 $\leftrightarrow \neg (\exists x \neg Fx \vee \exists y Gy) \vee (\exists y Gy \vee \exists x \neg Fx) \leftrightarrow$   
 $\leftrightarrow (\neg \exists x \neg Fx \wedge \neg \exists y Gy) \vee (\exists y Gy \vee \exists x \neg Fx) \leftrightarrow$   
 $\leftrightarrow (\forall x Fx \wedge \forall y \neg Gy) \vee \exists y Gy \vee \exists x \neg Fx \leftrightarrow$   
 $\leftrightarrow \forall x \forall y \exists x \exists y [(Fx \wedge \neg Gy) \vee Gy \vee \neg Fx]$  ;

eliminăm cuantorii și obținem scheme deschise, pe care le substituim cu variabile propoziționale:

$$(p \wedge \neg q) \vee q \vee \neg p$$

aplicând metoda reducerii progresive a variabilelor,

$$\begin{array}{lcl} H_1 & p = 1 & \Rightarrow \\ & & (1 \wedge \neg q) \vee q \vee 0 \\ & & \neg q \vee q \vee 0 \\ & & 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} H_2 & p = 0 & \Rightarrow \\ & & (0 \wedge \neg q) \vee q \vee 1 \\ & & 1 \end{array}$$

$$\begin{aligned} c) & (\neg \forall x Fx \vee \exists y Gy) \rightarrow (\neg \forall y \neg Gy \vee \neg \exists x Fx) \leftrightarrow \\ & \leftrightarrow (\exists x \neg Fx \vee \exists y Gy) \rightarrow (\exists y Gy \vee \forall x \neg Fx) \leftrightarrow \\ & \leftrightarrow \neg (\exists x \neg Fx \vee \exists y Gy) \vee (\exists y Gy \vee \forall x \neg Fx) \leftrightarrow \\ & \leftrightarrow (\neg \exists x \neg Fx \wedge \neg \exists y Gy) \vee \exists y Gy \vee \forall x \neg Fx \leftrightarrow \\ & \leftrightarrow (\forall x Fx \wedge \forall y \neg Gy) \vee \exists y Gy \vee \forall x \neg Fx \leftrightarrow \\ & \leftrightarrow \forall x \forall y \exists y [(Fx \wedge \neg Gy) \vee Gy \vee \neg Fx] \end{aligned}$$

prin eliminarea cuantorilor și substituția cu variabile propoziționale a schemelor predicative se obține formula:

$$(p \wedge \neg q) \vee q \vee \neg p$$

$$\begin{array}{lcl} H_1 & p = 1 & \Rightarrow \\ & & (1 \wedge \neg q) \vee q \vee 0 \\ & & \neg q \vee q \vee 0 \\ & & 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} H_2 & p = 0 & \Rightarrow \\ & & (0 \wedge \neg q) \vee q \vee 1 \\ & & 1 \end{array}$$

- d) formal expresia se poate demonstra drept validă; prin descompunerea echivalenței în două implicații reciproce, prima este LL.13; și implicația inversă este formal corectă. Totuși, dacă  $Gx$  se ia drept negație a lui  $Fx$ , se ajunge la exemple intuitive inacceptabile. Dacă  $Fx = „x$  este pătrat“, iar  $Gx = „x$  este triunghi“ – deci „ $x$  nu este pătrat“, se obțin propozițiile: (i) „Există figuri geometrice care sunt pătrate și nu sunt pătrate (sunt triunghiuri)“ și (ii) „Există figuri geometrice care sunt pătrate și există figuri geometrice care nu sunt pătrate (sunt triunghiuri)“; evident, cele două ex-presii nu sunt logic echivalente.

### Ex. 3

a) Premisa inferenței conține următoarele elemente:

- noțiuni absolute: „pătrat“ și „romb“
- cuantorul universal

Notăm:  $Px = „x \text{ este pătrat}”; Rx = „x \text{ este romb}”$ .

Simbolic, premisa este notată astfel:  $\forall x (Px \rightarrow Rx)$  – ceea ce, în traducere, înseamnă: „oricare ar fi  $x$ , dacă  $x$  este pătrat, atunci  $x$  este romb”.

Concluzia inferenței conține, pe lângă cele două noțiuni absolute, și o a treia noțiune relativă: „a desena”, precum și doi cuantori universalii subînțeleși.

Notăm:  $Dy, x = „y \text{ desenează } x”$

Simbolic, concluzia este notată astfel:  $\forall y \forall x [ (Dy, x \wedge Px) \rightarrow Rx ]$ ; adică, în limbajul natural: „oricare ar fi  $y$  și oricare ar fi  $x$ , dacă  $y$  desenează  $x$  și  $x$  este pătrat, atunci  $x$  este romb”.

Întreaga inferență arată astfel:

$$[ \forall x (Px \rightarrow Rx) ] \rightarrow \forall y \forall x [ (Dy, x \wedge Px) \rightarrow Rx ]$$

Aducem premisa la forma prenexă:

$$\forall x (Px \rightarrow Rx) \leftrightarrow \forall x ( \neg Px \vee Rx )$$

și eliminăm prin reliterare cuantorul universal:  $\neg Pa \vee Ra$

Aducem și concluzia la forma prenexă:

$$\forall y \forall x [ (Dy, x \wedge Px) \rightarrow Rx ] \leftrightarrow \forall y \forall x [ \neg (Dy, x \wedge Px) \vee Rx ]$$

Eliminăm cuantorii prin reliterare, substituind variabilele prin constante:

$$\neg (Db, a \wedge Pa) \vee Ra$$

Pentru simplificarea calculului, substituim schemele predicative deschise cu variabile propoziționale:  $Pa = p$ ;  $Ra = q$ ;  $Db, a = r$ : obținem formula:

$$\begin{aligned} (\neg p \vee q) \rightarrow [ \neg (r \wedge p) \vee q ] &\leftrightarrow [ (\neg p \vee q) \vee \neg r \vee \neg p \vee q ] \leftrightarrow \\ &\leftrightarrow (p \wedge \neg q) \vee \neg r \vee \neg p \vee q. \end{aligned}$$

Aplicăm metoda reducerii progresive a necunoscutelor:

$$\begin{array}{lcl} H_1 & p = 1 & \Rightarrow (1 \wedge \neg q) \vee \neg r \vee 0 \vee q \\ & & \quad \quad \quad \underbrace{\neg q \vee \neg r \vee 0 \vee q}_{1} \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} H_2 & p = 0 & \Rightarrow (0 \wedge \neg q) \vee \neg r \vee 1 \vee q \\ & & \quad \quad \quad 1 \end{array}$$

Calculul ne arată că inferența este validă.

b) *Premisele*: I. notăm:  $Fx = „x \text{ a jucat fotbal}”; Tx = „x \text{ a jucat tenis}”; Px, t = „x \text{ preferă tenisul}”; prima premisă este } \forall x [ (Fx \wedge Tx) \rightarrow Px, t ]$ . II. folosind aceleași notații, a doua premisă este:  $\exists x (Tx \wedge \neg Px, t)$ .

Concluzia este:  $\exists x (Tx \wedge \neg Fx)$ .

Aducem prima premisă la forma prenexă:

$$\forall x [ (Fx \wedge Tx) \rightarrow Px, t ] \leftrightarrow \forall x [ \neg (Fx \wedge Tx) \vee Px, t ]$$

Eliminăm prin reliterare cuantorul:

$$\neg (Fa \wedge Ta) \vee Pa, t \leftrightarrow \neg Fa \vee \neg Ta \vee Pa, t$$

A doua premisă și concluzia sunt forme prenex; eliminăm cuantorii:

$$Ta \wedge \neg Fa; \text{ respectiv: } Ta \neg Fa$$

Întregul raționament arată simbolic astfel:

$$[ (\neg Fa \vee \neg Ta \vee Pa, t) \wedge (Ta \wedge \neg Fa) ] \rightarrow (Ta \wedge \neg Fa)$$

Raționamentul este construit pe schema:  $A \wedge B \rightarrow B$ , ceea ce reprezintă o lege logică, numită contractia conjuncției. Deci, raționamentul este valid.

c) Premisa conține următoarele elemente:

- două noțiuni absolute: „problemă de matematică” și „absolvent de liceu”, plus o noțiune relativă, „a rezolva”;
- cuantorul existențial, pe lângă „problemă” și cuantorul universal, pe lângă „elev de liceu”;
- operatorul propozițional conjuncție („pe care”) și implicația presupusă de cuantorul universal.

Notăm:  $Px =$  „ $x$  este o problemă de matematică”;  $Ly =$  „ $y$  este elev de liceu”;  $Ry, x =$  „ $y$  rezolvă  $x$ ”. Premisa se notează astfel:

$$\exists x [ Px \wedge \forall y (Ly \rightarrow Ry, x) ]$$

adică: „există cel puțin un  $x$  care este o problemă de matematică și oricare ar fi  $y$  dacă  $y$  este elev de liceu, atunci  $y$  rezolvă  $x$ ”.

Concluzia, cu aceleași notații, apare astfel:

$$\forall y [ Ly \rightarrow \exists x (Px \wedge Ry, x) ]$$

adică: „oricare ar fi  $y$ , dacă  $y$  este elev de liceu, atunci există cel puțin un  $x$  astfel încât  $x$  este o problemă de matematică și  $y$  rezolvă  $x$ ”.

Aducem premisa la forma prenexă:

$$\exists x [ Px \wedge \forall y (Ly \rightarrow Ry, x) ] \leftrightarrow \exists x \forall y [ Px \wedge (Ly \rightarrow Ry, x) ];$$

Facem același lucru și cu concluzia:

$$\begin{aligned} \forall y [ Ly \rightarrow \exists x (Px \wedge Ry, x) ] &\leftrightarrow \forall y [ \neg Ly \vee \exists x (Px \wedge Ry, x) ] \leftrightarrow \\ &\leftrightarrow \forall y \exists x [ \neg Ly \vee (Px \wedge Ry, x) ] \end{aligned}$$

Se elimină cuantorii prin reliterare, începând cu cel existențial.

$$\begin{aligned} \exists x \forall y [ Px \wedge (Ly \rightarrow Ry, x) ] &\leftrightarrow \forall y [ Pa \wedge (Ly \rightarrow Ry, a) ] \leftrightarrow \\ &\leftrightarrow Pa \wedge (Lb \rightarrow Rb, a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \forall y \exists x [ \neg Ly \vee (Px \wedge Ry, x) ] &\leftrightarrow \forall y [ \neg Ly \vee (Pa \wedge Ry, a) ] \leftrightarrow \\ &\leftrightarrow \neg Lb \vee (Pa \wedge Rb, a) \end{aligned}$$

Inferența se prezintă astfel:

$$[ Pa \wedge (Lb \rightarrow Rb, a) ] \rightarrow [ \neg Lb \vee (Pa \wedge Rb, a) ]$$

Construim negația expresiei de demonstrat, pentru a vedea dacă această negație este inconsistentă:

$$[ Pa \wedge (Lb \rightarrow Rb, a) ] \wedge \neg [ \neg Lb \vee (Pa \wedge Rb, a) ]$$

Pentru simplificarea calculului, substituim schemele predicative deschise cu variabile propoziționale:  $Pa = p$ ;  $Lb = q$ ;  $Rb, a = r$ ; obținem:

$$[ p \wedge (q \rightarrow r) ] \wedge \neg [ \neg q \vee (p \wedge r) ] \leftrightarrow p \wedge ( \neg q \vee r ) \wedge q \wedge \neg (p \wedge r)$$

Expresia conjunctivă la care am ajuns este adevărată numai dacă  $q = 1$ .

$$\begin{aligned} &p \wedge (0 \vee r) \wedge 1 \wedge \neg (p \wedge r) \\ &\underbrace{(p \wedge r) \wedge 1 \wedge \neg (p \wedge r)}_0 \end{aligned}$$

Întrucât negația expresiei este inconsistentă, rezultă că expresia este lege logică, deci raționamentul este valid.

Folosind exact aceleași procedee se rezolvă (cu mare atenție și nu totdeauna foarte lejer de la prima încercare) și celelalte exerciții. Succes!



# INDICE DE TERMENI

acte de vorbire 205, 206, 207, 214

adevăr 22, 25, 27, 30; 210

— a. analitic 26, 28, 37

— a. *a priori* 25, 28

— a. *a posteriori* 25, 28

— a. coerență 26

— a. corespondență 23, 26

— a. evidență 24

— a. sintetic 26, 28, 37

— a. utilitate 26

ambiguitate 294

amfibolie 293

analitică 16

analogie 195

— a. structurală 196

— a. morfo-funcțională 197

— a. cauzală 197

anticonjunție (v. incompatibilitate)

antidisjunție 55

antinomie (v. paradox)

aporie 232

argument 19, 205

— a. *ad baculum* 249

— a. *ad consequentiam* 252

— a. *ad hominem* 249

— a. *ad ignorantiam* 251

— a. *ad misericordiam* 251

— a. *ad populum* 250

— a. *ad silentio* 251

— a. *ad verecundiam* 250

— a. analitic 214, 217

— a. empirico-teoretic 219

— a. *ex silentio* 302

— a. *multitudinis* 301

— a. normativ 219

— a. substanțial 214, 217

argumentare 23, 205, 207, 209, 214

— a. persuasivă 212

asertiune 23, 28

asociativitate 71, 156

axioma silogismului 154

axiomatică (metoda) 91

calcul (logic) 15, 44

calcul propozițional 15, 16, 44, 62

calculul predicatelor 16

calitatea (propozițiilor categorice) 113

canoanele inducției (Fr. Bacon) 180

cantitatea (propozițiilor categorice) 113

clasificare 14, 109

— c. analitică (v. diviziune)

— c. artificială 111

— c. naturală 111

completitudine 116

- comutativitate 71, 93, 156
- concept (v. noțiune)
- concordanță (raport de) 113
- condiție formală 173
- condiție materială 173
- conjunție 47, 73, 155
- consecință logică 95
- consistență logică 116
- constante alethice 45
- contradicție (între propoziții categorice) 115, 117
- contradicție logică 67, 72, 79
- contrapozitie 149, 150
- contrapusă parțială 124
- contrapusă totală 124
- contrarietate (între propoziții categorice) 115, 117
- conținut (v. extensiune)
- conversiune 121, 123, 164, 241
  - c. *per accidens* 121, 143, 164
  - c. *simplex* 122, 143, 166, 241
- corectitudine formală (v. validitate)
- cuantori (cuantificatori) 113, 119, 150, 153, 154, 155
  - c. universal 113, 119, 150, 155, 156
  - c. existențial 113, 119, 150, 155, 156
  - c. individual 113
- deducție 22, 173
- definiendum* 104
- definiens* 104
- definiție 14, 104
  - d. constructive 108
  - d. enumerative 109
  - d. generice (teoretice) 108
  - d. genetice 108
  - d. lexicale 108
  - d. operaționale 108
  - d. ostensive 109
  - d. reale - nominale 107
  - d. stipulative 108
  - d. structurale (relaționale) 109
- demonstrație 31, 32, 133, 217, 220, 224
  - d. directă 222, 223
  - d. indirectă 36, 71, 93, 165, 167, 223, 229
  - d. prin excludere 229
- diagramele lui Euler 103, 114
- dialectică 214
- dilemă 86, 232, 237, 254
- discurs 205, 209, 210
- disjunție 49, 73, 155
  - d. neexclusivă (slabă) 49
  - d. exclusivă (tare) 50
- distributivitate 71, 156
- distribuția termenilor 119
- diviziune 14, 111, 112
- dualitate (raport de) 58
- echivalență logică 53, 71, 79
- enunț 39
- entimemă 146, 223
- epichereamă 147
- eristică 16
- erori de interpretare 244
  - ambiguitate 245
  - amfibolie 244
  - e. accidentului 246
  - e. compoziției 245
  - e. diviziunii 245
  - e. *quaternio terminorum* 133, 245
- erori de relevanță 246
  - *ignoratio elenchi* 248
  - întrebarea complexă 251
  - *petitio principii* 247
- erori logice formale 234
  - e. afirmării consecventului 234
  - e. generalizării pripite 178, 240
  - e. în inferențele imediate 241
  - e. în pătratul logic 240
  - e. majorului ilicit 130, 242
  - e. minorului ilicit 130, 242
  - e. negării antecedentului 235
  - e. *post hoc, ergo propter hoc* 184

- e. termenului mediu nedistribuit 129, 242
- excludere (raport de) 103, 113
- expresii propoziționale 44, 50
- extensiune 100
- fatic (act de vorbire) 206
- figuri silogistice 127, 134, 136, 137, 139
- fonetic (act de vorbire) 206
- forme normale (canonice) 72, 73, 74, 165
- forme prenexe 157
- formulă 47
  - contingentă (realizabilă) 65, 75
  - inconsistentă 65, 66, 72, 75
  - tautologică 65, 66, 72, 75
- functori propoziționali 50
- funcții de adevăr 50, 62
- idempotență 71, 93
- identitate (raport de) 103
- ignoratio elenchi* 299
- ilocuționar (act de vorbire) 206
- implicație (materială) 14, 50, 155
- implicație logică 80
- incompatibilitate 54
- independența (axiomei) 116
- inducție 14, 21, 175, 188, 190, 192
  - i. completă 176, 223
  - i. enumerativă 178
  - i. incompletă (amplificatoare) 21, 177
  - i. științifică 180
- inferență 18, 29
  - i. deductive (v. deducție)
  - i. imediate 20, 120
  - i. inductive (v. inducție)
  - i. mediate (v. raționament)
  - i. probabile 21, 173
- infirmarea unei teze 269
- intensiune 99
- inversă (parțială și totală) 124
- ipoteză 198, 201, 203
- încrucișare (raport de) 103
- judecată (vezi propoziție)
- legile generale ale silogismului 128
- legi logice 66
  - l. contrapozitiei 71, 95
  - l. dublei negații 46, 95
  - l. exportăției 71
  - l. lui De Morgan 60, 96, 154
- limbă, limbaj 40, 41, 99, 205
- locuționar (act de vorbire) 206
- logică 14, 17, 18, 22, 31, 39,
  - l. claselor 16, 149
  - l. descrițiilor 43
  - l. modală 16
  - l. normelor (deontologică) 16
  - l. polivalentă 16, 36, 45
  - l. predicatelor 16, 149, 157, 167
  - l. propozițiilor 14, 16, 43
  - l. relațiilor 16
  - l. simbolică (matematică) 15, 16, 38, 43
  - l. și gramatică 17, 39, 40
  - l. și matematică 15,
  - l. și psihologie 18, 39
  - l. tradițională (clasică) 15, 36
- matrice (v. tabel de adevăr)
- meta-variabile 45, 92
- metode de cercetare inductivă 180, 189
  - m. concordanței 182
  - m. diferenței 184
  - m. resturilor 186
  - m. variațiilor concomitente 185
- metode de decizie în calculul predicatelor 157, 159
- metode de decizie în calculul propozițional 62, 67
  - metoda matricială 62

- metoda reducerii progresive a variabilelor (calcul prescurtat) 67, 158, 161
- metoda formelor normale 72, 74
- metoda axiomatică 91
- moduri silogistice 127, 133, 167
  - m. imperfecte 170
  - m. perfecte 170
  - m. subalterne (slabe) 162
  - m. supraalterne (tari) 166
- modus ponendo ponens* 84, 92, 126, 223, 234
- modus ponendo tollens* 85, 126, 126, 225
- modus ponens* plauzibil 201, 203
- modus tollendo ponens* 85, 126
- modus tollendo tollens* 84, 202, 225, 229
- negație 46
- noțiune 98
  - n. absolute - relative 102, 152
  - n. abstracte - concrete 101
  - n. colective - divizive 101
  - n. corelative 106
  - n. individuale - generale 101
  - n. pozitive - negative 102
  - n. precise - vagi 101
  - n. vide - nevide (reale) 100
- obversiune 123, 143, 163
- operatori logici 43, 47
  - o. interpropoziționali 43, 45, 150
  - o. lui Sheffer (v. incompatibilitate) 54, 60
  - operatori elementari (primitivi) 59, 91, 92, 159
- opoziția propozițiilor categorice 114
- opoziție (raport de) 103
- ordonare (raport de) 103
- paralogism 39, 277, 280, 231, 233
- paradox 15, 16, 232, 252
  - p. bărbierului 254
  - p. implicației materiale 304
  - p. impredicabilelor 254
  - p. mincinosului 253
  - p. mulțimilor normale 253
- pătrat logic 114, 240
- perlocuționar (act de vorbire) 206
- petitio principii* 296
- polisilogism 146
- postulat 41, 110
- pragmatică 41, 214
- pragmatism 31
- predicat 150
  - p. monadic 152
  - p. diadic 152
  - p. poliadic 152
- predicat logic 112
- pretenții de validitate a discursului 207, 211
- principii logice 32, 37
  - p. identității 13, 32, 72, 94
  - p. non-contradicției 13, 34, 72, 96
  - p. terțului exclus 35, 72, 94, 132, 144, 223
  - p. rațiunii suficiente 36, 220
- principiul bivalenței 36, 45
- principiul reducerii la absurd 93
- propoziție 39, 205
  - p. analitice 25, 26, 28
  - p. *a posteriori* 26
  - p. *a priori* 26, 28
  - p. bicondițională 53
  - p. categorice 112, 163
  - p. complexe 149, 150
  - p. compuse (moleculare) 43, 50
  - p. condiționale 14, 50
  - p. conjunctive 14, 47
  - p. declarative 32

- p. de predicatie 23, 41
- p. de relatie 41
- p. descriptive 41, 42
- p. disjunctive 14, 49
- p. evaluative 42
- p. existențiale 23
- p. factuale 28
- p. intenționale 42
- p. interogative 41
- p. particulare 113
- p. prescriptive 41
- p. primitive 32
- p. simple (atomice) 43, 150
- p. singulare 113
- p. sintetice 25, 26, 28
- p. universale 113
- raționament 21, 32, 80, 86, 97, 192
- reducere la absurd 132, 144, 229
- reducere directă 141
- reducere indirectă 144
- reducere la contradicție 226
- reducere la fals 226
- reducere la imposibil 229
- regres la infinit 228
- reguli logice 110
  - r. adițiunii 85, 93
  - r. adjuncției 85
  - r. clasificării 110
  - r. condiționării 89
  - r. comutativității disjuncției 93
  - r. de deducție 112
  - r. definiției 105
  - r. de formare 92
  - r. de reducere 68, 69
  - r. de reliterare 158
  - r. de transformare 157
  - r. detașării 84, 92
  - r. distribuției termenilor 120
  - r. diviziunii 111
  - r. idempotenței disjuncției 93
  - r. naturale de deducție 83
  - r. primitive 32
  - r. schimbului reciproc de echivalente 54
  - r. silogismului ipotetic 86, 155
  - r. simplificării 85
  - r. substituției 92
  - r. utilizării tautologiilor 103
- relații de echivalență între cuantori 154
- relații de echivalență între operatorii propoziționali 58
- relații extensionale între noțiuni 102
- relații logice între expresii propoziționale 78, 79
- respingerea consecventului 225
- rhetic (act de vorbire) 206
- rostire performativă 206
- schemă predicativă 151, 152
  - s. p. deschisă 152
  - s. p. închisă 152, 153
- scheme elementare de deducție 83
- semantică 41
- semnificație 48
- sferă (v. extensiune)
- silogism 16, 151
  - s. categoric 97, 126, 145, 154, 223
  - s. disjunctiv 126, 236
  - s. ipotetic 126, 223, 234
- silogistică 14, 16, 126
- sintactică 41
- sistem axiomatic 91, 96, 220
- sofism 14, 231, 233
- sorit 147
- subalternare 116, 117
- subcontrarietate 116, 117
- subiect logic 112
- subordonare (raport de) 103
- subcontrarietate 139, 141
- subiect logic 135, 143
- sumă logică 59

tabel de adevăr 48, 63  
*tabula absentiae* 181  
*tabula graduum* 181  
*tabula presentiae* 181  
tautologie 78  
teoremă 110  
termeni primi 73  
termen logic 98, 99  
termenii silogismului 126  
— t. major 126  
— t. mediu 126  
— t. minor 126

univers al discursului 153, 155  
  
validitate 29  
valoare alethică (v. valoare de adevăr)  
valoare de adevăr 14, 27, 42, 43, 45,  
153  
valoare logică (v. valoare de adevăr)  
variabile 44  
— v. individuale 151  
— v. predicative 150  
— v. propoziționale 44, 92

# BIBLIOGRAFIE

- ARISTOTEL, *Organon I, II*, trad. rom. M. Florian, Editura IRI, București, 1997 – 1998
- ARISTOTEL, *Metafizica*, trad. rom. Șt. Bezdechi, Editura IRI, București, 1996
- ARMSTRONG, D. M., *Belief, Truth and Knowledge*, Cambridge University Press, 1973
- AUSTIN, JOHN LANGSHAW, *How to Do Things with Words*, Oxford University Press, 1962
- AUSTIN, JOHN LANGSHAW, *Philosophical Papers*, 3<sup>d</sup> edition, Oxford University Press, 1979
- BACON, FRANCIS, *Noul Organon*, București, 1957
- BIELTZ, PETRE & ISTRATE, ANGHELINA, *Logica*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1983
- BLACKBURN, SIMON, *Dicționar de filosofie* (Oxford), Univers Enciclopedic, București, 1999
- BLANCHÉ, ROBERT, *La logique et son histoire*, Armand Colin, Paris, 1970
- BLANCHÉ, ROBERT, *Introduction à la logique contemporaine*, Armand Colin, Paris, 1968
- BOGDAN, RADU & MILCOVEANU, AURORA, *Logica pe înțelesul tuturor*, Editura Enciclopedică Română, București, 1974
- BOTEZATU, PETRE, *Valoarea deducției*, Editura Științifică, București, 1971
- BOTEZATU, PETRE, *Constituirea logicității*, Editura Științifică și Enciclopedică, București, 1983
- BOTEZATU, PETRE, *Introducere în logică*, ediția a II-a, Polirom, Iași, 1997
- CAZACU, AUREL, *Logica fără profesor* (Teste, exerciții, probleme), Humanitas, București, 1998
- COHEN, JONATHAN L., *An Essay on Belief and Acceptance*, Clarendon Press, Oxford, 1995

- COHEN, M. R. & NAGEL, E., *An Introduction To Logic*, Routledge & Kegan Paul Ltd., 1963
- COLLINGWOOD, R. G., *An Essay on Philosophical Method*, Oxford, At the Clarendon Press, 1970
- DANCY, JONATHAN & ERNEST SOSA, *Dicționar de filosofia cunoașterii*, Editură Trei, București, 1999
- DESCARTES RENÉ, *Discurs despre metodă*, trad. rom. Daniela Roventă-Frumușani & Al. Boboc, Editura Academiei Române, București, 1990
- DIDILESCU, ION & BOTEZATU, PETRE, *Silogistica. Teoria clasică și interpretări moderne*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1976
- DIOGENE LAERTIOS, *Despre viețile și doctrinele filosofilor*, trad. rom. N. Balmuș & Aram Frenkian, Editura Academiei Române, 1963
- DUMITRIU, ANTON, *Logica polivalentă*, Editura Enciclopedică Română, București, 1971
- DUMITRIU, ANTON, *Istoria logicii* (ed. a doua), Editura Didactică și Pedagogică, București, 1975
- EARLE, WILLIAM JAMES, *Introducere în filosofie*, trad. rom. Florența Opreșan, All, București, 1999
- ENESCU, GHEORGHE, *Introducere în logica matematică*, Editura Științifică, București, 1965
- ENESCU, GHEORGHE, *Logică și adevăr*, Editura Politică, București, 1967
- ENESCU, GHEORGHE, *Logica simbolică*, Editura Științifică, București, 1971
- ENESCU, GHEORGHE, *Dicționar de logică*, Editura Științifică și Enciclopedică, București, 1985
- ENESCU, GHEORGHE, *Tratat de logică*, Editura Lider, București (f. a.)
- FLEW, ANTONY, *Dicționar de filosofie și logică*, trad. rom. Dragan Stoianovici, Humanitas, București, 1996
- FREGE, GOTTLÖB, *Scrieri logico-filosofice*, trad. rom. Sorin Vieru, Editura Științifică și Enciclopedică, București, 1977
- GAVRILIU, LEONARD, *Mic tratat de sofistică*, I. R. I., București, 1996
- GOBLOT, EDMOND, *Traité de logique*, Armand Colin, Paris, 1937
- HABERMAS, JÜRGEN, *Teorii ale adevărului*, în vol. «Cunoaștere și comunicare», trad. rom. Andrei Marga, Editura Politică, București, 1983
- HODGES, WILFRID, *Logic*, Penguin Books, 1982
- JACQUES, FRANCIS, *L'Espace logique de l'interlocution*, Presses Universitaires de France, Paris, 1985



- JAMES, WILLIAM, *Abordarea pragmatică a adevărului și cei care au înțeles-o eronat*, trad. rom. Ovidiu Ursa, în vol. «Filosofia americană clasică», All, București, 2000
- JAMES, WILLIAM, *Concepția pragmatismului asupra adevărului*, trad. rom. Delia Marga, în «Filosofia americană clasică», ed. cit.
- JAMES, WILLIAM, *Tipurile experienței religioase*, trad. rom. Mihaela Căbulea, Dacia, Cluj-Napoca, 1998
- JEVONS, W. ST., *Elementary Lessons in Logic*, London, 1970
- KANT, IMMANUEL, *Logica generală*, trad. rom. Alexandru Surdu, Editura Științifică și Enciclopedică, București, 1985
- KANT, IMMANUEL, *Critica rațiunii pure*, trad. rom. N. Bagdasar și E. Moisuc, Editura Științifică, București, 1969
- KLAUS, GEORG, *Logica modernă*, trad. rom. Mircea Țigoiu, Editura Științifică și Enciclopedică, București, 1977
- KNEALE, WILLIAM & MARTHA, *Dezvoltarea logicii*, trad. rom. Cornel Popa, Dacia, Cluj-Napoca, 1974
- KÖRNER, STEPHAN, *Experiență și teorie. Eseu de filosofie a științei*, trad. rom. Sorin Vieru & Ușer Morgenstern, Editura Științifică, București, 1969
- KUHN, TOMAS, *Structura revoluțiilor științifice*, trad. rom. Radu J. Bogdan, Humanitas, București, 1999
- KUHN, THOMAS, *Tensiunea esențială*, trad. rom. Any Florea, Editura Științifică și Enciclopedică, București, 1982
- G. W. LEIBNIZ, *Monadologia*, trad. rom. C. Floru, Humanitas, București, 1994
- LEIBNIZ, G. W., *Nouveaux essais sur l'entendement humain*, Flammarion, Paris, 1935
- LOCKE, JOHN, *Eseu asupra intelectului omenesc*, trad. rom. Teodor Voiculescu, Editura Științifică, București, 1961
- MARGA, ANDREI, *Introducere în metodologia și argumentarea filosofică*, Dacia, Cluj-Napoca, 1992
- MCINERNEY, PETER K., *Introducere în filosofie*, trad. rom. N. I. Mariș & L. Staicu, Editura Lider, București, (f. a.)
- NAGEL, THOMAS, *Ultimul cuvânt*, trad. rom. Germina Chiroiu, Editura All, București, 1998
- PEIRCE, CHARLES SANDERS, *Fixarea convingerii*, trad. rom. Delia Marga, în vol. «Filosofia americană clasică», All Educational, București, 2000

- PERELMAN, CH. & L. OLBRECHTS-TYTECA, *Traité de l'argumentation. La nouvelle rhétorique* (3<sup>e</sup> éd.), Bruxelles, 1976
- PETROVICI, ION, *Teoria noțiunilor*, Polirom, Iași, 1998
- PIAGET, JEAN, *Tratat de logică operatorie*, trad. rom. Iulian Pașaliu, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1991
- PLANTIN CHRISTIAN, *Essais sur l'argumentation*, Éditions Kimé, Paris, 1990
- PLATON, *Euthydemus*, trad. rom. Gabriel Liiceanu, în «Opere», vol. III, Editura Științifică și Enciclopedică, București, 1978
- PLATON, *Republica*, trad. rom. Andrei Cornea, în «Opere», vol. V, Editura Științifică și Enciclopedică, București, 1986
- PLATON, *Sofistul*, trad. rom. Constantin Noica, în «Opere», vol. VI, Editura Științifică și Enciclopedică, București, 1989
- POPPER, KARL R., *Logica cercetării*, trad. rom. M. Flonta, Al. Surdu și Erwin Tivig, Editura Științifică și Enciclopedică, București, 1981
- READ, STEPHEN, *Thinking About Logic. An Introduction to the Philosophy of Logic*, Oxford University Press, 1995
- RESCHER, N., *Introduction To Logic*, St. Martin's Press, New York, 1964
- SEXTUS EMPIRICUS, *Contra învățaților* (VII, 65), în «Opere filosofice», vol. II, trad. rom. Aram Frenkian, Editura Academiei Române, București, 1965
- STOIANOVICI, DRAGAN, *Logica generală* (crestomație și exerciții), Tipografia Universității București, 1990
- STOIANOVICI, DRAGAN & DIMA, TEODOR & MARGA, ANDREI, *Logica generală*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1991
- TOULMIN, STEPHEN E., *The Uses of Argument*, Cambridge University Press, 1958
- WITTGENSTEIN, LUDWIG, *Tractatus logico-philosophicus*, trad. rom. Alexandru Surdu, Humanitas, București, 1991
- WITTGENSTEIN, LUDWIG, *Caietul albastru*, trad. rom. M. Dumitru, M. Flonta, A. P. Iliescu, Humanitas, București, 1993

